

Вы держите в руках книгу по философии математики. Это одна из старейших и в то же время бурно развивающихся в современном мире областей философии науки. Математика со времен древних греков была вызовом для философов, порождая споры и разногласия. Кроме того, она служила и служит источником уникального материала для продумывания общих вопросов онтологии и теории познания. Московский семинар по философии математики — самое крупное в России объединение специалистов, проводящих исследования в данной области. Эта книга — пятая в серии тематических сборников его трудов, ее тема — **математическое доказательство**.

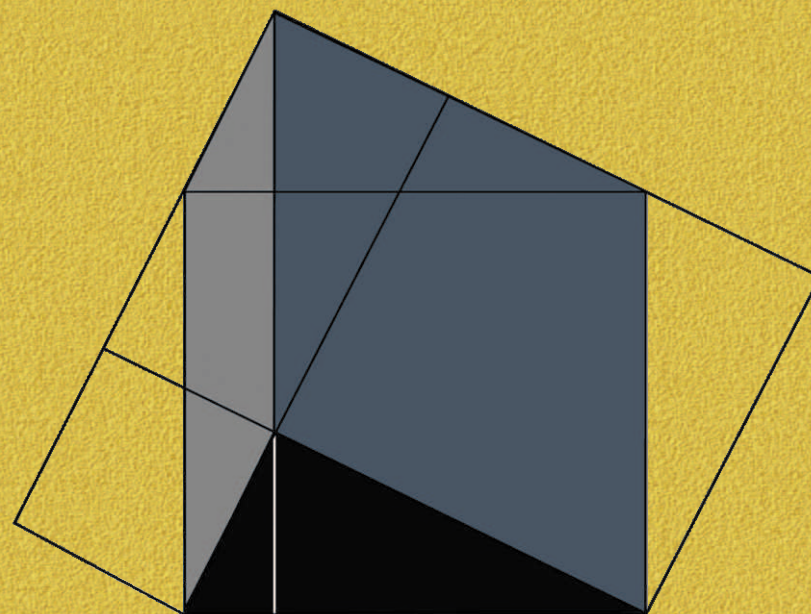
Доказательство — неотъемлемая, а возможно, и отличительная черта математики. Представление о доказательстве несколько раз существенно изменялось в истории математики, и каждый раз подобное изменение знаменовало наступление новой эпохи. Сейчас мы наблюдаем новую волну интереса к проблеме доказательства, вызванную развитием компьютерной техники и теми преобразованиями в реальной практике математических доказательств, которые эта техника с собой принесла. Возможно, следует говорить в этой связи о происходящем на наших глазах очередном радикальном изменении математического доказательства, а вместе с тем и всей математической практики. Ведущие специалисты в области философии и истории математики, а также математики, физики, логики и психологи размышляют на страницах предлагаемой Вашему вниманию книги о природе математического доказательства и связанных с ним социокультурных процессах.

# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

ОЧЕВИДНОСТЬ, ДОСТОВЕРНОСТЬ  
И УБЕДИТЕЛЬНОСТЬ В МАТЕМАТИКЕ



Московский государственный университет  
имени М. В. Ломоносова  
ФИЛОСОФСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

ОЧЕВИДНОСТЬ, ДОСТОВЕРНОСТЬ  
И УБЕДИТЕЛЬНОСТЬ В МАТЕМАТИКЕ

Труды Московского семинара  
по философии математики



URSS

Наше издательство предлагает следующие книги:



Каталог изданий  
в Интернете:  
<http://URSS.ru>

E-mail: [URSS@URSS.ru](mailto:URSS@URSS.ru)

117335, Москва, Телефон / факс  
Нахимовский (многоканальный)  
проспект, 56 +7 (499) 724 25 45

Отзывы о настоящем издании, а также обнаруженные опечатки присылайте по адресу [URSS@URSS.ru](mailto:URSS@URSS.ru). Ваши замечания и предложения будут учтены и отражены на веб-странице этой книги на сайте <http://URSS.ru>



