

Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Философский факультет
Российская Академия Наук
Институт философии
АНО Институт логики, когнитологии
и развития личности

Десятые Смирновские чтения по логике

Материалы международной научной конференции

15 – 17 июня 2017 г.

Москва

Москва 2017

**УДК 16
ББК 87. 4
Л 694**

Л694. Десятые Смирновские чтения: материалы Междунар. науч. конф., Москва, 15–17 июня 2017 г. [редкол.: И. А. Герасимова, О. М. Григорьев, Д. В. Зайцев, Ю. В. Ивлев, В. И. Шалак; отв.ред. В. И. Маркин] — М.: Современные тетради, 2017. — 224 с. — ISBN 978-5-88289-445-9

В книге представлены материалы международной научной конференции «Десятые Смирновские чтения по логике», посвященной памяти выдающегося российского логика и философа В. А. Смирнова (1931–1996).

Профессор кафедры логики философского факультета МГУ В. А. Смирнов был блестящим педагогом, оставил им после себя большое количество учеников, ученым, обладавшим крупным международным авторитетом (им было опубликовано около 150 научных работ по самым разным областям современной символической и философской логики). В. А. Смирнов долгое время возглавлял сектор логики Института философии РАН. В. А. Смирнову принадлежит заслуга в организации многих международных симпозиумов по логике, методологии и философии науки, в издании ежегодника «Логические исследования».

Издание осуществлено при поддержке РГНФ, грант № 17-03-14110

**УДК 16
ББК 87. 4**

ISBN 978-5-88289-445-9

© Философский факультет МГУ
имени М. В. Ломоносова, 2017
© Издательство «Современные тетради», 2017

Содержание

Символическая логика	10
<i>Бановац А. Б.</i>	
Топологически индуцированная паранепротиворечивость	10
<i>Belikov A. A.</i>	
On Some Admissible Rules in FDE: Contrapositive Filtration and Extensions	12
<i>Vladimirov A. G.</i>	
Some partial conservativity properties of intuitionistic set theory with schema collection and some additional principles	13
<i>Горбунов И. А.</i>	
Алгебраическая семантика для минимальной дедуктивной логики	14
<i>Devyatkin L. Yu.</i>	
True Lies Matrices: Undervaluation of Truth and Overvaluation of Falsity	15
<i>Запрягаев А. А.</i>	
Интерпретации арифметики Пресбургера в себя	17
<i>Золин Е. Е.</i>	
Объединения модально определимых классов моделей	19
<i>Kazanin S. S.</i>	
Comparison games for intuitionistic predicate logic	21
<i>Kozhemiachenko D. A.</i>	
Simulation of tree-like and dag-like propositional proof systems	24
<i>Konovalov A. Yu., Plisko V. E.</i>	
Realizability Semantics for the Predicate Formulas Based on Generalized Computability	26
<i>Красненкова А. В.</i>	
Перевод традиционной негативной силлогистики в модальную логику	28
<i>Крупской В. Н.</i>	
О моделировании знания в социальных сетях	30
<i>Odintsov S. P., Speranski, S. O., Shevchenko, I. Yu.</i>	
On realizability semantics for independence friendly logic	32
<i>Пахомов Ф. Н.</i>	
Вторая теорема Гёделя о неполноте без арифметизации	34
<i>Попов В. М.</i>	
К проблеме табличности фрагментов логики $\text{Int}_{\langle\omega,\omega\rangle}$	36

