Андрей Родин

Рациональность и релятивизм

1. Большой и больше

Релятивизмом обычно называют разновидность довольно безответственной скептической позиции, при которой последовательно избегают прямых ответов на поставленные вопросы под предлогом того, что "все относительно". Является ли человек божественным творением или результатом биологической эволюции (или может быть, и тем и другим одновременно)? Релятивист скажет, что все относительно - в рамках научного мировоззрения ответ будет одним, а в рамках религиозного мировоззрения другим. Это, конечно, верно. Но допустим, что нас в самом деле интересует происхождение человека, а не рамки тех или иных мировоззрений. Тогда ответ релятивиста вряд ли нас сможет удовлетворить. Релятивист говорит нам о том, что разные люди думают по поводу интересующей нас проблемы. Это может быть весьма поучительным, но не дает нам никакого определенного ответа на поставленный вопрос. Однако релятивисту наш поиск определенного ответа кажется наивным. Он думает, что его знание разных точек зрения на данный предмет говорит о предмете больше, чем каждая из этих точек зрения по-отедельности, и чем может сказать любая новая точка зрения, которую можно будет поставить в ряд уже существующих. Когда релятивисту указывают на разницу между знанием разных точек зрения на предмет и знанием самого предмета, он возражает, говоря, что так называемое знание предмета это ни что иное как особенная точка зрения, которую пытаются выдать единственно верную. (А если она вправду единственно верная?)

Можно ли быть релятивистом, не будучи при этом скептиком? Если иметь в виду ту форму релятивизма, которую я только что описал, это вряд ли возможно. Однако я постараюсь показать, что более *сильные* формы релятивизма в отличие от только что описанной не влекут за собой скептических следствий. Скептический релятивист может оказаться прав в том, что некоторые вопросы не имеет определенных ответов. Это можно понять в том смысле, что такие вопросы плохо поставлены, хотя скептик, конечно, не согласится с таким истолкованием релятивистских аргументов. Но релятивист не обязан быть скептиком. Я покажу, что более сильные формы релятивизма позволяют не только отбрасывать определенные вопросы как плохо поставленные, но и ставить новые вопросы, имеющие точные ответы. Конечно, эти точные ответы могут снова оказаться в сфере релятивистского скепсиса. В такой диалектике нет ничего необычного. Утрата и восстановление определенности происходят в истории науки достаточно часто, причем это далеко не всегда связано с релятивизмом. Цель настоящей работы - показать, что релятивизация мышления может приводить не только к утрате, но и к восстановлению определенности в новом виде. Я начну с того, что продемонстрирую такую возможность на простом примере.

Андрей и Лена спорят о том, является ли Калининград большим городом. Лена утверждает, что Калининград большой город, а Андрей с ней не согласен. В разговор вступает Сергей и говорит собеседникам, что их спор не имеет смысла, поскольку мнения Андрея и Лены определяются их разным опытом городской жизни: Лене, которая переехала в Калининград из Вологды, Калининград кажется большим, а Андрею, который родился и вырос в Москве, Калининград кажется маленьким. Калининград большой по отношению к Вологде, но маленький по отношению к Москве. Выслушав Сергея, Андрей и Лена забывают о своих разногласиях и сообща обвиняют Сергея в релятивизме. Они признают, что пока не знают точного ответа на поставленный вопрос, но говорят, что надеются его вместе найти или по крайней мере сделать какие-то шаги в этом направлении. Андрей и Лена даже готовы допустить, что столкнулись с философской антиномией, которая не имеет однозначного решения. Но несмотря на эту широту взглядов им не нравится, когда Сергей вместо того, чтобы просто остаться в стороне, если этот спор ему неинтересен, вмешивается и говорит, что спор не имеет смысла, потому что все относительно.

Сергей действительно на этом настаивает и затем делает следующее предложение. Вместо того, чтобы спрашивать, большой Калининград или нет, лучше сравнить Калининград с Вологдой или Москвой. То, что Калининград больше Вологды, но меньше Москвы, очевидно. Андрей и Лена согласны с тем, что это очевидно, но говорят, что это еще не решает их спора. Лена предлагает такую аналогию. Яблоко может быть краснее другого яблока только в том случае, если оба яблока красные. Аналогичным образом город может быть больше (или меньше) другого города только в том случае, если оба города большие (или оба маленькие). Так что надо сначала разобраться с Калининградом, а уже потом сравнивать этот город с другими. Андрей замечает, что если принять эту аналогию, то получится, что Калининград является одновременно большим и маленьким, что нелепо. В конце концов, Андрей и Лена вынуждены признать, что Сергей решил их проблему, хотя и не ответил прямо на поставленный вопрос.

Обратим внимание на две стадии релятивизма Сергея. На первой скептической стадии Сергей указывал на то, что ответ на обсуждаемый вопрос зависит от скрытого переменного фактора и поэтому сам является переменным. Это давало Сергею право утверждать, что вопрос не имеет определенного (то есть единственно правильного) ответа. На второй конструктивной стадии, на которой проблема была наконец решена, Сергей использовал более общее понятие отношения, чем отношение зависимости. Это более широкое понятие отношения, под которое попадает отношение "больше", позволило Сергею ставить новые вопросы и давать на них определенные ответы. С этой новой релятивистской точки зрения причина прежнего затруднения становится ясной. Свойство "большой" является производным от отношения "больше", возникающим при фиксации второго термина этого отношения. Андрей и Лена не могли прийти к общему мнению, потому что они различным образом фиксировали этот второй термин, не отдавая себе в этом отчета.

Релятивизм второй стадии является более сильным, чем релятивизм первой стадии в следующем точном смысле. На первой стадии Сергей диверсифицировал понятие большого, указывая на то, что Андрей и Лена понимают его различным образом. На второй стадии Сергей показал, что взятое само по себе это понятие является вовсе бессмысленным. Последовательный отказ от старого понятия позволил Сергею ввести новое понятие и объяснить проблематичный характер старого.

2. Релятивизм и относительность

Идея относительности играла важную роль в физике на протяжении всей истории этой науки и продолжает играть эту роль сегодня. Когда Галилей и Декарт впервые всерьез заговорили об относительности движения это шокировало большинство их современников для которых различие между покоем и движением было фундаментальным физическим различием аналогичным различию между добром и злом в морали. Большинство мыслящих людей той эпохи сочувственно относились к попыткам различать покой и движение или добро и зло иначе, чем это делалось ранее. Но только очень немногие из них были готовы принять всерьез тезис о том, что любое различие между покоем и движением является относительным. (Идея относительность добра и зла до сих пор кажется крамольной.)

В начале 20-го века идеи относительности движения, пространства и времени вновь оказалась в центре внимания в связи с работами Эйнштейна. Обе теории относительности Эйнштейна (Специальная и Общая) привлекали и продолжают привлекать внимание философов с момента своего появления на свет. В этой связи кажется странным, что к концу 20-го века термин "релятивизм" оказался прочно связанным именно со скептическим релятивизмом, о котором шла речь в начале статьи. Ведь кажется очевидным, что релятивистские теории в физике не связаны с философским скептицизмом никаким особым образом.

Читатель может возразить, что я смешиваю здесь совершенно разные вещи, и что философский релятивизм не имеет ничего общего с релятивисткой физикой. Разумеется, это разные вещи, но я не согласен с тем, что они не имеют ничего общего друг с другом. Релятивизация свойства "большой" в очень упрощенном виде показывает, как работают релятивистские физические теории. (Это покажу это более подробно в последующих разделах этой работы.) В то же время связь этого примера со скептическим релятивизмом достаточно прозрачна. Поэтому я думаю, что обычное понимание философского релятивизма как скептического релятивизма является неоправданным. Идея относительности движения и релятивистские теории в физике 20-го века дают хороший повод для того, чтобы предложить более интересное понятие философского релятивизма. Именно это является главной целью настоящей работы. (Примечание 1)

В дальнейшем я буду также пользоваться понятием *рациональности*, понимая под рациональностью релятивистскую концептуальную схему самого широкого применения. Хотя я использую термин "рациональность" как технический, придавая ему специальный смысл, мне не кажется, что мое употребление этого термина идет вразрез с общепринятым. Я рассмотрю несколько рациональностей (или, если угодно, типов рациональности) реконструируя их на основе математических моделей, включая простейшие математические модели, используемые в релятивистских физических теориях. Хотя я считаю, что математика может применяться в социальных науках гораздо шире, чем это делается в настоящее время, в настоящей статье об этом речь не пойдет. Я буду использовать математические понятия, объясняя их без формул, только для того, чтобы лучше прояснить устройство различных типов рациональности. В принципе я мог бы полностью оставить математику за кадром, но я не думаю, что мое изложение от этого бы выиграло. Чтобы оправдать такой подход, я начну с того, что покажу, что традиционное понятие "рацио", которое я отождествляю с *классической* рациональностью, тесно связано с одной простой, но очень глубокой математической идеей.

3. Мера и отношение

Латинский термин "рацио" (ratio) это обычный перевод греческого термина "логос". Как и его греческий прототип термин "рацио" имеет по крайней мере два разных смысла (на самом деле, конечно, гораздо больше). Во-первых, "рацио" означает *разум*. Во-вторых, "рацио" означает *отношение* в математическом смысле слова, например отношение чисел или отношение отрезков. В этом втором смысле данный термин продолжает использоваться в современном английском и в некоторых других европейских языках. Избегая каких-либо исторических выводов, я покажу, что традиционное математическое понятие отношения можно рассматривать как модель классического античного понятия разума.

Рассмотрим сначала понятия меры и измерения. Предположим данным некоторый класс вещей, которые попарно сравнимы в следующем смысле: для любых объектов X и Y из данного класса имеет место одно из трех: $X>Y$, $X<Y$ или $X=Y$. Зафиксируем теперь некоторый объект $Э$, который мы будем называть *единицей измерения* или *эталоном*. Будем считать данный объект A *большим* если $A>Э$, *маленьким* если $A<Э$ и *средним* если $A=Э$. Сравнение объектов осуществляемое согласно указанной схеме называется измерением, а значения "большой", "маленький" и "средний" называются *мерами* вещей, которым они приписываются. (*Общей мерой* иногда также называют эталон.) Обычно измерение реализуется в рамках более сложной схемы, которая включает в себя арифметику (это позволяет, например, отвесить 3,5 килограмма картошки), однако для нас это пока несущественно. Существенно то, что результаты измерения всегда зависят от выбора единиц измерения. Но как показывает пример с картошкой, в практических задачах важно, чтобы мера данного объекта оставалась постоянной. Для этого единицы измерения приходится жестко фиксировать.

