

Andrei Rodin

Ensembles et Catégories

Programme

1) La théorie des ensembles de Cantor

- i) L'Un et le Multiple
- ii) La question de l'infini en philosophie et en mathématiques
- iii) Relation hamiltonienne, correspondance bi-univoque, méthode de la diagonale inventée par Cantor
- iv) Cardinaux et ordinaux, théorème de Zermelo
- v) Hypothèse du continu
- vi) Théorie des ensembles et topologie ponctuelle
- vii) Théorème de Brouwer et théorie des dimensions

2) L'axiomatique de Zermelo-Fraenkel (ZF) et ses alternatives

- i) Mathématiques et logiques
- ii) Méthode axiomatique selon Hilbert; théories formelles et ses modèles
- iii) Paradoxes ensemblistes
- iv) Identité d'ensembles, extensionnalité versus intensionnalité ; ensemble vide
- v) Axiome du choix
- vi) Ensembles (non) bien fondés
- vii) Les modèles non-standards de ZF

3) Structures ensemblistes

- i) Frege et Boole : Logique mathématique versus Mathématique logique
- ii) Logicisme, Formalisme et Structuralisme
- iii) Ordre partiel et théorie des treillis
- iv) Topologie et Logique
- vi) Théorie des groupes et la programme Erlangenne
- v) Théorie des locales et topologie sans points
- vi) Bourbaki : ensembles et structures

4) *Catégories et topoï*

- i) Relations et morphismes
- ii) Espace et temps en mathématiques : diagrammes, transformations, variables
- iii) Commutativité et associativité des diagrammes
- iv) Homologie, foncteurs, transformation naturelle et adjonction
- v) Propriétés universelles
- vi) Logique interne des topoï, topoï comme univers
- vii) Logique locale et logique globale.

5) *Catégories versus ensembles*

- i) Catégorification et décatégorification : n-catégories
- ii) Identité, égalité et équivalence en mathématiques ; métaphysique et logique
- iii) Espaces ensemblistes et sites de Grothendieck
- iv) Catégories d'ensembles, catégories de structures et catégories de catégories
- v) Théorème de Cayley, théorème de Stone et lemme de Yoneda : abstrait et concret en mathématique
- vi) Les mathématiques ont-elles besoin de fondements ?