<i>Reynolds M.</i>	
Continuously Branching Time	38
<i>Рогозин Д.</i>	
Соответствие Карри-Говарда с точки зрения колмогоровской сложности	38
<i>Рыбаков М. Н.</i>	
Неразрешимость модальных предикатных логик в языке с одной одноместной буквой	41
<i>Рыбаков М. Н., Котикова Е. А.</i>	
Алгоритмическая выразительность предикатной логики ветвящегося времени в языке с одной одноместной буквой	43
<i>Rybakov M. N., Shkatov D. P.</i>	
On existence of recursively-enumerable Kripke-complete first-order modal logics that are not complete with respect to a first-order-definable class of frames	45
<i>Skvortsov D. P.</i>	
On weak constant domain conditions in the Kripke sheaf semantics .	45
<i>Сметанин Ю. М.</i>	
Соответствия Галуа и верификация логического следования . .	48
<i>Степанов В. А.</i>	
Гиперкомплексные числа в семантике самореферентных предложений для (\neg, \leftrightarrow) -языка.	50
<i>Титов А. В.</i>	
Нефинитные методы в исследовании форм логического исчисления на основе структур оценки	52
<i>Томова Н. Е.</i>	
Изоморфы классической логики и четырехзначные литеральные паралогики	54
<i>Шамканов Д. С.</i>	
Циклические выводы в логике доказуемости Гёделя-Лёба . . .	56
<i>Shehtman V. B.</i>	
On some modal logics related to K5	58
Философская логика	61
<i>Антаков С. М.</i>	
Логические презумпции в основаниях классической логики . .	61
<i>Боброва А. С</i>	
Протологика и диаграмматическая теория	63
<i>Vasyukov V. L.</i>	
On Antilogicism	65

<i>Гладышев М.А.</i>	
Ложь с точки зрения динамической эпистемической логики	67
<i>Горбатов В.В.</i>	
Многомерная логика В. А. Смирнова и двумерная семантика	68
<i>Grigoriev O. M.</i>	
Generalized truth values and quantum logic	70
<i>Демина Л.А.</i>	
Интенсиональные контексты и проблемы референциальной прозрачности	72
<i>Долгоруков В.В.</i>	
Модель социального влияния для эпистемических агентов	74
<i>Драгалина-Черная Е.Г.</i>	
Логическая норма как артефакт	76
<i>Zaitsev D. V.</i>	
Semilattice Logics for Knowledge Representation	77
<i>Ивлев Ю.В.</i>	
Методы формализации и основные области приложения квазиматричной (квазифункциональной) модальной логики	78
<i>Ильин А.А.</i>	
Силлогистика, двойственная по истинностным значениям силлогистике Б. Больцано	80
<i>Кириллович А.В.</i>	
Логические константы и проблема демаркации логики	82
<i>Кислов А.Г.</i>	
К интерпретации оператора «soll sein» в Deontik Эрнста Малли .	84
<i>Коjsокару Н.И.</i>	
Адаптация диаграммного метода Льюиса Кэрролла применительно к другим силлогистическим теориям	86
<i>Kubyshkina E.</i>	
Ignorance without <i>K</i> (nowledge)	87
<i>Lobovikov V. O.</i>	
A Non-Classical Epistemic Modal Logic and Blanché Hexagon	89
<i>Маркин В.И.</i>	
Силлогистика фактических объемов и логических содержаний понятий	90
<i>Микиртумов И.Б.</i>	
Логическая и когнитивная модели семантических процедур	94
<i>Mruczek-Nasieniewska K., Nasieniewski M.</i>	
On some logics with modalised negations	95