URSS

ТРУДЫ  
МОСКОВСКОГО СЕМИНАРА  
ПО ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ:

1997 – БЕСКОНЕЧНОСТЬ В МАТЕМАТИКЕ

1999 – СТИЛИ В МАТЕМАТИКЕ

2003 – МАТЕМАТИКА И ОПЫТ

2009 – ЧИСЛО

2013 – ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

LOMONOSOV MOSCOW STATE  
UNIVERSITY

Faculty of Philosophy

**PROOF**

**MOSCOW STUDIES  
IN THE PHILOSOPHY  
OF MATHEMATICS**

Edited by  
Valentin A. Bazhanov, Anatoly N. Krichevets,  
Vladislav A. Shaposhnikov

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. Ломоносова

Философский факультет

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО  
ТРУДЫ МОСКОВСКОГО  
СЕМИНАРА  
ПО ФИЛОСОФИИ  
МАТЕМАТИКИ

Под редакцией  
В.А. Бажанова, А.Н. Кричевца,  
В.А. Шапошникова



URSS

МОСКВА

**Доказательство: Очевидность, достоверность и убедительность в математике. Труды Московского семинара по философии математики /**  
Под ред. В. А. Бажанова, А. Н. Кричевца, В. А. Шапошникова. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. — 432 с.

Очередной (пятый) тематический том трудов Московского семинара по философии математики посвящен осмыслению математического доказательства, одной из центральных и бурно обсуждаемых в современной философии математики тем.

Книга может представлять интерес для философов и историков математики, а также для философов, логиков, математиков, психологов, преподавателей, ведущих аспирантский курс по истории и философии науки, аспирантов и студентов математических и естественно-научных специальностей.

**Proof. Moscow Studies in the Philosophy of Mathematics /** Edited by  
Valentin A. Bazhanov, Anatoly N. Krichevets, Vladislav A. Shaposhnikov.

Moscow Philosophy of Mathematics Seminar's fifth Collection of papers is devoted to mathematical proof as to one of pivotal philosophical problems under discussion. This book may be of interest to philosophers and historians of mathematics, as well as to logicians, mathematicians, psychologists, postgraduate and PhD students in all areas of mathematics and natural sciences.

*Рекомендовано к печати ученым советом  
философского факультета МГУ имени М. В. Ломоносова*

Издательство «Книжный дом «ЛИБРОКОМ»».  
117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.  
Формат 60×90/16. Печ. л. 27. Подписано в печать 19.07.2013. Зак. № ЗР-78.  
Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».  
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-397-04327-4

© Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013

14026 ID 176991



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |     |
|--|-----|
| ПРЕДИСЛОВИЕ (В.А. Шапошников)  | 9   |
| КРАТКАЯ ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ  | 35  |
| Раздел 1.<br>ВОКРУГ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА: ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ   |     |
| Математическое доказательство в социальном контексте<br>Бажанов В.А.   | 41  |
| Надежность и строгость математического доказательства<br>Перминов В.Я.   | 60  |
| Трансцендентальный анализ математической<br>деятельности: абстрактные [математические] объекты,<br>конструкции и доказательства<br>Катречко С.Л. | 86  |
| Философия математики М. Хайдеггера<br>Белоусов А.И.  | 121 |
| Доказательство: путь к очевидности или языковая игра?<br>Гутнер Г.Б.   | 137 |
| Раздел 2.<br>ВОКРУГ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА: ПЕРЕОСМЫСЛИВАЯ ИСТОРИЮ   |     |
| Логико-философские основания и историческая<br>реконструкция архаичного варианта античной теории<br>отношений и пропорций<br>Зайцев Е.А.         | 149 |
| Делать и показывать<br>Родин А.В.  | 222 |
| Conceptions of Proof in Mathematics<br>Ioannis M. Vandoulakis and Petros Stefaneas   | 256 |
| Математический скептицизм и абсолютистская трактовка<br>доказательства<br>Шапошников В.А.  | 282 |

