

Птолемей Клавдий (2-й в. н.э. - греческий астроном, математик и географ, работавший в период 127-145 г. н.э. в Александрии. Известен главным образом как автор астрономического трактата «Альмагест», в котором изложена геоцентрическая модель космоса, остававшаяся наиболее влиятельной вплоть до работ Николая Коперника (16 в.), который предложил гелиоцентрическую модель космоса. Также сохранились: три астрономические работы Птолемея «О фазах неподвижных звезд» «Готовые (астрономические) таблицы» и «Гипотезы о планетах» (частично в переводе с арабского); две работы по геометрии сферы «Планисферий» и «Аналеммы» (в переводе с арабского), в которых рассматриваются стереографическая и ортогональная проекции сферы на плоскость; авторский список открытий Птолемея; его «Оптика» (неполностью в переводе с арабского) и «География». Среди несохранившихся произведений Свида упоминает также «Механику» Птолемея, в которую могли входить «О равновесии» и «О началах», упоминаемые Симпликием. Кроме того, Симпликий упоминает трактат Птолемея «О размерности». Сохранились также комментарии Паппа и Феона Александрийского, написанные на «Альмагест» Птолемея. Оригинальное название «Альмагеста» - "Математическое собрание", а «Альмагест» - это традиционное арабское название трактата, означающее «Величайший» (астроном). В этом трактате Птолемей объясняет видимые движения небесных тел с помощью комбинаций круговых движений, что с точки зрения современного математического анализа эквивалентно аппроксимации наблюдаемых траекторий с помощью рядов Фурье. Своим трактатом Птолемей продолжает астрономическую традицию, начатую еще Евдоксом Книдским. Его ближайшим источником был аналогичный трактат Гиппарха (первая половина 2-го в. н.э.), который Птолемей дополнил материалами собственных наблюдений и собственными теоретическими новшествами.

Нужно заметить, что геоцентризм у Птолемея это осмысленный физический принцип, а не просто удобный способ «спасти явление», то есть построить чисто феноменологическую модель, претендующую только на описание, но не на объяснение явлений. Мнение о том, что Земля движется, наверняка было известно Птолемею: его высказывал еще Филолай, а двести лет спустя Аристарх Самосский говорил уже о гелиоцентрическом космосе. Защищая тезис о неподвижности Земли, Птолемей приводит ряд аргументов, как чисто теоретических, так и основанных на наблюдениях; в частности, о неподвижности Земли, по мнению Птолемея, свидетельствует тот факт, что брошенное строго вверх тело падает обратно на то же самое место.

Математические достижения Птолемея трудно отделить от его успехов в астрономии, поскольку сам Птолемей, работая в рамках зафиксированной еще Платоном традиции, рассматривал астрономию как особый раздел математики, а именно «сферику» (отсюда и оригинальное название «Альмагеста»). Разрабатывая геометрию круга и сферы, Птолемей излагает ряд важных результатов, в которых можно усмотреть элементы современной тригонометрии. Заслуживает упоминания теорема из «Альмагеста», которая традиционно носит имя Птолемея: о том, что во всяком вписанном в окружность четырехугольнике произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон. Впрочем, нужно иметь в виду, что большая часть математического содержания трудов Птолемея была, по всей видимости, компилирована им из текстов Гиппарха и других источников. География Птолемея также тесно

связана с математикой и замечательна в первую очередь не фактическими данными, которых у Птолемея меньше, чем у других античных географов и среди которых много ошибочных, а заложенными в ней математическими принципами картографирования. Таким образом Птолемей продолжил и акцентировал традицию математической «теоретической» географии Эратосфена и Гиппарха, с которой резко разошелся Страбон, предложив чисто нарративную «практическую» географию, служащую, по его собственному выражению, «государственным интересам и пользе народа». «География» Птолемея приобрела особое влияние уже в эпоху Возрождения, когда в самом начале 15 века греческий подлинник был переведен на латынь, и в 1477 издан в Болонье. До начала 17 века «География» Птолемея выдержала еще 31 издание. Благодаря ошибке Птолемея, распространившего Азию слишком далеко на Восток, Колумб надеялся доплыть до нее через океан гораздо быстрее, чем это можно было сделать на самом деле, если бы на его пути не было американского континента.

Литература:

- 1) Claudii Ptolemaei opera quae exstant omnia, ed. J.L. Heiberg Leipzig 1898-1903 (греч. оригинал).
- 2) Ptolemy's Almagest, transl. And annot. By G.J. Toomer London 1984
- 3) A. Rome (ed.) Commentaires de Pappus et de Theon d'Alexandrie sur l'Almagest vol.2-3 Vatican 1936-1943 (греческие оригиналы)
- 4) J.O. Thomson History of Ancient Geography 1948

Феон (Теон) Смирнский (2 в. н. э.) - греческий философ и математик, принадлежащий к кругу «среднего» платонизма (Гай Альбин, Апулей, Кальвий Тавр, Аттик), автор «Полезных для изучения Платона математических сведений», в котором несистематическим образом излагаются математические факты, имеющие отношение (часто весьма отдаленное) к различным математическим отсылкам в текстах Платона. Большинство исследователей считает, что трактат Феона не интересен ни в математическом, ни в философском отношении.