<i>Nasieniewski M., Pietruszczak A.</i>	
Modal logics defining Jaskowski's and Jaskowski-like discussive logics	100
<i>Непейвода Н. Н.</i>	
Формализация и деформализация как неотъемлемые части логики	105
<i>Nevdovenko O.</i>	
The bounds of logic in late Wittgenstein's conception of certainty	106
<i>Pavlov S. A.</i>	
About Unified Semantics of Boolean logic and Fregean Semantics	108
<i>Pavlova A. M.</i>	
Dialogues for Minimal Logic	110
<i>Петрухин Я. И.</i>	
Система натурального вывода для логики бессмысленности Z	112
<i>Petrukhin Y. I., Shangin V. O.</i>	
Completeness via Correspondence for Extensions of Paraconsistent Weak Kleene Logic	114
<i>Рейнгард А. М.</i>	
Особенности трактовки суждений о несуществующих объектах в теории неполных символов Б. Рассела	115
<i>Смирнов М. А.</i>	
О некоторых затруднениях в семантике событий	116
<i>Стешенко Н. И.</i>	
Многозначная модальная логика Фиттинга, трудности построения многозначной модальной логики Роговского по образцу Фиттинга	118
<i>Шалак В. И.</i>	
Виды дедуктивных задач и их решение	121
<i>Шишов К. В.</i>	
Реляционная семантика, ассоциированная алгебре эффектов	123
<i>Шиян Т. А.</i>	
О модусах повествовательного предложения	125
История логики	127
<i>Азарова Ю. О.</i>	
Теория суждения в психологизме М. Хайдеггера	127
<i>Бабаев А. А., Меджслумбекова В. Ф.</i>	
О некоторых логических идеях ат-Туси в «Тахрири Усул Укли- дис» («Изложение Евклида»)	130
<i>Бажсанов В. А., Шевченко Т. В.</i>	
К истории логико-математических методов в нейронауке: вклад фон Неймана	131

<i>Воробьев В. В.</i>	
Комментарии Стефана Александрийского на 9 главу «Об истолковании»	133
<i>Goncharko O. Yu.</i>	
The History of Definition Theory in Byzantium	135
<i>Griftsova I. N., Sorina G. V.</i>	
Aristotle's logic and theology: communicative aspects of mutual influence	136
<i>José Veríssimo Teixeira Da Mata</i>	
Questions on Vasil'ev's ontological hypothesis	137
<i>Кварталова Н.</i>	
Логика Аристотеля в Китае: первая попытка перевода и интерпретации	138
<i>Копылова А. О.</i>	
Суппозиция в пропозициях с пустыми терминах в номиналистических онтологиях высокой схоластики: к чему отсылают химеры?	140
<i>Крушинский А. А.</i>	
Прогностическая форма дедукции в Древнем Китае	142
<i>Кузичева З. А.</i>	
От алгебры логики к математической логике. Последние шаги	144
<i>Lysanyuk E. N.</i>	
A. Zinoviev and A. Esenin-Volpin: two trends in deontic logic and in the Anti-Soviet activism	145
<i>Малюкова О. В.</i>	
Пример как способ обоснования в традиционной логике	146
<i>Orlova N. Kh., Soloviev S. V.</i>	
Strategy of Academic Cooperation between Russian Logicians before Revolution	148
<i>Попова В. С.</i>	
Некоторые идеи русских логиков начала XX века в контексте методологии гуманитарного познания	151
<i>Пушкинский А. Г.</i>	
Кант, Гёдель и синтетические суждения априори	152
<i>Сайфуллаев Н. М., Муминзода Н.</i>	
Логическая концепция Са'дуддина Тафтазани.	154
<i>Сироткина Л. С.</i>	
Логика и психология в России в конце 19 – начале 20 веков: перекрестки методологии	156
<i>Скрипник К. Д.</i>	
Whether Locke was a semantic idealist?	158

