

Унивалентные Основания и компьютерная проверка математических доказательств (памяти Владимира Воеводского 1966 - 2017)

Восходящая к Лейбницу идея о возможности формальной символической записи математических доказательств, которая позволяла бы предъявлять в явном виде и чисто синтаксическими средствами проверять каждый шаг данного доказательства, в 20-м веке получила развитие в виде Программы Гильберта, ординального анализа теоретико-доказательной силы теорий и тесно связанных с логической проблематикой исследований в области аксиоматической теории множеств. Эти теоретические подходы позволили получить важные результаты мета-математического характера начиная с широко известных в философском сообществе теорем Гёделя о неполноте арифметики и теоремы Гёделя-Коэна о независимости континуум-гипотезы и аксиомы выбора от аксиом Цермело-Френкеля. Вместе с тем, по причинам, о которых я скажу в моем докладе, такие подходы очень мало дали для решения практической задачи формализации математических доказательств с целью их формальной проверки.

Унивалентные Основания математики, предложенные Воеводским в конце 2000-х годов решают проблему формализации математических доказательств принципиально новым способом используя при этом синтаксис конструктивной теории типов Мартина-Лефа, которая также построена на иных логических и эпистемологических принципах нежели те более привычные логические исчисления, которые используются в аксиоматической теории множеств и многих других разделах математической логики и оснований математики. В отличие от стандартных подходов подход Воеводского непосредственно реализуется в виде программного кода на подходящих языках программирования таких как AGDA. В настоящее время в открытой библиотеке UniMath и в некоторых других депозитариях уже собраны большие массивы кода реализующие на AGDA и других подходящих языках важные разделы современной математики. Сам Владимир ставил перед собой цель переписать в таком виде свои результаты в области теории мотивов, за которые в 2002 он был удостоен Медали Филдса, но не успел завершить эту работу из-за своей преждевременной смерти. Я уверен, что эта работа будет продолжена учениками и последователями Владимира, и его доказательства переписанные в виде кода появятся в UniMath в недалеком будущем.

В моем докладе я расскажу об основных идеях Унивалентных Оснований и о том, какие новые перспективы для математики открывает возможность компьютерной проверки доказательств.