Литература:

- 1) Theonis Smyrnaeus Theonis Smirnaei Philosophi Platonici Expositio rerum mathematicorum ad legendum Platonem utilium, ed. Edward Hiller Leipzig 1878 (греч. подлинник).
- 2) Greek Mathematical Works (Loeb Classical Library) tr. By Ivor Thomas Cambridge 1991 p. 400-402 (параллельные греческие и английские тексты, дан перевод начала трактата Феона; кроме того приводятся тематические отрывки из этого трактата).

Никомах из Герасы (около 100 г.) н.э.- философ-неоплатоник и математик, известен главным образом как автор «Введения в арифметику», латинский авторизованный перевод которого, принадлежащий Боэцию, широко использовался в учебных целях вплоть до Возрождения.

«Введение» представляет собой трактат, в котором предъявляются достаточно простые арифметические конструкции, такие как прогрессии и «многоугольные» числа (обобщение современных «полных квадратов» на правильные многоугольники с любым числом сторон), и формулируются их свойства и взаимные отношения. Доказательств в духе Евклида Никомах не дает, а демонстрирует общие утверждения о бесконечных совокупностях чисел (например, прогрессиях) на примерах их конечных совокупностей, неявно пользуясь принципом математической индукции. Никомах также сопровождает свое изложение замечаниями философского характера, в которых кратко обрисовывает пифагорео-платоническую числовую доктрину. Более подробно эта тема развита в комментарии на «Введение» Никомаха, принадлежащем Ямвлиху. Сохранилась также принадлежащая Никомаху «Гармоника» (трактат по теории музыки) и пересказанный Ямвлихом фрагмент никомаховых «Теологуменов арифметики» (в одноименном трактате Ямвлиха).

Литература:

- 1) Nicomachi Geraseni Pythagorei Introductionis Arithmeticae Libri II ed. R.Noche Leipzig 1866 (греческий оригинал)
- 2) Nicomachus of Gerasa: Introduction to arithmetic translated into English, ed. And tr. By M.L. D'Ooge NY 1926 (английский перевод)
- 3) Iamblichus In Nicomachi Arithmeticum introductionem ed. N.Pisstelli Leipzig 1894 (греческий оригинал)
- 4) Ямвлих Теологумены арифметики (пер. В.В. Бибихина) // А.Ф. Лосев История античной эстетики т.7 кн. 2 , приложение 2

Евклид - греческий математик, живший в Александрии во время царствования Птолемея Первого (323 - 285/283 до н.э.). Известен главным образом как автор фундаментального труда «Начала», в котором в систематическом виде представлено теоретическое ядро всей античной математики, включающее в себя два основных раздела - геометрию и арифметику. Сохранились также другие труды Евклида: «Данные» (где исследуются следствия того, что даны некоторые фигуры и конфигурации), «О делении» (фигур на части в заданном отношении), «Оптика» и «Явления» (по геометрии сферы, используемой для описания небесных явлений). Прокл также приписывает Евклиду два сохранившихся трактата по теории музыки - «О делении звукоряда» и «Введение в гармонию», однако их принадлежность Евклиду не достоверна. Кроме того, античные источники приписывают Евклиду еще четыре несохранившихся труда по геометрии:

«Ошибки» (которые случаются в математических рассуждениях), «Поризмы» (королларии), «Конические сечения» (которые были одним из прототипов сохранившихся «Конических сечений» Аполлония) и «О (геометрических) местах на поверхностях».

«Начала» Евклида являются компилятивной работой, в которой различные по своему содержанию и происхождению математические факты собраны в виде единой общей теории, которая может служить основой для разработки любых специальных областей математики, таких как, например, конические сечения и геометрия сферы (сферика). «Начала» состоят из определений, постулатов, аксиом, которые принимаются без доказательств, и предложений, в которых на основе определений, постулатов, аксиом и ранее сформулированных предложений строятся новые математические конструкции и относительно них доказываются новые утверждения. Несмотря на то, что стандарты теоретической строгости, которые Евклид предъявляет в «Началах», с современной точки зрения не являются приемлемыми, указанная общая формальная схема теоретического рассуждения имеет сегодня для математики такое же решающее значение как и две тысячи лет назад. Более того, попытки самого радикального переосмысления предмета, методов и всего содержания математики - предпринятые, например, в «Новых началах» картезианца Арно (17 в.), в «Основаниях геометрии» Гильберта или «Началах математики» Бурбаки (обе - 20 в.) - реализуются именно в евклидовом жанре «Начал». Значение «Начал» Евклида как образца теоретической основательности и радикальности выходит за рамки математики и через «Математические начала натуральной философии» Ньютона распространяется также и на современную физику.