Это требование не всегда легко осуществить на практике. Во-первых, существует проблема, которая состоит в том, что любые физические объекты, вообще говоря, изменяются. Любой выбранный эталон может либо вовсе разрушиться, либо настолько изменить свои свойства, что его уже нельзя будет считать в нужном смысле "тем же самым". Для простоты, я буду говорить, что эталон разрушен в обоих случаях. Фундаментальный аспект этой проблемы состоит в отсутствии внутреннего критерия разрушения эталона. Чтобы определить, разрушен данный эталон или нет, можно прибегнуть к новой системе измерения, которая использует другой эталон. Но это ничего не дает кроме бесконечного регресса. Обратим внимание на то, что идея постоянного эталона в своей обычной форме не совместима с естественным обобщением принципа относительности движения, согласно которому всякое изменение (а не только механическое движение) является относительным.

Во-вторых, существует социальная проблема, связанная с тем, что большим человеческим сообществам нелегко договориться об использовании одних и тех же эталонов. Для этого могут быть использованы властные механизмы, как это и происходит в современных государствах. Однако, принимая во внимание изменчивость политических обстоятельств, это решение нельзя считать вполне надежным. Хотя задача унификации эталонов в социальном плане кажется разрешимой, практические трудности решения этой задачи могут быть весьма ощутимыми.

Очевидное альтернативное решение последней проблемы состоит в том, чтобы научиться переходить от одной системы измерений к другой. Зная, что в одном дюйме 2,54 сантиметра можно легко посчитать, что расстояние в n дюймов при измерении в сантиметрах даст $2{,}54n$. Это останется в силе, даже если эталоны дюйма и сантиметра меняются, однако это происходит таким образом, что в одном дюйме всегда остается ровно 2,54 сантиметра. Впрочем, нужно заметить, что существование такого правила перехода от одной системы измерения длин к другой в данном случае оказывается возможным только благодаря мощи арифметики. Упрощенная схема измерений, описанная в начале этого раздела, не допускает подобного правила. Делая естественные допущения об отношениях ">" и "<", можно утверждать, что если A является большим по отношению к эталону $Э$ и $Э$ является большим по отношению к другому эталону $Э'$, то A также является большим по отношению к $Э'$. Однако если $Э$ является по отношению к $Э'$ маленьким, то о том, каким является A по отношению к $Э'$ ничего нельзя сказать, не прибегая к прямому измерению.

Возможность перехода от одной системы измерений к другой наводит на мысль о том, что выбор эталона может быть несущественным. Это значит, что все существенные результаты измерений не зависят от выбора эталона и могут быть сформулированы без указания на тот или иной эталон. Хотя, как мы скоро увидим, это, вообще говоря, неверно, именно эта идея лежит в основе математического понятия отношения величин ("рацио" в математическом смысле). На основе вышеизложенного это специальное понятие отношения можно определить следующим образом: отношение X к Y это мера X в системе измерения, в которой Y принят в качестве эталона. Обратите внимание на то, что отношение в этом математическом смысле не является отношением в обычном логическом смысле как, например, отношение "больше". Идея использовать таким образом определенное отношение вместо меры может показаться тривиальной, поскольку она сводится к предложению попарно сравнивать объекты между собой, избегая при этом выбора эталона. Другими словами, предлагается отказаться от идеи общей меры объектов и измерять объекты с помощью друг друга. Кажется, что мы вернулись с того, с чего начинали. Однако это не совсем так, поскольку понятие меры позволяет нам перейти от описания объектов к описанию отношений объектов. Будем называть упорядоченную пару (X,Y) *большой,* если $X>Y$, *маленькой,* если $X<Y$, и *средней,* если $X=Y$. Эти новые определения большого маленького и среднего являются абсолютными в том смысле, что они уже не зависят от выбора эталона. Объясняется это конечно тем, что, по сути, они являются отношениями. Как мы видим, диалектика абсолютного и относительного оказывается в данном случае совсем нехитрой. Следующий диалектический шаг более интересен и состоит в том, чтобы научиться сравнивать между собой пары вещей, находящихся в интересующих нас отношениях (а не только сами эти вещи). Для этого нам понадобятся отношения *второй степени*, то есть отношения отношений, которые в данном случае естественно задать так:

$(<) = (<)$	$(=) = (=)$	$(>) = (>)$
$(<) < (=)$	$(=) < (>)$	$(>) > (=)$
$(<) < (>)$	$(=) > (<)$	$(>) > (<)$

Отношения первой степени я ставлю в скобки, чтобы отличить их от отношений второй степени. В нашем случае отношения второй степени отличаются от отношений первой степени только терминами отношения, но не своими формальными свойствами. Отождествляя отношения по их формальным свойствам, а не по терминам, как это обычно и делается в математике и логике (а также в аналитической философии), мы можем избежать различения отношений по степеням и просто допустить возможность брать отношения в качестве терминов отношений (других или тех же самых). В этом случае смысл скобок оказывается совсем простым: скобки указывают на то, что данное отношение берется в качестве термина. Приведенные выше формулы читаются так: "больше" это больше, чем "равно"; "равно" это больше, чем "меньше" и т.д.. Пользуясь этими формулами, определяем отношения между парами объектов: $(X,Y) = (X',Y')$ если (и только если) эти пары либо обе большие, либо обе маленькие, либо обе средние; аналогично для случаев $(X,Y) < (X',Y')$ и $(X,Y) > (X',Y')$. Эти последние определения читаются еще более естественно: большое больше, чем среднее; среднее больше, чем маленькое и т.д.. В конце концов, нам удалось придать понятию большого разумный смысл, который не связан с выбором эталона!

Античная теория отношений геометрических величин, автором которой считают Евдокса, устроена похожим образом. Она изложена в 5-6 книгах "Начал" Евклида. Новое понятие отношения величин, предложенное Евдоксом (определения 4-7 книги 5 "Начал") было на самом деле более общим, чем понятие отношения величин, основанное на современной Евдоксу схемы геометрических измерений: теория Евдокса позволила говорить об отношении величин в ситуации, когда ни одна из этих величин не укладывается в другой точное число раз и более того, когда никакая третья величина не укладывается точное число раз в обеих данных величинах. Определение отношения величин как меры первой из этих величин при ее измерении второй величиной, которое я предложил выше, оказывается эквивалентным определению Евдокса только если иметь в виду сегодняшнее понятие меры, использующее понятие действительного числа. В изложении Евклида теория построена в терминах отношений второго порядка. Определением 4 книги 5 "Начал" вводится фундаментальное отношение "иметь отношение", а следующее определение 5 показывает как отношения (первого порядка) можно сравнивать друг с другом.

Теория отношений Евдокса дает возможность думать о расстояниях в евклидовой геометрии, как принято сегодня говорить в математике, "с точностью до постоянного положительного множителя" (не забывая, впрочем, возводить этот множитель в квадрат, говоря о площадях). Если одновременно удвоить все расстояния между точками на евклидовой плоскости, то все истинные утверждения об объектах на этой плоскости останутся истинными. Однако в геометрии Лобачевского это уже не так. Это значит, что в геометрии Лобачевского выбор единиц измерения величин не является произвольным в том же смысле, в котором этот выбор является произвольным в геометрии Евклида; в геометрии Лобачевского меры величин не могут быть выведены за скобки с помощью евдоксовых отношений как в евклидовом случае. Приняв утверждение о произвольности единиц длины в качестве постулата, можно доказать Пятый постулат (аксиому параллельных) Евклида. Такое доказательство было впервые получено в 1766-м году Ламбертом (Bonola 1955). Когда Декарт в своей "Геометрии" начал явно использовать эталоны длины, предполагая, что выбор эталона ни на что не влияет и поэтому нет смысла его избегать, сводя все к отношениям, он отошел от античной традиции. Это позволило Декарту применить в геометрии новые алгебраические методы. Однако последующие развитие геометрии ясно показало, что этот шаг вовсе не был невинным.

Для нас в античной теории отношений величин интересны два момента. Во-первых, отказ от выбора и фиксации эталона позволяет релятивизировать понятие изменения. Будем считать величину X неизменной по отношению к величине Y когда остается неизменным отношение X к Y ; в противном случае будем считать, что данные величины изменяются относительно друг друга. Если в любом предложении геометрии любая величина находится в евдоксовом отношении с некоторой другой величиной, абсолютные понятия постоянной и переменной величины оказываются в этой теории ненужными. Читатель, конечно, обратил внимание на то, что в вышеприведенном определении относительного изменения объектов о постоянстве данного отношения говорится безотносительно к чему-либо еще. Таким образом, евдоксово понятие отношения еще не решает проблему относительности изменений, понятую в более общем метафизическом смысле.

Во-вторых, на идею использовать отношение вместо меры можно посмотреть как на релятивизацию результатов измерений в духе приведенного выше примера релятивизации понятия "большой". Математическая теория отношений величин решает проблему унификации эталонов очень эффективным образом: она позволяет рассуждать о величинах независимо от выбора эталона измерения этих величин. Кроме того эта теория объясняет, что происходит при измерениях, и дает теоретическое обоснование правил перехода от одной системы измерений к другой (когда такие правила существуют). То есть ее можно использовать и в качестве общей теории измерения (или по крайней мере в качестве основания такой теории). С точки зрения теории отношений унификация эталонов оказывается вовсе ненужной.

Хотя, как мы видели, теория отношений Евдокса не является универсально применимой, ее успех действительно впечатляет. Поэтому мне кажется вполне оправданной аналогия между математическим понятием отношения и понятием рацио в широком философском смысле, то есть разумом. Так же как математическое отношение лежит в основании различных систем измерения, разум лежит в основании любого мышления, включающего любые индивидуальные и коллективные особенности и предрассудки. Греческие философы были склонны подчеркивать скорее абсолютный, чем относительный (релятивистский) аспект разума. Однако понятие математического отношения ясно показывает, что в данном случае относительное и абсолютное это две стороны одной медали. Соответствующую диалектику можно выразить следующей простой формулой: вещи относительны, а отношения вещей абсолютны. Если отношения вещей тоже оказываются относительными, нужно вводить в дело отношения отношений и продолжать это делать до тех пор, пока последние отношения не станут абсолютными. Эта формула применима ко всем релятивистским схемам (рациональностям), которые я рассматриваю в этой работе. Однако, как мы увидим, они довольно значительно отличаются друг от друга, поскольку под вещами и отношениями в них понимаются разные вещи.