<i>Тоноян Л. Г.</i>	
Развитие учения о гипотетических силлогизмах в Византии	160
<i>Файзиходжаева Д. И.</i>	
Риторика как часть логического учения Аль-Фараби	162
<i>Khudoydodov F.</i>	
The merit of Muslim Thinkers in Borrowing, Saving and Transferring of Logic to European People	164
<i>Черноскутов Ю. Ю.</i>	
Формирование семантики имен и семантики композициональности в Британской логике 1827–1847 гг.	166
<i>Шевцов А. В.</i>	
Учение М. И. Каринского о гипотезе, агрегате и переносе в «Клас- сификации выводов»	169
Логика научного познания	172
<i>Бахтияров К. И.</i>	
Цветная мыслительная матрица	172
<i>Баранец Н. Г., Верёвкин А. Б.</i>	
Принципы историко-научного исследования по В. А. Смирнову .	173
<i>Бикметова Т. И.</i>	
Проблема аргумента <i>ad hominem</i> в троллинге как феномене вер- бального общения	175
<i>Герасимова И. А.</i>	
Логика в управлении рисками. К постановке проблемы	176
<i>Горьков И. А.</i>	
Критическое мышление как проблема современной философии на- уки	178
<i>Гриненко Г. В.</i>	
Цитирование и его функции в научных текстах	180
<i>Жалдак Н. Н.</i>	
Умозаключения из суждений об отношениях двух сторон	181
<i>Жаров С. Н.</i>	
Внутренние пределы теоретического мышления	183
<i>Зайцева Н.</i>	
Когнитивные основания теории аргументации	184
<i>Иванова И. И.</i>	
Естественный язык как средство логического мышления специфи- ка русской речевой культуры	185
<i>Катречко С. Л.</i>	
О кантовской идее трансцендентальной логики	187

<i>Кузина Е. Б.</i>	
Двусмысленность как тактическое средство речевого воздействия	189
<i>Кузьмин В. Г.</i>	
Relativity statements examination	191
<i>Кускова С. М.</i>	
Синтетические суждения и постулаты научного вывода	194
<i>Lyashov V. V., Savenko S. B.</i>	
Can the Cognitology Be a Section of Philosophy?	196
<i>Мануйлов В. Т.</i>	
Методы обоснования логических теорий в «Немецком конструктивизме»	197
<i>Мигунов А. И.</i>	
Возможно ли утверждать ложь?	199
<i>Михайлова К. А.</i>	
Рэймонд Смаллиан: моделирование философских коллизий средствами шахматного ретроанализа	201
<i>Павлюкович В. И.</i>	
Типология методов аналитической систематизации логических отношений в классической пропозициональной логике	203
<i>Rodin A.</i>	
Categorical Model Theory and the Semantic View of Theories . . .	205
<i>Saltanov M.</i>	
Classic logic teaching practice at some Western European universities	207
<i>Семенова В. Г.</i>	
Логико-семантический анализ высказываний	208
<i>Султанова Л. Б.</i>	
Природа математического понимания	210
<i>Троепольский А. Н.</i>	
Новая модель концептуализации базисной части общей логики как практической	212
<i>Шапиро О. А.</i>	
К вопросу о методологических основаниях исследования истории аргументативных практик	216
<i>Шульга Е. Н.</i>	
Универсальная логическая герменевтика	218

Символическая логика

Топологически индуцированная паранепротиворечивость

Бановац А. Б. (Москва)

Topological representations of classical connectives, propositional formulae and the rules of Natural Deduction are proven to induce paraconsistent propositional calculus.

Теорема 1. Пусть Pr – множество пропозициональных переменных, K, H – счетные множества точек и $K \cap H = \emptyset, \eta : \text{Pr} \rightarrow K \cup H \cup \wp(K)$, инъективное отображение, такое, что $\text{Im } \eta \subseteq K$ и $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg$ классические логические связки.

Тогда, для каждой из связок, множество моделей соответствующего класса формул длины 1, определяет топологическое пространство, причем wedge, \vee и \neg индуцируют топологическую структуру на двухэлементных, а \rightarrow и \leftrightarrow на трехэлементных подмножествах $K \cup H$. Пространства индуцированные различными связками не гомеоморфны.

