

Andrei Rodin
Ensembles et Catégories

La crise des fondements qui a secoué les mathématiques au début du XX^{ème} siècle a constitué un moment inédit aussi bien pour les philosophes préoccupés de questions mathématiques que pour les mathématiciens sensibles aux problèmes philosophiques. Les frontières entre les deux disciplines s'atténuèrent et l'on vit des mathématiciens travailler sur de traditionnelles questions philosophiques comme celle de l'existence et des philosophes engagés en recherche mathématique. A cette époque la théorie des ensembles a été l'un des plus importants points de rencontre de ces deux disciplines. C'est au sein de cette dernière que de difficiles problèmes métaphysiques, comme celui de l'un et du multiple, de l'infini et du fini, ou encore celui du discret et du continu, ont été redécouverts et reformulés de façon inattendue.

Ces échanges fructueux n'ont pourtant duré que jusqu'au début des années trente. L'axiomatique de Zermelo-Fraenkel abondamment étudiée aujourd'hui dans les départements de philosophie n'est plus considérée comme si importante qu'auparavant par les mathématiciens contemporains. Certains philosophes se retrouvent dans une position pour le moins curieuse : ils travaillent sur des fondements des mathématiques que les mathématiciens contemporains ne considèrent pas comme tel. Il arrive même que des philosophes retrouvent des résultats connus depuis longue date par les mathématiciens. Ce sont là des situations à regretter et l'intention de ce cours est de modestement y remédier à partir d'un travail philosophique sur la théorie des catégories.

Si dans la première moitié du XX^{ème} siècle, il est généralement admis, par les mathématiciens comme par les philosophes, que le problème du fondement des mathématiques a sa solution dans la théorie des ensembles, de plus récents développements des mathématiques laissent à penser que ce consensus est à revoir et qu'il est à chercher du côté de la théorie des catégories en tant qu'elle apparaît comme la continuation historique de la théorie des ensembles. Cette "catégorisation" du concept d'ensemble est à comprendre non pas comme un raffinement technique mais bien plus comme un profond changement conceptuel qui ne peut laisser indifférent le philosophe. Le travail aussi bien mathématique que philosophique de Cantor, Frege, Russell, Poincaré et d'autres est à continuer et ce dans une radicale refonte conceptuelle de la notion d'ensemble et d'autres concepts mathématiques de base. Le présent cours est une invitation à l'étude de ce ambitieux projet.