Остается еще следующий вопрос: а что гарантирует, что, рассматривая отношения отношений, отношения отношений и т.д., мы, наконец, придем к абсолютным отношениям? Почему этот ряд не может быть продолжен до бесконечности? На мой взгляд, ответ состоит в том, что искать такого рода гарантии бессмысленно. После того, как мы релятивизировали понятие "большой" можно пытаться релятивизировать понятие "больше". Вопрос состоит в том, удается ли при этом построить новую релятивистскую схему, которая не сводилась бы тривиальным образом к уже имеющейся. Идея релятивистской схемы, допускающей бесконечные ряды отношений в указанном выше смысле, вовсе не является абсурдной. Если угодно, само понятие абсолютного отношения можно считать относительным, поскольку оно зависит от конкретной релятивистской схемы; в более общей релятивистской схеме данное абсолютное отношение теряет свой абсолютный характер и становится относительным. Однако я не вижу, что можно извлечь из этого замечания, кроме того, что абсолютность относительна, а относительность абсолютна. Хотя эта последняя формула является еще более общей, чем предыдущая, в отличие от предыдущей она ничего не говорит о том, как устроены релятивистские схемы и не позволяет отличить конструктивный релятивизм от скептического. Поэтому она мне не представляется особенно интересной.

Я надеюсь, что после прочтения этого раздела статьи читателю стало ясно, что я имею в виду под конструированием рациональности на основе денной математической модели. В каждом случае я буду отталкиваться от готовых математических теорий и пытаться их переводить на язык философии. В двух случаях из трех я буду также пользоваться указаниями, которые дает физика, имея в виду прежде всего две теории относительности Эйнштейна. При этом я не буду предполагать, что основания математических и физических теорий, которые я оставляю за кадром, могут также обосновывать какие-то философские выводы.

4. Точки зрения (картезианская рациональность)

Понятие *системы координат*, которое обычно связывают с именем Декарта, позволяет интерпретировать евклидову геометрию как релятивистскую теорию в новом смысле. Декартова система координат представляет собой простую геометрическую конструкцию, которая позволяет установить взаимнооднозначное соответствие между точками евклидова пространства и тройками (в случае трехмерного пространства) действительных чисел, которые называют *координатами* точек. Это позволяет поточечно описывать (кодировать) геометрические объекты с помощью чисел (Примечание 2). Одна и та же геометрическая точка имеет разные координаты в разных системах координат. Более того, любая тройка чисел представляет любую наперед заданную точку в некоторой системе координат. Число возможных систем координат в данном пространстве бесконечно. Это множество систем координат, каждая из которых дает свое собственное описание пространства, можно сравнить с бесконечным множеством языков, где все языки используют одни и те же слова (действительные числа), обозначая ими разные вещи. Как при этом избежать путаницы?

Существует два подхода к решению этой проблемы. Первый подход основан на обобщении понятия отношения, рассмотренного в предыдущем разделе. Идея состоит в том, чтобы найти какое-то отношение между координатами точек, которое не зависило бы от выбранной системы координат. Отношение здесь не нужно понимать в прежнем математическом смысле. Подходящим математическим понятием отношения оказывается то, что математики неформально называют "соотношением", понимая под этим алгебраическое выражение, в которое нужные величины входят в качестве переменных. (Отношение в прежнем смысле является частным случаем соотношения.) Если посмотреть, как меняются координаты отдельной фиксированной точки при изменении системы координат, то такое постоянное соотношение между координатами найти не удается - каждая координата данной точки меняется независимо от другой и может принимать любое значение. Однако если зафиксировать пару точек, то ситуация меняется: если данное пространство является евклидовым, нужное соотношение представляет собой формулу для вычисления расстояния между данными точками по их координатам, которая следует из теоремы Пифагора. (Я предполагаю для простоты, что все рассматриваемые системы координат используют одни и те же единицы длины, и что все они являются ортонормированными.) Очевидно, что расстояние между точками не зависит от выбранной системы координат, и что сохранение расстояний между произвольными точками в евклидовой геометрии гарантирует сохранение всех других геометрических свойств. Это показывает, что если работать с длинами отрезков в произвольной системе координат, то результаты не будут зависеть от выбора этой системы координат, то есть можно выбирать ту систему, которая в данной ситуации оказывается наиболее удобной. В отличие от античной геометрии исключающей свободный выбор эталонов, в картезианской геометрии свободный выбор системы координат (включающий в себя выбор эталонов) не исключается, а только "нейтрализуется" приведенным выше аргументом как в обычной измерительной практике.

Используя аналогию между системами координат и языками, идею этого подхода можно объяснить так. Предположим, что у нас есть языки A и B, и что оба эти языка содержат имена "Маша" и "Ваня", причем Маша на языке A это Ваня на языке B, а Ваня на языке A это Маша на языке B. Кажется, что о Маше и Ване нельзя сказать ничего содержательного, если не уточнить, какой именно язык при этом используется. Однако это не так. Например, предложение "Ваня и Маша любят друг друга" может иметь в обоих языках один и тот же смысл (при условии, что слова "и", "любят" и "друг друга" используются в языках A и B одинаково). Идея первого подхода состоит в том, чтобы научится строить предложения такого рода.

Второй подход состоит в том, чтобы научиться переходить из одной системы координат в другую. Указание на то, что расстояния между точками не зависят от выбранной координат, не дает непосредственного решения этой последней задачи. Ее оказывается проще решить в рамках новой схемы, которая представляет для нас самостоятельный интерес. Физики часто интерпретируют системы координат как "точки зрения", которые могут быть приписаны различным физическим наблюдателям; смысл такой интерпретации является очевидным, когда речь идет о пространственно-временных координатах. Эта интерпретация оказывается полезной для наших целей. Множество декартовых систем координат в данном евклидовом пространстве мы будем интерпретировать как множество точек зрения. Все эти точки зрения являются абсолютно прозрачными друг для друга: в поле зрения каждой из них находится любая другая и все то, что находится в поле зрения этой другой точки зрения. Если теперь выбрать некоторую точку зрения (фиксировать систему координат) A и рассмотреть в A некоторую другую точку зрения (систему координат) B и некоторую независимую точку X, то становится ясно каким образом точка X выглядит с точки зрения B (то есть каковы координаты X в системе B). Это дает искомые правила перехода.

(Фиксируя язык *A* как язык описания, можно (частично) описать язык *B* следующим образом: на языке *B* "Ваня" это Маша, а "Маша" это Ваня. Отсюда сразу ясно, как нужно осуществлять перевод с *A* на *B* в подходящих случаях. Обратите внимание на то, что соответствующее описание *A* на языке *B* ничем не отличается от описания *B* на языке *A* (Примечание 3).)

Установив такие правила для каждой пары систем координат (точек зрения) можно упростить всю конструкцию, отказавшись от идеи о том, что в основании всех этих систем лежит старое доброе евклидово (или какое-то другое) геометрическое пространство. Действительно, если для каждого представления *P***A** полученного с точки зрения *A* задано определенное представление ***PB*** соответствующее точке зрения *B*, то предположение о том, что этим представлениям соответствует некий объект, заданный независимо от любой точки зрения, оказывается в математическом смысле излишним. Таким образом, мы приходим к упрощенному варианту монадологии Лейбница: картезианские монады (точки зрения) в отличие от монад Лейбница полностью прозрачны друг для друга. Если же идея о существовании объектов независимых от точек зрения на эти объекты представляется важной по метафизическим и эпистемологическим соображениям, как это имеет место в физике, то такие объекты могут быть реконструированы на основе правил перехода между различными точками зрения. Эти правила можно также назвать правилами корректного *перевода* или корректного *преобразования* точек зрения. При этом важную роль начинает играть понятие *инварианта* данного типа преобразований, то есть величины, которая не изменяется при переходе от одной точки зрения (системы координат) к другой. Как мы уже видели, таким инвариантом может быть расстояние, которое таким образом можно рассматривать как величину независимую от выбора точки зрения (системы координат).

Собственно в этом и состоит принцип работы релятивистской схемы (рациональности), которую я называю *картезианской* . Эта схема предполагает наличие множества различных точек зрения и правил преобразования этих точек зрения друг в друга допускающих существование инвариантов этих преобразований. Картезианская схема может быть реализована в ньютоновой механике, если под точками зрения иметь в виду инерциальные системы координат, а под преобразованиями точек зрения иметь в виду преобразования Галилея, сохраняющие пространственные и временные интервалы (но не абсолютные значения пространственных и временных координат) и ускорения. Эта очевидная релятивистская интерпретация ньютоновой механики стала общепринятой только после работ Эйнштейна, хотя ее историю можно проследить вплоть до Галилея. Ньютон, как известно, настаивал на необходимости понятий абсолютного пространства и абсолютного времени. В том, что касается физической стороны дела (не говоря о философской) главная трудность релятивистской интерпретации ньютоновой механики состоит в том, что она касается только инерционных систем координат, а не всех систем координат допустимых математически и физически. Как показывает опыт (в частности, знаменитый опыт Ньютона с ведром воды), физическая относительность в рамках данной теории является более ограниченной, чем кинематическая относительность, основанная на чисто геометрических соображениях подобных приведенным выше. Для Ньютона и многих его последователей это было решающим аргументом в пользу того, чтобы считать относительность движения математической фикцией, не имеющей физического смысла.

Специальную теорию относительности, где базовым инвариантом является *пространственно-временной интервал* между событиями, можно было бы считать образцовой реализацией понятия картезианской релятивистской схемы в физике, если бы не один важный нюанс, который состоит в том, что эта теория допускает события, лежащие вне области возможных наблюдений данного наблюдателя. Другими словами, в этой теории возможные точки зрения уже не являются полностью прозрачными друг для друга. Физически это связано с постулируемой невозможностью передачи сигнала быстрее скорости света, а математически это связано с тем, что пространство-время в Специальной теории относительности предполагается не евклидовым, а псевдо-евклидовым. В следующем разделе мы увидим, как ограничение прозрачности приводит к новой релятивистской схеме, которая используется в Общей теории относительности.

Несмотря на это несоответствие Специальная теория относительности важна для моего понятия картезианской релятивистской схемы, поскольку именно в рамках этой теории инвариантность относительно допустимых преобразований координат явно интерпретируется как физическая *объективность* (Примечание 4). Понятие объективности как инвариантности относительно преобразований точек зрения может быть использовано в любой картезианской схеме. Благодаря этому понятию объективности такая схема позволяет преодолеть релятивистский скепсис. Однако картезианская схема не позволяет конструировать объективность, полностью вынося многообразие точек зрения за скобки подобно тому, как классическая рациональность полностью выносит за скобки эталоны. Инвариант преобразования в определенном смысле является независимым по отношению к тому, что преобразуется; объект не зависит от точки зрения на этот объект. (Я употребляю здесь термин "объект" в старом схоластическом смысле "объективной вещи", а не просто как синоним слова "вещь".) Но инвариант преобразования не является вполне независимым по отношению к самому этому преобразованию, поскольку, не имея в виду этого преобразования, невозможно составить понятие об его инвариантах. Это верно не только в общефилософском, но и в техническом математическом смысле: разные преобразования допускают разные инварианты или не допускают никаких. (В шестом разделе мы будем рассматривать именно последний случай и увидим, что он не является ни экзотическим, ни безнадежным. Говоря о картезианских схемах, мы предполагаем, что инварианты преобразований всегда существуют. В противном случае картезианская схема не работает.) В картезианской схеме понятие объективности определяется классом допустимых преобразований точек зрения. Например, в ньютоновой механике ускорения частиц объективны, а скорости нет, поскольку преобразования Галилея сохраняют ускорения, но не сохраняют скорости. А о преобразованиях, в свою очередь, бессмысленно говорить, не имея в виду того, *что* преобразуется (по крайней мере, это невозможно в рамках данной схемы). Поскольку в случае картезианской схемы речь идет о преобразованиях точек зрения друг в друга, объекты и точки зрения оказываются здесь взаимосвязанными.