Замечание 1. Получаем топологические представления классов формул $P \wedge Q, P \vee Q, P \rightarrow Q, P \leftrightarrow Q$ и $\neg P$ (где P, Q – пропозициональные переменные), в виде попарно негомеоморфных топологических пространств $(\{A, B\}, T_\wedge), (\{A, B\}, T_\vee), (\{A, B\}, T_\rightarrow), (\{A, B\}, T_{\leftrightarrow})$ и $(\{A, B\}, T_\neg)$, где $A, B \in K; \alpha \in H$ и $T_\wedge = \{\{A, B\}, \emptyset\}, T_\vee = \{\{A, B\}, \{A\}, \{B\}, \emptyset\}, T_\rightarrow = \{\{A, B, \alpha\}, \{A, B\}, \{B, \alpha\}, \{B\}, \{\alpha\}, \emptyset\}, T_{\leftrightarrow} = \{\{A, B, \alpha\}, \{A, B\}, \{A\}, \{\alpha\}, \emptyset\}$ и $T_\neg = \{\{A, \alpha\}, \{\alpha\}, \emptyset\}$.

Определение 1. Топологическими представлениями классических логических связок $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg$, называем топологические структуры над произвольными множествами, гомеоморфные $T_\wedge, T_\vee, T_\rightarrow, T_{\leftrightarrow}, T_\neg$, соответственно.

Теорема 2. Любое топологическое пространство, гомеоморфное пространству обладающему некоторой из топологических структур $T_\wedge, T_\vee, T_\rightarrow, T_{\leftrightarrow}, T_\neg$, индуцирует соответствующую формулу длины 1 логики высказываний, причем открытые множества данного пространства отображаются в соответствующие пропозициональные переменные.

Замечание 2. Для перевода формул длины ≥ 1 в теоретико-множественные структуры используем следующие инстанции нормальных алгоритмов Маркова:

- а) для \wedge :
 $\wedge(x, y) \rightarrow \{x, y\}, \dot{\forall}x, \dot{\forall}y;$
 $\wedge(x, _) \rightarrow \{x, _\}, \forall x;$
 $\wedge(_, x) \rightarrow \{x, _\}, \forall x;$
 $\wedge(_, _) \rightarrow \{_, _\};$
- б) для \vee :
 $\vee(x, y) \rightarrow \{x, y\}, \dot{\forall}x, \dot{\forall}y;$
 $\vee(x, _) \rightarrow \{x, _\}, \forall x;$
 $\vee(_, x) \rightarrow \{x, _\}, \forall x;$
 $\vee(_, _) \rightarrow \{_, _\};$
- в) для \rightarrow :
 $\rightarrow(x, y) \rightarrow \{x, y, \alpha\}, \dot{\forall}x, \dot{\forall}y;$
 $\rightarrow(x, _) \rightarrow \{x, _, \alpha\}, \forall x;$
 $\rightarrow(_, x) \rightarrow \{x, _, \alpha\}, \dot{\forall}x;$
 $\rightarrow(_, _) \rightarrow \{_, _, \alpha\};$
- г) для \neg :
 $\neg x \rightarrow \{x, \alpha\}, \dot{\forall}x;$
 $\neg \rightarrow \{_, \alpha\};$
- д) для атомарных формул:
 $x \rightarrow \{x\}, \dot{\forall}x;$
- е) для \perp :
 $\perp \rightarrow \{\alpha\}.$

Определение 2. Пусть $\mathbb{A} = \{F^{L_\theta} \mid F \in For\}$, где F^{L_θ} – множество для F , полученное применением схемы алгоритмов Маркова, и $A, B \in For$ – различные формулы логики высказываний. Определим отображение $\Gamma : \mathbb{A} \rightarrow \wp(\mathbb{A})$ такое, что:

$$\Gamma(F^{L_\theta}) = \begin{cases} \{\{A^{L_\theta}, B^{L_\theta}\}, \emptyset\}; F \equiv A \wedge B \\ \{\{A^{L_\theta}, B^{L_\theta}\}, \{A^{L_\theta}\}, \{B^{L_\theta}\}, \emptyset\}; F \equiv A \vee B \\ \{\{A^{L_\theta}, B^{L_\theta}, \alpha\}, \{A^{L_\theta}, B^{L_\theta}\}, \{B^{L_\theta}, \alpha\}, \{B^{L_\theta}\}, \{\alpha\}, \emptyset\}; F \equiv A \rightarrow B \\ \{\{A^{L_\theta}, \alpha\}, \{\alpha\}, \emptyset\}; F \equiv \neg A \\ \{\{P^{L_\eta}\}, \emptyset\}; F = P \in Pr \\ \{\{\alpha\}, \emptyset\}; F = \perp \end{cases}$$

