

Histoire et philosophie des mathématiques: renouvellement des fondements des mathématiques dans son histoire.

Ce cours est conçu comme une initiation à l'histoire et à la philosophie des mathématiques avec un appui sur la question du changement historique des fondements des mathématiques et des conditions sociales de tels changements. L'apprentissage de l'étude des textes sera toutefois proposé dans les TD qui accompagnent ce cours.

Structure du cours:

- A. Introduction (1 séance)
- B. Mathématiques antiques (2 séances et 1 TD)
- C. Mathématiques à l'Age classique (2 séances et 1 TD)
- D. Mathématiques à la charnière des 19^{me} et 20^{me} siècle (3 séances et 1 TD)
- E. Conclusion et quelques perspectives pour le futur (1 séance)

Séances:

1) Progrès des mathématiques et renouvellement de ses fondements. Evolution des concepts et persistance de la vérité en mathématiques.

Le “miracle grec” et ses conditions sociales. La naissance des mathématiques théoriques. Thalès et Pythagore (après Proclus). Mathématiques pures et appliquées.

2) “Eléments” d'Euclide. Structure et genèse de l'ouvrage. Structure des mathématiques selon Euclide. Les premiers principes: Définitions, Postulats (Demandes), Axiomes. Commentaire et analyse à l'aide des textes de Platon, Aristote et Proclus. Problèmes et théorèmes. La question de la structure déductive des “Eléments”.

3) “Algèbre géométrique” du 2^{ème} livre des “Eléments”. La théorie des proportions d'Eudoxe (5^{me} livre) et ses applications géométriques (6^{me} livre). Livres arithmétiques (livres 7-9), théorie des grandeurs irrationnelles (livre 10), la stéréométrie (livres 11-13).

4) TD sur les mathématiques antiques: lecture et interprétation de sources.

“Eléments” d’Euclide (extraits)

“Commentaire sur Euclide” de Proclus (introductions 1-2)

“Timée” de Platon (fragments mathématiques)

5) Al-Khorezmi et la naissance de l’algèbre chez les Arabes. La réception de l’algèbre en Europe. La modernisation des “Eléments” d’Euclide par ses éditeurs. “Eléments” de Clavius. “Logistique spéieuse” de Viète.

6) “La Géométrie” de Descartes. La révolution symbolique et la question des fondements. “Nouveaux Eléments” d’Arnauld et “Eléments” de Roberval. Conditions sociales de la modernisation des mathématiques à l’Age classique.

7) TD sur les mathématiques de l’Age classique: lecture et interprétation de sources.

“La Géométrie” de Descartes (extraits)

«De l’esprit géométrique » de Pascal

“Nouveaux Eléments” d’Arnauld (l’introduction de Nicole)

8) La révolution non-Euclidienne. Histoire du problème des parallèles. La “géométrie imaginaire” de Lobatchevsky. Le mémoire de l’habilitation de Riemann. Travaux de Beltrami. Intuition mathématique et sa évolution.

9) “Les fondements de la géométrie” de Hilbert et “Les fondements de l’arithmétique” de Frege. Débat entre Hilbert et Frege sur la nature des fondements. Formalisme, logicisme et intuitionnisme.

10) La théorie des ensembles et la notion des fondements ensemblistes. L’axiomatisation de la théorie des ensembles. Les notions modernes de théorie axiomatique et de modèle d’une théorie. “Eléments de mathématique” de Bourbaki.

11) TD sur les mathématiques du 19-20 siècle: lecture de textes

Introduction aux “Eléments” de Lobatchevsky

“Les fondements de la géométrie” de Hilbert (la première partie)

“L’architecture des mathématiques” de Dieudonné

“Les fondements de l'arithmétique” de Frege (extraits)

12) Conclusion. Historicité des mathématiques et de ses fondements. La situation actuelle et quelques perspectives pour le futur.