Чтобы лучше увидеть разницу между классической и картезианской рациональностью полезно вернуться к примеру из первого раздела. То, что Москва больше Калининграда, это объективный факт. Чтобы обосновать это утверждение, достаточно указать на какую-нибудь разумную процедуру сравнения городов (по численности населению, площади, или другому параметру). Мнения Андрея и Лены по поводу вопроса "Является ли Калининград большим городом?" как и сам этот вопрос не имеют никакого значения для соответствующего понятия объективности. Такое понятие объективности естественно связать с классической рациональностью. Как мы только что видели, картезианская рациональность и соответствующее картезианское понятие объективности устроены иначе. Поскольку каждая картезианская точка зрения полностью представляет каждую другую, все эти точки зрения эквивалентны. Однако эквивалентность не означает тождества: отождествляя различные точки, зрения мы теряем основной принцип работы картезианской рациональности, а именно принцип инвариантности по отношению к переходам от одной точки зрения к другой. Поэтому картезианскую объективность невозможно связать с "точкой зрения вечности" или чем-то подобным. В этом состоит основной эпистемологический посыл релятивистской трактовки ньютоновой механики и Специальной теории относительности. Впрочем, споря с точкой зрения вечности, не нужно забывать о том, что классическая рациональность, так же как и картезианская, является релятивистской схемой и по-своему реализует идею относительности.

Проблема отождествления различных картезианских точек зрения на самом деле является более тонкой. Поскольку в картезианской схеме каждая точка зрения полностью представляет любую другую, переходы между этими точками зрения могут быть точно описаны как преобразования одной из них в себя. Это позволяет полностью сохранить структуру преобразований, на которой держится картезианское понятие объективности, и в то же время все свести к единственной точке зрения (которую, впрочем, уже нельзя отождествлять с точкой зрения вечности). В евклидовой геометрии это влечет за собой эквивалентность (точнее говоря, очень простую двойственность) между преобразованиями координат, с одной стороны, и преобразованиями самого геометрического пространства в себя, с другой стороны. Физики различают эти два вида преобразований как *пассивные* (изменения точки зрения на физический объект) и *активные* (изменения объективного пространства) (Примечание 5). Однако это различие, которое с точки зрения физических приложений является очевидным и фундаментальным, с математической точки зрения оказывается несущественным. Обычный подход в математике состоит в том, чтобы в подобных случаях рассматривать математические конструкции и объекты (включая пространства) "с точностью до эквивалентности": это позволяет математикам обходиться с понятием тождества математического объекта так же свободно, как это обычно делается в наивной арифметике, где на всякое число можно посмотреть и как на уникальный объект, и как на тип объектов, представленных в любом нужном числе копий. С математической точки зрения оказывается важным вопрос не о том, идет ли речь о преобразованиях координат или о преобразовании пространства, и тем более не о том, имеем ли мы дело с одной системой координат и одним пространством или с классами их эквивалентных (изоморфных) копий, а о том, какова алгебраическая структура этих преобразований и какие у этих преобразований инварианты. Кажется, что в этой ситуации проще всего говорить о преобразованиях в себя единственного геометрического пространства и описывать эти преобразования с помощью единственной системы координат, считая ее произвольно выбранной. Тогда преобразования можно считать относительными, а вопрос о том, что именно тут меняется не имеющим смысла: если фиксировать пространство, то будет меняться система координат, а если фиксировать систему координат, то будет меняться пространство. Однако этот обычный школьный взгляд на самом деле представляет собой путаницу понятий, в которой картезианский подход смешан с классическим. Если систему координат понимать классически как конструкцию в данном геометрическом пространстве, то ее невозможно фиксировать независимо от этого пространства. Если же понимать пространство в картезианском смысле как инвариантную структуру, то о нем вообще невозможно говорить, как о чем-то данном независимо от систем координат и их преобразований. Поэтому более последовательным картезианским описанием данной ситуации будет следующее: мы начинаем с любого произвольного представления пространства (которое только еще предстоит сконструировать), а затем снабжаем это представление группой преобразований в себя, которая собственно и превращает это представление в искомое пространство. Идея такой конструкции геометрического пространства была впервые четко сформулирована в "Эрлангенской программе" Клейна. Аналогичную редукцию картезианской схемы можно попытаться проводить и в других случаях. Для эпистемологии это дает интересную возможность диверсифицировать понятия объективности, связывая различные типы объективности с различными группами преобразований (и имея в виду, что все эти типы объективности относятся к более общему понятию картезианской объективности). Это, разумеется, можно делать и без всякой редукции, однако редукция показывает роль группы преобразований в картезианской схеме более выпукло. Во всяком случае, именно с помощью подобного рода конструкций теоретико-групповые методы обычно применяются в геометрии и физике.

Я думаю, что формальная возможность описывать преобразования картезианских точек зрения как преобразования одной такой точки зрения в себя, проливает свет на понятие *я* у Декарта и на то, что во французской философской традиции принято называть более общо *философией субъекта*. Картезианская философия *я* основана на подобном принципе: сформулировать универсальные принципы разума, не выходя за пределы собственной точки зрения, но особым образом превращая эту точку зрения во всеобщею. Такой подход порождает в философии систематическую двусмысленность, касающуюся тождества и различия точек зрения, подобно тому, как это происходит в геометрии. Когда Декарт говорит "я мыслю и следовательно существую" он говорит лично о себе, но одновременно имеет в ввиду и любое другое мыслящее существо (другое *я*). Однако *я* не отождествляется при этом с всеобщим космическим умом, к которому каждое мыслящее существо может быть в каком-то смысле причастным. В этом состоит фундаментальная разница между классической и картезианской рациональностью. Другое *я* должно оставаться другим, даже если оно ничем не отличается от моего собственного. Используя математический жаргон, можно сказать, что различные *я* отождествляются у Декарта "с точностью до эквивалентности", и что такой особый способ отождествления оставляет *я* множественными.

Чтобы реализовать принцип тождества неразличимых, Лейбниц лишил свои монады прозрачности. Однако Кант и последующая трансцендентальная философия последовали в этом отношении за Декартом: проблема тождества трансцендентального субъекта очень близка к проблеме тождества картезианского *я*. Эта одна из причин, которая заставляет меня считать, что рассмотренное в следующем разделе математическое понятие *риманова многообразия*, в котором картезианский принцип прозрачности существенно ослаблен, имеет общефилософское, а не только математическое и физическое значение (Примечание 6).

5. Многообразия (риманова рациональность)

Понятие риманова многообразия широко известно под броским названием кривого (или искривленного) пространства. Оно было введено Риманом в 1854 году (см. Riemann 1854), а в 1916 это понятие было использовано Эйнштейном в Общей теории относительности (Einstein 1916). Тогда как Специальная теория относительности основана на картезианской рациональности, Общая теория использует более общую рациональность, которую я буду называть *римановой*. На это различие между двумя теориями философы до сих пор обращали недостаточно внимания. Возможная причина такого положения дел состоит в том, что это различие трудно или даже невозможно увидеть, если не обращать внимания на математическую сторону дела. С другой стороны, как я постараюсь показать, различие между картезианской и римановой геометрией достаточно проясняет суть вопроса, даже если принять во внимание только самые общие принципы физической и философской интерпретации соответствующих геометрических понятий вроде идеи о том, что с каждой системой пространственно-временных координат связан физический наблюдатель и особая точка зрения. При этом можно на время отвлечься о того, что в Общей теории относительности риманово многообразие интерпретируется как пространство-время, и понимать под многообразием особым образом сконструированное пространство, как это обычно делается в геометрии (и как это делал сам Риман). Риманова схема получается из картезианской в результате ослабления принципа прозрачности. В новой схеме мы будем предполагать, что каждая точка зрения представляет не все, а только "соседние" точки зрения. Удаленные точки зрения находятся за пределами *горизонта*, который у каждой точки зрения свой. Обычное понятие горизонта (как предела видимости обусловленного шарообразной формой Земли) имеет прямое отношение к делу (Примечание 7). Множество наблюдателей, расположенных в различных точках земного шара, каждый из которых может непосредственно наблюдать только ограниченное число других наблюдателей, это модель многообразия (хотя и лишенная некоторых важных деталей), а не просто метафора. Как мы видим, понятие многообразия включает в себя важное различие между *локальными* и *глобальными* свойствами: локальными называются свойства окрестности, находящейся в пределах видимости данного наблюдателя, а глобальными называются свойства, которые относятся ко всему многообразию целиком как, например, шарообразная форма Земли. Впрочем, в данном примере о Земле не нужно думать как о шаре, свободно плавающем в бесконечном евклидовом пространстве. Смысл понятия риманова многообразия состоит как раз в том, чтобы описывать подобные конструкции с различными глобальными свойствами, не прибегая для этого к внешнему пространству (Примечание 8).

Всякая точка зрения в римановой схеме допускает преобразования в себя, как и в картезианском случае. Физики называют такие преобразования в себя *локальными симметриями*. Однако в отличие от картезианского случая эти локальные симметрии уже не эквивалентны переходам от одной точки зрения к другой. (С новой точки зрения можно сказать, что картезианская схема допускает *глобальные* симметрии, тогда как риманова схема, вообще говоря, нет.) Переходы между различными точками зрения осуществляются в римановом случае следующим образом. Для каждой точки зрения существуют простые правила перехода на каждую из *соседних* точек зрения (в Общей теории относительности такие правила задаются с помощью математического понятия *тензора*.) При этом, как и следовало ожидать, предполагается, что переход *A-->B* и последующий переход *B-->C* дает переход *A-->C*. Предположим, что это дает возможность переходить от любой точки зрения к любой другой (именно этот случай рассматривается в физике, хотя математически можно рассмотреть и более общий случай, в котором данное условие не выполняется). Предполагая все возможные переходы между различными точками зрения обратимыми, можно теперь установить эквивалентность различных точек зрения, как и в картезианском случае. (Я вернусь к обсуждению условия обратимости в следующем разделе и покажу, как это условие связано с эквивалентностью.) Однако в римановой схеме точки зрения оказываются различенными гораздо более сильно, чем в картезианском случае. Дело не в том, что у них появляются какие-то внутренние свойства, по которым их теперь можно различать. Все дело в более сложном механизме перехода от одной точки зрения к другой. Можно предположить, как это и делается в Общей теории относительности, что локально все точки зрения устроены совершенно одинаково. Дополнительная структура возникает за счет того, что у разных точек зрения могут быть разные соседи. Такого рода структуры в математике называют *топологическими*.