«Начала» Евклида оказали огромное влияние и на философскую традицию. Сохранился обширный комментарий на первую книгу «Начал» неоплатоника Прокла, который вслед за Платоном смотрит на математику как на необходимую предварительную ступень образования философа и трактует «Начала» в понятиях платоновской философии. Безусловно влияние «Начал» и предшествующей Евклиду античной математической традиции на такую философскую дисциплину как логика. Уже Аристотель, впервые формулируя логические законы, приводит примеры математических доказательств, подобные тем, которые мы находим у Евклида. В философии нового времени возникает тенденция применять стандарты теории, заданные «Началами» Евклида, непосредственно к философии. Ярче других эту тенденцию выразил Спиноза, написавший свою «Этику» «more geometrico», то есть прямо по образцу «Начал». Несмотря на существования альтернативных тенденций в развитии философии, такое теоретическое понимание философии сохраняет свою значимость и сегодня.

Литература: 1) *Euclidis Opera omnia* Ed. L.Heiberg et H.Menge Lipsiae 1883-1916 (греческий оригинал)

2) Начала Евклида, перевод и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского Москва-Ленинград 1950 (в 3-х томах) (первый полный русский перевод с комментариями)

3) Thomas L. Heath *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. Translated from the text of Heiberg with introduction and commentary 3 vol. Cambridge 1908, 2-nd ed. 1926, repr. 1956 (очень хорошая

вступительная статья)

4) Proclus Diadochus Les commentaires sur le premier livre des Elements d'Euclide. Tr. Avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke Bruges 1948

5) Прокл Введение в «Комментарий к первой книге «Начал» Евклида». Перевод, вступительная статья и комментарии Ю.А. Шичалина М. ?? (вступительная часть «Комментария» Прокла на русском языке с параллельным греческим текстом).

6) Mueller, Ian Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements

Евдокс Книдский (400-350 г. до н.э.)- греческий математик и астроном. Автор теории пропорций и метода исчерпывания, изложенных в «Началах» Евклида. Автор геоцентрической модели космоса, являющейся прототипом более совершенной геоцентрической модели, построенной позднее Клавдием Птолемеем. Трактат Евдокса с описанием этой модели изложен в стихотворной форме в сохранившейся дидактической поэме Арата (315-с. 245 до н.э.) «Явления». Ни один из собственных трудов Евдокса не сохранился. Диоген Лаэртий сообщает краткую биографию Евдокса: учеба в Афинах у софистов и философов платоновской школы, 14-месячная поездка в Египет для учебы у жрецов, самостоятельная софистическая (преподавательская) практика, возвращение в Афины и признание, участие в разработке государственных законов. Теория пропорций Евдокса, изложенная в 5-й книге «Начал» Евклида, обобщает понятие отношения на случай несоизмеримых величин, например, стороны и диагонали квадрата, которые были открыты еще в середине 5 века до н.э. (Ямвлих приписывает это открытие пифагорейцу Гиппасу). Для обобщенного понятия отношения для пары величин a , b необходимо выполнение условия, которое сейчас обыкновенно называют «аксиомой Архимеда» (определение 4 книги 5 «Начал» Евклида): чтобы меньшая из величин a , b могла заведомо превзойти большую, будучи повторенной достаточное число раз. (Контрпримером является, например, прямоугольник и любая из его сторон.) Евдоксово определение равенства отношений величин весьма близко определениям понятия действительного числа, данным в 19-м веке Вейерштрассом и Дедекиндом, которые являются употребительными и поныне. Метод исчерпывания представляет собой метод определения отношений поверхностей (объемов) ограниченных кривыми линиями (поверхностями) посредством их неограниченной аппроксимации ломанными (многогранниками). Не предполагая понятий переменной величины и бесконечно малого, лежащих в основании современного математического анализа, метод исчерпывания позволяет с помощью доказательств «от противного» строго обосновать решение задач на интегрирование, правда, при условии, что ответ известен заранее, то есть получен на основании независимых эвристических соображений. Евдокс также первым разработал математическую геоцентрическую модель космоса, в которой с помощью 27 движущихся друг относительно друга сфер описывались видимые движения небесных тел. В дальнейшем эта система была усовершенствована учеником Евдокса Каллипом, а также Аристотелем, который описывает видимые движения небесных тел уже с помощью 55 сфер. Самая совершенная система подобного рода, которая с хорошей точностью описывала данные всех доступных

наблюдений, была разработана Клавдием Птолемеем.

Литература: 1) Начала Евклида Москва-Ленинград 1950 (в 3-х томах)

2) Ван-дер-Варден Пробуждающаяся наука М. 1959

3) Becker, Oskar Eudoxus Studien // Quellen und Studien B2, 1933, pp. 311-333, 369-387, B3 1936, pp.236-249, 370-388, 389-410

4) Heritage epistemologique d'Eudoxe de Cnide ??

5) Schiaparelli, G. Le sfere omocentriche de Eudosso, di Callippo e di Aristotele, Milan 1875

6) Waschkies, Hans Joachim Von Eudoxos zu Aristoteles: Das Fortwirken der Eudoxischen Proportionentheorie in der Aristotelischen Lehre von Kontinuum Amsterdam 1977