Определение 3. Топологическим представлением формулы F пропозициональной логики, называем топологическое пространство (X_F, T_F) , где $X_F = F^{L_\theta}$, а $T_F = T(F^{L_\theta})$ – топологическая структура над X_F .

Определение 4. Пусть (X, Y, Z) – произвольные конечные множества. Через $\mathbb{M}(X), \mathbb{M}(Y, Z)$ будем обозначать множества, элементами, либо подмножествами которых являются X и Y, Z , соответственно.

Лемма 1. Пусть $A, B \in For$ – произвольные формулы и $P_{NP} = \{\circ_i \mid \circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg\}, i \in \{I, E, D\}\}$ – множество правил натурального исчисления высказываний (NP). Для каждого $\circ_i \in P_{NP}$ существует в системе T_\perp^α представление вида $(X_1, X_2, T_2, \phi^{\circ_i})$, причем $(X_1, T_1), (X'_1, T'_1)$ – топологические представления посылок правила, (X_2, T_2) – топологическое представление заключения правила, а ϕ°_i} – либо операция такая, что $\phi^{\circ_i}(\mathbb{M}(X_1), \mathbb{M}(X_2)) = \mathbb{M}(X_2)$ (либо $\phi^{\circ_i}(\mathbb{M}(X_1)) = M(X_2)$), либо отображение, областью определения которого является некоторое $\mathbb{M}(X_1, X'_1)$ (либо некоторое $\mathbb{M}(X_1)$), а областью значений некоторое $\mathbb{M}(X_2)$.

Теорема 3. Пусть $A, B, \neg A \in For$ – определенные и различные формулы. Тогда, $A^{L_\theta}, B^{L_\theta}$ и представления NP из леммы 1 индуцируют паранепротиворечивое исчисление высказываний.

Литература

- [1] Бочаров В. А., Маркин В. И. *Введение в логику*. // Москва: ИД «ФОРУМ», 2011
- [2] Munkres J. R. *Topology*. // Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

On Some Admissible Rules in FDE: Contrapositive Filtration and Extensions

Belikov A. A. (Moscow)

I consider two logics which are strong extensions of well-known Dunn-Belnap logic or simply **FDE** [1]. By strong extension **L'** of logic **L** I mean that the class of **L'**-theorems is wider than the class of **L**-theorems and includes the latter as a proper subset. All the logics are presented in terms of binary consequence systems.

A pair $\langle \mathcal{L}; \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \rangle$ is called logical system **FDE_f**, where \mathcal{L} is a propositional language based on conjunction, disjunction and negation; and $\vdash_{\mathbf{FDE}_f}$ is reflexive relation satisfying following principles and rules:

- a1. $A \wedge B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} A$ a2. $A \wedge B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} B$ a3. $A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} A \vee B$
- a4. $B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} A \vee B$ a5. $A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim \sim A$ a6. $\sim \sim A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} A$
- a7. $A \wedge (B \vee C) \vdash_{\mathbf{FDE}_f} (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ a8. $\sim (A \wedge B) \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim A \vee \sim B$
- a9. $\sim A \vee \sim B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim (A \wedge B)$ a10. $\sim (A \vee B) \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim A \wedge \sim B$
- a11. $\sim A \wedge \sim B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim (A \vee B)$
- r1. $A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} B; B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} C / A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} C$
- r2. $A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} B; \sim B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim A; A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} C; \sim C \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim A / A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} B \wedge C$
- r3. $A \vdash_{\mathbf{FDE}_f} C; \sim C \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim A; B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} C; \sim B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} \sim C / A \vee B \vdash_{\mathbf{FDE}_f} C$