От точки зрения A к точке зрения Z можно, вообще говоря, переходить через различные промежуточные пункты. Такие траектории естественно отождествить с *движущимися* наблюдателями. Представим себе путешественника передвигающегося между неподвижными наблюдателями расположенными на поверхности земного шара и принимающего каждый раз точку зрения того наблюдателя, рядом с которым он в данный момент находится (и получающего каждый раз инструкцию, каким образом добраться от данного неподвижного наблюдателя до любого соседнего). Такой движущийся наблюдатель, если он обладает памятью, может обнаружить вещи, принципиально недоступные для наблюдения с неподвижной точки зрения. Например, он может обнаружить, что Земля круглая. Движущийся наблюдатель, который живет на бублике, тоже может об этом узнать, даже если вне бублика ничего нет и посмотреть на этот бублик со стороны принципиально невозможно. Наблюдатель на бублике в отличие от наблюдателя на сфере может также заметить, что в его мире существуют замкнутые траектории, которые невозможно непрерывным образом стянуть в точку. Ясно, что если теперь попытаться отождествить все точки зрения (либо напрямую, либо даже "с точностью до эквивалентности" как в картезианском случае), то все эти глобальные свойства станут принципиально ненаблюдаемыми.

Таким образом риманова релятивистская схема оказывается гораздо более богатой, чем картезианская. Она по-прежнему гарантирует эквивалентность всех точек зрения, но уже не в прежнем смысле. Чтобы яснее увидеть это различие лучше отказаться от идеи движущегося наблюдателя. Хотя это понятие удобно для физики (впрочем, нужно иметь в виду, что поскольку релятивистская физика имеет дело с пространством-временем, а не с пространством, понятие движения приобретает там специальный смысл) сказанное можно полностью сформулировать в терминах неподвижных наблюдателей (точек зрения) и их *коммуникации* (преобразований точек зрения). Фундаментальное различие состоит в том, что в римановом случае структура допустимых преобразований точек зрения уже не сводится к структуре преобразований любой из этих точек зрения в саму себя. Понятие инвариантности по отношению к преобразованиям точек зрения в римановом случае применимо в прежнем смысле только к локальным симметриям. Глобальная эквивалентность точек зрения остается эпистемологически важной, поскольку она позволяет по-прежнему считать все точки зрения равноправными. Однако в римановой схеме этой глобальной эквивалентности уже не достаточно для обоснования понятия объективности, поскольку нам хочется считать глобальные свойства многообразий (например, шарообразность Земли или глобальную структуру физического пространства-времени) объективными, а эти свойства как правило оказываются ненаблюдаемыми с любой локальной точки зрения. В Общей теории относительности глобальное понятие объективности (независимости от локальных условий наблюдения) связывается не с понятиями эквивалентности и инвариантности как в картезианском случае, а с новым понятием *ковариантности.* (При этом картезианское понятие объективности сохраняется в качестве локального вместе со Специальной теорией.) Объяснить разницу между инвариантностью и ковариантностью в случае Общей теории относительности не прибегая при этом к математическим подробностям оказывается непросто, тем более что ни Эйнштейн, ни его последователи никогда не пытались артикулировать различный эпистомологический смысл этих двух понятий. Поэтому я отложу обсуждение понятия ковариантности до следующего раздела, где мы рассмотрим еще более общую релятивистскую схему, в которой инвариантность в общем случае оказывается вообще невозможной, а понятие ковариантности не только сохраняется, но и становится гораздо более прозрачным как в чисто математическом, так и в эпистемологическом плане. За неимением лучшего я пока буду просто отождествлять понятие риманова объекта (в схоластическом смысле) с самим многообразием, как это обычно делают физики. Как показывает знаменитый "аргумент дырки", выдвинутый еще самим Эйнштейном, такой наивный взгляд является проблематичным (см. Norton 2004), однако обсуждение этого аргумента завело бы нас сейчас слишком далеко.

Несмотря на свою неполноту, наше понятие римановой рациональности позволяет сделать некоторые важные выводы критического характера. Это понятие, на мой взгляд, ясно указывает на недостаточность трансцендентального подхода в философии вообще и в философии науки в частности. Можно согласиться с Кантом и его последователями в том, что, говоря об обосновании знания (а не психологических, социальных и прочих аспектах научной деятельности), необходимо выносить индивидуальные и групповые особенности мышления за скобки и считать мыслящих субъектов в подходящем смысле одинаковыми. (Впрочем, как станет ясно в следующем разделе, это не является обязательным свойством коллективной рациональности.) Однако отсюда вовсе не следует, что структура мышления абстрактного научно мыслящего субъекта может адекватно представлять глобальную структуру коллективной научной рациональности. Даже если структура коммуникации мыслящих субъектов действительно позволяет их отождествить "с точностью до эквивалентности рассудка" и дать на этой основе хорошо обоснованное понятие трансцендентального субъекта, такое отождествление, как показывает пример Общей теории относительности, может привести к тому, что глобальные характеристики коллективного мышления останутся просто-напросто незамеченными. Отождествляя наблюдателей в Общей теории относительности с точностью до их эквивалентности, мы получаем Специальную теорию, которая верна локально, но неправильно описывает удаленные события и вообще ничего не говорит о глобальных топологических свойствах пространства-времени. Таким образом, даже делая упрощающее предположение об эквивалентности всех мыслящих существ, можно ставить вопрос о глобальной структуре коллективного мышления, если относится более внимательно к понятиям коммуникации и интерсубъективности и не делать картезианского допущения о полной прозрачности всех мыслящих существ по отношению друг к другу (которое, мягко говоря, не выглядит реалистичным). Тот факт, что в трансцендентальной философии такие вопросы обычно даже не ставятся, на мой взгляд, сильно ограничивает ее возможности.

Сравнение двух теорий относительности также позволяет увидеть общую границу картезианской и римановой рациональностей. В римановой схеме, как и в картезианской, объект мыслится чем-то похожим статую, которую рассматривают с разных точек зрения. В картезианском случае делается дополнительное предположение о том, что зрители обладают волшебной способностью видеть все детали статуи одновременно независимо от того, где эти зрители находятся (притом, что разные зрители видят эти детали по-разному). В случае римановой схемы, наоборот, считается, что зрители страдают крайней степенью близорукости, так что каждый из них может видеть только маленький участок поверхности статуи непосредственно у себя под глазами, и таким образом, оставаясь на месте, не может составить ни малейшего представления о том, как выглядит вся статуя. (Можно считать посетителей риманова музея слепыми, исследующими статую на ощупь.) Естественно поставить вопрос о возможности промежуточных рациональностей, которые могли бы заполнить спектр между этими двумя предельными случаями. Однако вместо этого я сейчас попытаюсь обобщить понятие рациональности в другом направлении и представить новую схему, в которой объекты не обязаны быть похожими на статуи.

6. Топосы (категорная рациональность)

Говоря о категорной рациональности, я имею в виду математическую теорию категорий, которая имеет мало общего с философским понятием категории в смысле Аристотеля или Канта. На самом деле это общая теория преобразований, которые в теории категорий называют *морфизмами*. Категория состоит из класса *объектов*, которые принято обозначать заглавными латинскими буквами A, B, C,..., и классов морфизмов, заданных для каждой упорядоченной пары объектов. Морфизмы обычно обозначают строчными латинскими буквами f, g, h, ... , а также с помощью стрелок, что позволяет указать на соответствующие объекты. Если дан морфизм f:A-->B , то объект A называется *источником* , а объект B называется *целью* морфизма f. На морфизмах задается частичная операция *композиции* : морфизм f:A-->B за которым следует морфизм g:B-->C дает новый морфизм fg:A-->C. Операция композиции морфизмов является только частичной, поскольку, вообще говоря, не из любых двух морфизмов, имеющихся в данной категории, можно составить композицию: композиция fg существует тогда (и только тогда), когда цель морфизма f совпадает с источником морфизма g. Если иметь в виду, что морфизмы это преобразования объектов, а композиция морфизмов это результат последовательного применения преобразований, то данное требование выглядит совершенно естественным. Композиция морфизмов предполагается ассоциативной как любая обычная алгебраическая операция, то есть $f(gh) = (f)gh$ всегда, когда эти композиции существуют. (На самом деле, если существует левая композиция, то существует и правая.) Наконец, для каждого объекта A задается специальный морфизм из A в A (в самого себя) называемый *тождеством объекта A* (обозначение: id_A), который обладает следующим свойством: композиция тождества A с любыми морфизмами *входящими* в A и *выходящими* из A оставляет эти входящие и выходящие морфизмы без изменения. (Определения входящего и выходящего морфизма являются очевидными.) На этом определение понятия категории закончено. Из него немедленно следует, что всякий объект обладает единственным тождеством (Примечание 9). Напомним, что тождество объекта в теории категорий это не отношение в обычном логическом смысле, а морфизм, который оставляет соответствующий объект "как есть". Впрочем, понятие морфизма можно считать другим выражением идеи отношения, если понимать эту идею в широком философском смысле.

Интуитивно категория представляет собой класс объектов, которые изменяются, причем некоторые из этих изменений сохраняют тождества объектов (морфизмы вида $A\text{-->}A$, которые сами не являются тождественными), тогда как другие "превращают" данный объект в другой объект (морфизмы вида $A\text{-->}B$). Разумеется, чтобы эффективно работать с математическим понятием категории (то есть, чтобы избежать ситуации, когда все превращается во все), нужно либо задавать объекты, морфизмы и композицию морфизмов внешними средствами (например, говоря, что объекты это множества, а морфизмы это функции и предполагая эти понятия известными), либо специфицировать категории "чисто категорно", требуя равенства и существования определенных морфизмов. Однако для наших целей пока достаточно самого общего определения категории, которое дает нам более точное понятие преобразования, чем то, которое мы использовали выше. Как мы сейчас увидим, категорное понятие преобразования (морфизма) является также более общим. Это и позволит нам расширить понятие релятивистской схемы.