---

Раздел 3.  
ВОКРУГ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА:  
С ПОЗИЦИИ ДРУГИХ ДИСЦИПЛИН

|  |     |
|--|-----|
| Инструментальная структура математических построений<br>Шульпеков В.А. | 321 |
| О доказательности в физике<br>Маневич Л.И.                             | 335 |
| Психология математического мышления<br>Косилова Е.В.                   | 349 |

Раздел 4.  
ЗА ПРЕДЕЛАМИ ОСНОВНОЙ ТЕМЫ

|  |     |
|--|-----|
| Диалектика в развитии типов логических исчислений<br>на основе структур значений оценки<br>Титов А.В.  | 375 |
| Проблема доказательства разрешимости и полноты<br>силлогистических теорий с помощью конструктивных<br>методов (метода аналитических таблиц и построения<br>множеств Я. Хинтикки)<br>Красненкова А.В. | 399 |

ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

|  |     |
|--|-----|
| Что же в итоге? Попытка синтеза<br>Кричевец А.Н. | 407 |
|--|-----|

Чертеж на обложке, визуализирующий доказательство теоремы Пифагора, сделан на основе статьи: *Шеховцов С.Г.* Эвристика Евклида: экзотерическое и эзотерическое в античном образовании // Инженер, 2005, № 6. С. 6–11.

## CONTENTS

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| INTRODUCTION (V.A. Shaposhnikov) | 9  |
| List of Contributors             | 35 |

### Part 1

#### AROUND THE PROOF: THE MAIN APPROACHES

|  |     |
|--|-----|
| Mathematical Proof in Social Context<br>V.A. Bazhanov  | 41  |
| Reliability and Rigour of Mathematical Proof<br>V.Ya. Perminov   | 60  |
| Transcendental Analysis of Mathematical<br>Activity: Abstract (Mathematical) Objects, Constructions,<br>and Proofs<br>S.L. Katrechko | 86  |
| M. Heidegger's Philosophy of Mathematics<br>A.I. Belousov  | 121 |
| Proof: a Path to the Evidence or a Language Game?<br>G.B. Gutner   | 137 |

### Part 2

#### AROUND THE PROOF: THE RECONCEPTUALISATION OF HISTORY

|  |     |
|--|-----|
| Logico-philosophical Foundations and Historical<br>Reconstruction of Archaic Version of Antique<br>Theory of Relations and Proportions<br>E.A. Zaitsev | 149 |
| Doing and Showing<br>A.V. Rodin  | 222 |
| Conceptions of Proof in Mathematics<br>Ioannis M. Vandoulakis and Petros Stefaneas   | 256 |
| Mathematical Scepticism and Absolutist<br>Interpretation of Proof<br>V.A. Shaposhnikov   | 282 |

---

Part 3  
AROUND THE PROOF:  
FROM THE STANDPOINT OF OTHER SCIENCES

|  |     |
|--|-----|
| Instrumental Structure of Mathematical<br>Constructions<br>V.A. Shul'pekov | 321 |
| On Conclusiveness in Physics<br>L.I. Manevich                              | 335 |
| Psychology of Mathematical Reasoning<br>E.V. Kosilova                      | 349 |

Part 4  
BEYOND THE LIMITS OF THE MAIN PROBLEM

|  |     |
|--|-----|
| Dialectics in the Development of Logical Calculi<br>A.V. Titov   | 375 |
| Decidability and Completeness<br>of Syllogistic Theories Proved by Constructive Methods<br>(Hintikka's Method of Analytical Tables and Construction of Sets)<br>A.V. Krasnenkova | 399 |

IN LOCO OF CONCLUSION

|  |     |
|--|-----|
| Where We Are? An Attempt of Synthesis<br>A.N. Krichevets | 407 |
|--|-----|