Преобразования точек зрения (переходы с одной точки зрения на другую) в картезианской и римановой схемах всякий раз приводят к эквивалентности этих точек зрения. В случае картезианской схемы эта эквивалентность лежит в основании соответствующего понятия объективности: все картезианские точки зрения представляют одни и те же объекты, хотя и по-разному (именно в этом смысле они эквивалентны); объект понимается здесь как инвариант преобразования любой данной точки зрения в любую другую. В случае римановой схемы роль эквивалентности меняется, но само предположение о том, что возможность перехода от одной точки зрения к другой влечет их эквивалентность, остается в силе. Между тем легко видеть, что существование морфизма $f{:}A\text{-->}B$ для данной упорядоченной пары объектов категории (которые мы будем также интерпретировать как точки зрения) не является отношением эквивалентности, поскольку оно не симметрично. (Я напоминаю, что отношением эквивалентности называется любое бинарное отношение, которое рефлексивно, симметрично и транзитивно. Отношение эквивалентности разбивает класс объектов, на котором оно определено, на непересекающиеся подклассы эквивалентных объектов как, например, в случае отношения "быть одинакового цвета".) Однако если преобразования точек зрения не приводят к их эквивалентности, то у этих преобразований не может быть и инвариантов в обычном смысле. Это сразу следует из того, что "иметь общие инварианты преобразований" является отношением эквивалентности, заданным на классе преобразуемых точек зрения. Таким образом, если точки зрения оказываются не эквивалентными, не остается ничего объективного в картезианском смысле. Получается, что категорное понятие преобразования как морфизма является действительно более широким. Это означает, что в картезианской и римановой схемах преобразования точек зрения обладают каким-то дополнительным свойством, которое и позволяет устанавливать эквивалентность.

Это свойство называется *обратимостью*. Говоря о преобразованиях точек зрения в предыдущих разделах этой работы, мы всякий раз предполагали обратимость этих преобразований, причем обычно неявно. Говоря о переходе от A к B мы всякий раз предполагали возможность обратного перехода от B к A. На самом деле требование обратимости является гораздо более сильным. Рассматривая статую поочередно с двух точек зрения A, B, мы не только можем переходить от A к B и наоборот, но мы также можем быть уверены, что переход A --> B -->A возвращает нас в исходную ситуацию, то есть, что статуя не изменилась за то время, пока мы были в B. То же самое касается перехода B --> A -->B. Именно такое сильное предположение о преобразованиях точек зрения делается в картезианском и римановом случаях, и именно поэтому объекты в этих схемах похожи на статуи. На языке теории категорий понятие обратимого преобразования может быть точно определено следующим образом. Морфизм f:A-->B называется *обратимым* или иначе *изоморфизмом*, если существует морфизм g:B-->A такой что $fg = id_A$ и $gf = id_B$ (каждое из этих двух условий само по себе не является достаточным). Обратите внимание на то, что изоморфизмом в теории категории называют морфизм (преобразование) особого рода, а не отношение в логическом смысле. Впрочем, существование *обратимого* преобразования для данной упорядоченной пары объектов является отношением эквивалентности, которое часто тоже называют изоморфизмом. Поскольку в картезианской и римановой схемах преобразования точек зрения предполагаются обратимыми, все эти точки зрения оказываются эквивалентными (изоморфными) (Примечание 10).

Предположение об обратимости процессов играет довольно необычную роль в нашей интуиции. С одной стороны, в обыденной жизни мы постоянно сталкиваемся с процессами вроде битья посуды или рождения и смерти, которые кажутся необратимыми. С другой стороны, когда мы имеем дело с наукой и особенно с математизированной наукой, мы почти всегда явно или неявно предполагаем обратимость. Говоря о движении в обычном механическом смысле, мы всегда предполагаем движение обратимым. Обычное математическое представление движения из пункта A в пункт B всегда предполагает возможность вернуться из B в A, причем так, что ситуация в A оказывается точно такой же как и раньше. Это верно не только для евклидова пространства, но и для любого риманова многообразия. Отсюда сразу следует, что любой физический процесс описываемый в терминах механического движения волн или частиц оказывается обратимым. Можно пытаться накладывать на такие модели условие необратимости как дополнительное, но это уже не будет выглядеть убедительным.

Можно указать на то, что, говоря о необратимых процессах, нужно использовать понятие времени, а не только понятие пространства. Однако проблема заключается в том, что обычная интуиция, связывающая течение времени с необратимыми процессами, до сих пор не имеет хорошего математического выражения. Хотя риманово многообразие интерпретируется в Общей теории относительности как физическое пространство-время, с математической точки зрения это все-таки пространство. Пространство-время Общей теории относительности допускает области называемые черными дырами, в которые можно попасть, но нельзя выйти, только в качестве исключительного случая, причем эти области, строго говоря, уже не принадлежат самому этому пространству-времени. Если мы теперь попробуем отказаться от условия универсальной обратимости траекторий, допуская обратимость только как особый случай, то получится, что все пространство-время нужно мыслить как сплошную черную дыру, в которой могут быть отдельные островки обратимости, напоминающие обычное пространство. Впрочем, здравый смысл восстает против такой драматизации необратимости. Я возвращаюсь в Москву после нескольких лет отсутствия и вижу, что многое в этом городе изменилось. Хотя мои путешествия не являются в точном смысле обратимыми (я не могу вернуться в собственное прошлое), я знаю, что возвращаюсь в тот же город. В этой ситуации нет ничего необычного. Странно то, что ее оказывается так сложно описать математически.

Кант связывал интуицию времени с понятием натурального числового ряда, и мне это замечание кажется важным, поскольку оно показывает, что интуиция времени может играть фундаментальную роль в математике. Но этого замечания, разумеется, недостаточно, чтобы построить полноценную теорию, допускающую возможность необратимых физических процессов. Согласно общепринятой точке зрения, необратимых фундаментальных физических процессов не существует. Этот взгляд многократно подвергалась критике, в частности Пригожиным (см. Пригожин 1985) и его последователями. Однако никто так и не смог предложить новой фундаментальной физической теории, в которой необратимые процессы было бы невозможно описать с помощью обратимых. Разумеется, это дело физиков решать существуют ли необратимые фундаментальные физические процессы или нет, однако, на мой взгляд, существенный аспект проблемы состоит в том, что если бы такие процессы даже существовали, их было бы невозможно описать с помощью тех математических средств, которыми обычно пользуются физики. Кроме того, как мы уже видели, отказ от предположения об универсальной обратимости процессов имеет существенные эпистемологические последствия, поскольку в этом случае картезианская рациональность, которая продолжает играть основную роль в современной науке, перестает работать (Примечание 11). Теория категорий, в которой понятие необратимого преобразования является базовым, может помочь построить новые физические теории, в которых фундаментальные необратимые процессы не исключались бы априори. На сегодняшний день таких законченных теорий еще нет, хотя в этом направлении идет активная работа. Поэтому, говоря о категорной рациональности, я не смогу больше опираться на готовые физические теории как в предыдущих случаях. Вместо этого я использую лингвистический пример, который не только еще раз укажет нам на эпистемологическую проблему, связанную с отказом от условия обратимости, но и подскажет ее решение.

Лингвистический *перевод* естественно определить как преобразование текстов, которое сохраняет их *смысл*. Если понимать перевод таким образом, то *пересказ* или *парафраза* оказывается частным случаем перевода. Сейчас для нас не важны различие смысла и значения и другие семантические тонкости. Важно, что перевод что-то сохраняет, то есть, что переводы допускают инварианты. Отсюда сразу следует, что все переводы обратимы (во всяком случае, если иметь в виду обычное понятие инварианта, о котором мы говорили раньше). Однако совершенно очевидно, что это, вообще говоря, не так. Для простоты я приведу пример дословного перевода, когда данное слово требуется перевести отдельным словом другого языка. В более общем случае ситуация усложняется, однако переводы не становятся при этом универсально обратимыми.

Русское слово "пороша", насколько мне известно, не имеет точного эквивалента в английском. Поэтому его правильным дословным английским переводом будет "snow". Переводя "snow" обратно на русский, мы получаем не "порошу", а "снег". Переводя "снег" опять на английский, мы снова получаем "snow". Таким образом, мы имеем следующие цепочки переводов: *пороша-->snow-->снег* ; *снег-->snow-->снег* и *snow -->снег -->snow*. Отсюда видно, что перевод *снег-->snow* является обртимым, а перевод *пороша-->snow* нет. В случае обратимого перевода ситуация ясная: русское слово "снег" и английское слово "snow" имеют одинаковый смысл. Что происходит со смыслом в случае необратимого перевода? Кажется естественным сказать, что в этом случае смысл передается только *частично*. Однако очевидно, что это неудачное описание ситуации. Что бы не представляли собой смыслы, их вряд ли можно делить на части. Понятие части работает несколько лучше, когда говорят об *объемах* понятий, однако известное правило, согласно которому чем больше объем понятия, тем меньше его содержание, не позволяет вычислять содержания понятий по данным объемам. Впрочем, дело здесь, скорее всего, вовсе не в частях. Выражения вроде "частичного сохранения смысла" употребляют потому, что используют понятие смысла, предполагающее обратимость перевода, а когда сталкиваются с необратимыми переводами, то хотят каким-то образом выразить идею о том, что этот перевод не вполне точный. Не претендуя на попытку построения систематической теории, я сейчас покажу как можно изменить понятие смысла, чтобы необратимые переводы можно было считать "обычными", а обратимые, наоборот, исключительными.

Чтобы это сделать, я буду придерживаться самого общего рецепта *категорификации*. Под категорификацией и имею здесь в виду представление понятий с помощью (математических) категорий. Рецепт состоит в следующем: сначала рассмотреть объем соответствующего понятия, а затем добавить подходящие морфизмы и определить их композицию так, чтобы в результате получилась категория. Объемы понятий обычно рассматриваются без всякой категорификации, поэтому ключевую роль в этом рецепте играют морфизмы и их композиция. Говоря о словах и текстах обычно имеют в виду списки слов и собрания текстов, говоря о смыслах имеют в виду множества смыслов. Итак, дело за морфизмами.

Вернемся к нашему примеру. Предположим, что вместо цепочки *пороша-->snow-->снег* мы имели бы цепочку *пороша-->X-->стол* . Что бы не стояло на месте *X* это уже нельзя было бы назвать правильным переводом. Действительно, рассматривая переводы слов как морфизмы, мы в первом случае получаем перевод *пороша-->снег*

который в рамках данной языковой игры можно рассматривать как правильную парафразу, а во втором случае неправильный перевод *пороша-->стол*. Это дает нам основной принцип необратимого перевода: переводы должны быть взаимно *согласованы*. Теория категорий позволяет придать этому требованию точный смысл. В данном примере речь идет о согласовании в очень простом смысле, а именно о том, чтобы переводы допускали композицию как категорные морфизмы. Эффективные модели используют более сложные конструкции, но принцип остается тем же.
В общей форме идею согласования можно выразить с помощью понятия *функтора*, то есть морфизма между различными категориями. Функтор переводит объекты в объекты и морфизмы в морфизмы сохраняя тождества объектов и композиции морфизмов. Под сохранением тождеств (то есть тождественных морфизмов) здесь имеется в виду, что тождества одной категории переводятся в тождества другой категории. Под сохранением композиции имеется в виду следующее. Пусть в категории K имеются морфизмы f:A-->B, g:B-->C и (следовательно) их композиция fg:A-->C и пусть дан функтор F:K-->K'. Тогда обозначая F(_) результат действия функтора F, имеем в категории K' следующие морфизмы: $F(f)$:$F(A)$-->$F(B)$, $F(g)$:$F(B)$-->$F(C)$ и $F(f)F(g)$:$F(A)$-->$F(C)$. Математики действительно обычно говорят в таких контекстах о сохранении операций и структур, но это выражение следует признать неудачным, поскольку оно заставляет думать об инвариантах обратимых преобразований. Однако на самом деле речь идет о другом. Например, из любой категории K существует единственный функтор в простую категорию ID, состоящую из единственного объекта A и единственного морфизма id_A. Какая бы ни была категория K указанные условия согласования (которые называют условиями *функториальности*) выполняются автоматически: все объекты категории K переходят в один и тот же объект A, все морфизмы категории K переходят в морфизм id_A, а все композиции морфизмов в K переходят в композицию id_A с самим собой. То есть G:K-->ID это действительно функтор. Однако довольно странно говорить, что G что-то сохраняет, поскольку действие G состоит в том, что в категории K , которая может быть сколь угодно сложной, все объекты сливаются в единственный объект A и все морфизмы сливаются в единственный морфизм id_A. Разумеется, функтор G является необратимым. Хотя математики обычно не путают общие морфизмы с изоморфизмами в конкретных ситуациях, в более общих вопросах эта неудачная терминология может легко сбить с толку. Используя понятие функтора, можно заранее считать всякий категорный объект категорией и всякий морфизм функтором подобно тому, как в аксиоматической теории

множеств Цермело-Френкеля всякий элемент множества считают множеством. Это упрощает теорию и делает понятие морфизма более прозрачным.

Возвращаясь теперь к вопросу о лингвистическом переводе, можно попытаться реконструировать естественные языки как самостоятельные категории, переводы как морфизмы между этими категориями, а затем попытаться добавить в эту большую лингвистическую категорию особый идеальный объект *S* такой, что для любого объекта *A* этой категории морфизм вида *A-->S* является единственным. Такого рода объекты называют в теории категорий *предельными*. Легко видеть, что если такой объект существует в некоторой категории, то он является единственным с точностью до изоморфизма (Примечание 12). Отождествляя теперь *S* с категорией *смыслов* можно было бы утверждать, что всякое правильное лингвистическое выражение на любом языке имеет единственный смысл, что хотя и не вполне реалистично, правильно, как мне кажется, отражает основную регулятивную идею, связанную с понятием смысла. Существование в лингвистической категории категории смыслов накладывает дополнительные условия на морфизмы этой категории, то есть на переводы между языками, и именно в этом состоит в данном случае роль понятия смысла: переводя *A-->B* нужно позаботиться о том, чтобы *B* имело тот же смысл, что и *A*. Однако при этом речь идет вовсе не о сохранении смысла как инварианта преобразования *A-->B* , а о том, чтобы композиция *A-->B-->S* действительно имела заранее фиксированный смысл, то есть совпадала с *A-->S* . Выражение "тот же смысл" указывает в новом контексте на то, что наша категория смысла является универсальной, то есть единственной для данной лингвистической категории. Эту единственность смысла, как я уже сказал, нужно понимать с точностью до изоморфизма как и в картезианском случае.

Этот пример показывает, что отказ от условия обратимости преобразований точек зрения хотя и влечет за собой отказ от принципа эквивалентности точек зрения, вовсе не означает отказа от любых универсальных конструкций, которые в физических теориях можно было бы отождествить с объективной реальностью. Предельный объект это самый простой пример универсальной категорной конструкции, и я сейчас не буду пытаться определить, какие другие универсальные категорные конструкции могут быть использованы в физических теориях. Понятие *ковариантности*, о котором шла речь в предыдущем разделе естественно отождествить с понятием функториальности (функтора). Интуитивно функториальность означает согласованность изменений в категории-источнике и категории-цели. В случае Общей теории относительности источником является пространство-время (Примечание 13), а целью - любая специальная физическая теория, описывающая какой-нибудь особый тип физических событий. Говоря неформально, условие ковариантности означает в данном случае требование того, чтобы эта специальная теория правильно описывала соответствующий тип событий независимо от их (относительного) положения в пространстве-времени. Однако это требование не следует понимать как инвариантность описания по отношению к преобразованиям пространственно-временных координат. Описание может меняться вместе с координатами, но согласно требованию ковариантности, эти два рода изменений должны быть точно согласованы. Понятие функториальности и возможные дальнейшие спецификации этого понятия позволяют точно сформулировать о какого рода согласовании идет речь. Впрочем, категорный анализ показывает, что одного понятия ковариантности еще не достаточно, чтобы сконструировать что-то похожее на объективность. Ведь функторов с требуемыми свойствами между двумя данными категориями может быть много, и утверждение о том, что функтор нужного типа существует, обычно не позволяет указать на конкретный функтор. Выход состоит в том, чтобы использовать универсальные конструкции как в приведенном выше примере.

Отказ от инвариантности в пользу ковариантности и универсальности (в категорном смысле) имеет важные следствия для логики и философии логики. Классическая и картезианская рациональности используют следующую идею: истинные предложения являются истинными независимо от точки зрения. Однако с этим можно поспорить, не будучи при этом скептиком. С моей точки зрения, сейчас идет дождь, однако Лена, которая звонила мне вчера в Москву из Калининграда, сказала, что сейчас дождя нет. Разумеется, в том, что сегодня в Москве идет дождь, а вчера в Калининграде была солнечная погода, нет никакого противоречия. Обычный взгляд на эту ситуацию состоит в том, что предложение "сейчас идет дождь" плохо построено, (то есть не является предложением в точном смысле слова) и ему невозможно приписать никакого истинностного значения, то есть оно ни истинно, ни ложно. Чтобы превратить это неполноценное предложение в хорошо построенное, нужно уточнить о каком именно времени и месте идет речь. Полученное предложение будет либо истинным всегда и везде, либо ложным всегда и везде как, например, предложение "5/08/2007, в14 часов в Москве идет дождь". (При этом настоящее время глагола "идет" предлагается понимать во вневременном смысле.) Однако это кажущееся очевидным решение нельзя считать универсальным , если принимать всерьез идею относительности пространства и времени, на которой основана современная физика. Ведь у нас нет и не может быть единой универсальной системы пространственно-временных координат, которая могла бы позволить приписать всякому событию точное место и время и вовсе не думать о других системах координат. Поэтому идея о том, что истинностные значения предложений могут зависеть от места, времени и точки зрения не является абсурдной. Если я говорю, что дождь идет, тогда и только тогда и там и только там, где и когда дождь действительно идет, я все время говорю правду. Понятно, что в этом случае ко мне нельзя предъявить моральных претензий. Но нельзя ли также избежать претензий эпистемологического толка? Это действительно можно сделать, если отказаться от идеи инвариантности истинностных значений и использовать вместо нее идею ковариантности, согласно которой истинностные значения предложений изменяются вместе с точками зрения подходящим образом. Однако эту последнюю идею не получается осуществить с помощью обычных средств. Заменим предложения "5/08/2007 в14 часов в Москве идет дождь" и "4/08/2007 в19 часов в Калининграде дождя нет" на следующее предложение: "предложение "идет дождь" ложно 5/08/2007 в14 часов в Москве и истинно 4/08/2007 в19 часов в Калининграде". Это, мало что меняет, поскольку это последнее предложение по-прежнему использует фиксированную систему пространственно-временных координат, а его истинностное значение приходится понимать в прежнем вневременном и внепространственном смысле. Получается только ненужное усложнение. Чтобы реализовать идею ковариантных истинностных значений, нужны другие средства.

Такие средства дает теория категорий. Чтобы их использовать, нужно перестать рассматривать логику в качестве универсальной априорной схемы и реконструировать ее внутри данной категории. Это оказывается возможным для категорий специального вида, называемых *топосами*. Самый простой (но не самый интересный) пример топоса это категория множеств, где объектами являются множества, а морфизмами являются функции. Внутренняя логика топоса множеств это обычная классическая логика, так что в этом случае мы не получаем ничего нового. Однако, несколько изменяя этот пример, а именно, заменяя обычные множества на "переменные множества", можно получить новые нетривиальные топосы. Простейшим примером переменного множества является пара (обычных) множеств вместе с некоторой функцией из одного множества в другое. Такую пару f: A-->B называют переменным множеством, имея в виду, что A и B представляют собой две стадии развития одного и того же (переменного) множества. В логике соответствующего топоса кроме истины и лжи появляется третье истинностное значение, которое с классической точки зрения естественно интерпретировать так: ложно на стадии *A*, но истинно на стадии *B* (или так: пока ложно, но скоро будет истинно). При этом истинностные значения понимаются здесь не просто как множество отдельных элементов, а как категория. Если относится всерьез к тому, что морфизм это преобразование, это означает, что истинностные значения меняются. Весь вопрос состоит по-прежнему в том, как именно они меняются. Однако теперь для ответа на этот вопрос мы пользуемся логической структурой топоса, а не какой-то другой логикой, взятой с потолка (более подробно о топосах см. Голдблатт 1983).

Можно, конечно, заметить, что для того, чтобы построить топос, да и просто понятие категории, нужно пользоваться какой-то логикой с самого начала. Это действительно так, однако из этого, на мой взгляд, не следует, что логика топоса оказывается в каком-то фундаментальном смысле зависимой от логических средств, использованных для его построения. История логики повторяет сегодня историю геометрии 19-го века, когда были открыты неевклидовы геометрии и, в частности, риманова геометрия. Тогда многим казалось, что отказ от единого понятия геометрического пространства как универсального вместилища геометрических конструкций повлечет за собой эпистемологическую катастрофу. Когда стало ясно, что от неевклидовой геометрии никуда не деться, ее пытались перевести на язык евклидовой геометрии или на какой-нибудь нейтральный язык вроде языка арифметики. В конце концов, часть математиков и философов увидела выход в том, чтобы избегать в математике опору на интуиции пространства и времени, а опираться вместо этого на логику и теорию множеств. Однако еще раньше, чем этот подход стал доминирующим, выяснилось, что под логикой разные люди понимают разные вещи, и что дело тут не только в неточности формулировок, но и в некоторых принципиальных вопросах вроде вопроса о том, следует ли использовать в логике закон исключенного третьего. В настоящее время известны сотни символических исчислений, которые их авторы называют логиками, и только относительно недавно стал дискутироваться вопрос о том, какие из этих логик совместимы, а какие нет, и какого рода символические системы следует считать логиками. В этой работе я пытаюсь защитить не логический плюрализм (который вряд ли сегодня нуждается в защите), а логический релятивизм. Логический релятивизм в моем понимании состоит в том, чтобы строить логики как релятивистские схемы особого рода, которые могут быть элементами более широких релятивистских схем имеющих иные функции помимо логических, как в случае топосов. Можно акцентировать внимание на то, что у разных топосов разные внутренние логики.

Однако более интересно, на мой взгляд, посмотреть на топос как на релятивистскую схему, которая позволяет построить универсальную логику (универсальную для данного топоса), опираясь исключительно на свойства преобразований различных точек зрения друг в друга, и не требуя при этом эквивалентности этих точек зрения. Топосы и их логики можно сравнивать категорными средствами и строить из них новые большие и малые топосы. Однако от идеи логики как универсальной схемы мышления, которая вообще никак не связана с ситуацией, в которой это мышление имеет место, следует, на мой взгляд, совершенно отказаться вслед за идеей пространства как универсального вместилища геометрических объектов.

7. Заключение

Я постарался показать в этой работе, что релятивизм может быть серьезной философской позицией, если под релятивизмом понимать тезис о необходимости развивать общезначимые понятия, такие как истина, объективность и знание, в терминах отношений между различными точками зрения, а не независимо от них. Понятийные конструкции, с помощью которых это осуществляется, я назвал релятивистскими схемами или рациональностями. Я не пытался дать общей теории рациональности независимой от тех более конкретных схем, о которых я говорил выше. На мой взгляд, это сделало бы изложение слишком абстрактным и ничего не прибавило бы к его содержанию. Я думаю, что читатель догадался, что наиболее интересной и многообещающей мне кажется категорная рациональность, поскольку она открывает сегодня самое широкое поле для исследований математического, философского и прикладного характера.

Хотя я говорил в основном о математике и физике (и совсем немного о логике и лингвистике), я думаю, что многие сделанные выводы могут иметь отношение также и к социальным наукам. Важный урок римановой геометрии Общей теории относительности для социальных наук состоит, как мне кажется, в том, что рациональности подобные классической и картезианской хорошо работают только локально и оказываются совершенно непригодными для глобальных целей. Поэтому этих типов рациональности может оказаться недостаточно для решения (или даже для рационального обсуждения) проблем, касающихся человечества в целом. Чтобы построить риманову и/или категорную схему, нужно придерживаться следующей стратегии: больше обращать внимание на переходы между различными точками зрения, чем на их сходства и различия. В случае лингвистики и философии языка нужно сразу обратить внимание на перевод как на фундаментальное лингвистическое явление, а не пытаться сначала выработать понятие об отдельном языке, а уже затем иметь дело с тем фактом, что языков много, и думать о том, как возможен перевод. В политической теории нужно сразу принять во внимание тот факт, что человеческих сообществ много и что они взаимодействуют друг с другом, а не пытаться вслед за Платоном построить модель идеального государства, а уже потом переходить к вопросу о межгосударственных отношениях. В таком общем виде принцип относительности может играть важную регулятивную роль независимо от релятивистских математических моделей.

Примечания:

1. Единственная известная мне более ранняя попытка такого рода была сделана в 1921-м году Ричардом Халдейном в книге "Царство относительности" (Haldane1921). Халдейн был политиком, а не академическим философом, и его интересная работа не повлияла на последующие академические дискуссии вокруг теории относительности Эйнштейна. Я не опираюсь на книгу Халдейна в этой работе.

2. Поскольку геометрические фигуры, как правило, содержат бесконечное число точек, методом поточечного описания мало чего можно достичь, если применять его напрямую. Делу помогает алгебра. Хотя это важно не только с чисто математической, но и с философской точки зрения, я оставляю алгебру в стороне. Метод координат я излагаю в современной школьной форме. Идея самого Декарта состояла не в том, чтобы описывать геометрические объекты с помощью чисел, а в том, чтобы применять алгебраические методы в геометрии напрямую, подобно тому, как это делается в случае числовых уравнений. В современной алгебраической геометрии такое непосредственное применение алгебраических методов осуществляется без помощи координат.

3. Это можно назвать *лингвистической относительностью* в более сильном смысле этого термина, чем понятие лингвистической относительности Сепира-Уорфа, которое является по сути скептическим. Феномен лингвистической относительности понятый в

предлагаемом сильном смысле остается очень мало исследованным в теоретическом и математическом плане. Обычно в философской логике различие между языком описания (метаязыком) и описываемым языком (объектным языком) проводится жестко. Впрочем, уже Куайн указывал на то, что описание объектного языка с помощью метаязыка является специальным случаем перевода между двумя различными языками. (См. Куайн 1996)

4. Если быть педантом, то можно сказать, что в данном случае речь должна идти именно об интерпретации теории, а не о самой теории. Однако в отличие от ситуации с интерпретациями квантовой механики мы здесь говорим о совершенно стандартной интерпретации, которой придерживался сам Эйнштейн, и без которой данная теория теряет свой обычный физический смысл. Вопрос о возможном необычном смысле этой теории не представляется оправданным, пока на него не существует никакого другого ответа, кроме того, что такого смысла нет.

5. Ясно, что понятие преобразования пространства в рамках картезианского подхода не может иметь очевидного физического смысла, поскольку такое преобразование не соответствует никакому возможному опыту. Однако оно приобретает смысл в рамках *римановой* рациональности, о которой у нас пойдет речь в следующем разделе. Общая теория относительности позволяет осмысленно говорить об изменениях пространства-времени в глобальном смысле, соотнося теоретические выводы с результатами астрономических наблюдений. Благодаря Общей теории относительности космология перестала быть разделом метафизики и стала полноценной физической теорией.

6. Гуссерль был одним из немногих философов понявших философскую значимость понятия риманова многообразия был (см. Miller 1982) Он попытался выработать философское понятие многообразия, используя тот же термин *Mannifaltigkeit*, но вводя его совершенно независимо от работ Римана и вообще от математики. На мой взгляд, это было неудачным решением. Это не только не сделало изложение Гуссерля более понятным, но и укрепило искусственный барьер между феноменологией и философией науки. Даже если согласиться с Гуссерлем в том, что философские понятия не должны зависеть от математических, роль математической пропедевтики все равно останется существенной, как это было ясно уже Платону.

7. Нужно иметь в виду, что когда в Общей теории относительности говорят о *горизонте событий* (в связи с черными дырами), то имеют в виду другое понятие горизонта. Действительно, обычное понятие горизонта не годится, когда мы говорим о физическом пространстве-времени, поскольку межгалактические путешествия пока остаются уделом писателей-фантастов, и поэтому космологические события, не наблюдаемые с Земли или ее ближайших окрестностей, пока (?) остаются вне сферы возможного человеческого опыта. Поэтому чтобы говорить об Общей теории относительности как об эмпирической теории, нужно ограничить область ее применения наблюдаемыми событиями. С чисто эмпирической точки зрения необходимость дополнить Специальную теорию относительности Общей вытекает из того, что описание удаленных событий с помощью Специальной теории приводит к несоответствиям между теорией и опытом, которые удается (частично) компенсировать с помощью Общей теории. С этой точки зрения то, что я называю горизонтом, нужно отождествлять с пределом применимости Специальной теории.

8. См. по этому поводу мою статью (Родин 2003)

9. Пусть id_A и id'_A два разных тождества одного и того же объекта A. Тогда $id_A id'_A = id'_A id_A = id_A = id'_A$. Единственность тождества позволяет упростить понятие категории за счет формального отождествления (в обычном смысле) объектов с их тождествами. Это интересно с точки зрения метафизики, но неудобно в привычных приложениях. Я не буду здесь пользоваться этой возможностью.

10. В принципе, теория категория позволяет задавать более сложные отношения эквивалентности между объектами, которые можно было бы включить в наши понятия картезианской и римановой схем. Однако если иметь в виду математические и физические теории, о которых речь шла выше, там преобразования координат всегда предполагаются именно обратимыми (по крайней мере, в "обычных" ситуациях).

11. Общая теория относительность с ее особым типом рациональности является в этом смысле исключением из общего правила. Пока эту теорию не удается удовлетворительно объединить с другими фундаментальными физическими теориями. Я имею в виду, конечно, проблему квантовой гравитации. Со Специальной теорией относительности подобной проблемы не возникает.

12. Пусть S и S' два предельных объекта в некоторой категории. Тогда существует единственный морфизм f из S в S' и единственный морфизм g из S' в S. Кроме того, из определения предельного объекта следует, что такой объект не может иметь морфизмов в себя кроме тождества. Следовательно, $fg = id_S$ и $gf = id_{S'}$, то есть f это изоморфизм. В такой ситуации говорят не просто о тождестве с точностью до изоморфизма, а о тождестве с точностью до *канонического* изоморфизма. Под каноническим изоморфизмом имеется в виду единственный изоморфизм, который можно явно указать как в данном случае.

13. Разумеется, чтобы использовать категорное определение ковариантности как функториальности в данном случае необходимо заранее построить пространство-время как категорию. Категорную конструкцию риманова многообразия уже можно назвать стандартной - см. Гельфанд и Манин 1988)

<u>Литература:</u>

Гельдфанд С.И., Манин Ю.И., 1988, *Методы гомологической алгебры*, Москва, "Наука"

Голдблатт Р., 1983, *Топосы: категорный анализ логики*, Москва, "Мир"

Куайн У.В.О., 1996, *Онтологическая относительность* - В кн. Печенкин А.А. *Современная философия науки* Москва "Логос"

Пригожин И.,1985, *От существующего к возникающему* , Москва

Родин, А.В., 2003 "Идея внутренней геометрии" - В кн. Барабашев и др. (ред.) *Математика и опыт*, Москва, издательство МГУ

Bonola, R., 1955, *Non-Euclidean Geometry: a critical and historical study of its development*, New York, Dover

Haldane, R.B., 1921, *The Reign of Relativity*, London, Murray

Miller J.P., 1982, *Numbers in presence and absence: a study of Husserl's philosophy of mathematics*, London, Nijhoff.

Norton, J., 2004, "The Hole Argument" - Интернет-ресурс *Stanford Encyclopendia of Philosophy*, URL: http://plato.standford.edu/entries/spacetime-holearg