The following theorem holds:

Theorem 1. (*Deductive Equivalence*)

$$\vdash_{\mathbf{FDE}_f} \Leftrightarrow \vdash_{\mathbf{FDE}}$$

Two different systems might be obtained. If we add to **FDE_f** axiom

$$\sim A \wedge (A \vee B) \vdash B$$

then it will be a binary consequence system for **ETL**. This logic semantically defined and axiomatized by Pietz and Rivieccio in [1]. If we add to **FDE_f** axiom

$$B \vdash A \vee (\sim A \wedge B)$$

then it will be a binary consequence system for **NFL**. This logic is semantically defined on the base of Dunn-Belnap four values with a consequence relation which preserves **F** value from conclusion to premisses. Alternatively, it could be defined as preserving **T**, **B** and **N** values from premisses to conclusion.

Theorem 2. (*Adequacy of ETL*)

$$\vdash_{\text{ETL}} \Leftrightarrow \models_{\text{ETL}}$$

Theorem 3. (*Adequacy of NFL*)

$$\vdash_{\text{NFL}} \Leftrightarrow \models_{\text{NFL}}$$

One can wonder at extraordinary look of two rules above (*r2* and *r3*). Their fanciful form is necessary to give an ability to derive consequences of the form $\phi \vee \psi \vdash \chi$ in **ETL** and $\phi \vdash \psi \wedge \chi$ in **NFL**, correspondingly. Other details and motivations are explained in my talk.

Bibliography

- [1] Dunn J. M. *Partiality and Its Dual*. Studia Logica, Vol. 66, № 1, pp. 5–40, 2000.
- [2] Pietz A., Rivieccio U. *Nothing but the Truth*. Journal of Philosophical Logic, Vol. 42, № 1, pp. 125–135, 2013.

Some partial conservativity properties of intuitionistic set theory with schema collection and some additional principles

Vladimirov A. G. (Moscow)

Intuitionistic Zermelo–Fraenkel set theory with Collection, *ZFI2C*, is a two-sorted a standard reference theory that relates to set-theoretic explicit mathematics as usual *ZF* relates to classical set-theoretic mathematics. Its non-logical axioms are all axioms of Heyting arithmetic (for sort 1), and the following variant of Zermelo–Fraenke axioms: Infinity axiom in the form "There exists the set of all natural numbers (as objects of sort 0)", schema *Collection* as axiom of substitution, shema \in -induction as Regularity axiom (as the usual variant of the axiom implies the law of excluded middle, LEM), and axioms of Extensionality, Pair, Union, Power and Separation (in the full language of *ZFI2C*) in the usual formulation.

Also we consider the additional principle *DCS* (Doube Complement of Sets). It is imporant, as the classical *ZF2* = *ZF2*+LEM can be interpreted in the theory *ZFI2C+DCS* by some variant of Godel negative translation preserving relation \in . It can say, that the intuitionistic set theory *ZFI2C+DCS* contains the classical theory *ZF2*.

The main method of the paper is recursive realizability for set theory. We build a new realizability for *ZFI2C* which is a combination of models of Vladimirov and M.Rathjen and prove some partial conservativity properties of *ZFI2C* and *ZFI2C+DCS*.

Definition 1. The class AEN is a class of all formulae of kind $\forall a \exists b \varphi$, where φ is a negative arithmetical formula.

Theorem 1. Let T is a ZFI2C or ZFI2C + DCS. Then

1. $T + ECT$ is conservative over T w.r.t. class AEN.

2. $T + ECT + M$ is conservative over $T + M^-$ w.r.t. class AEN.

Here ECT is an Extended Church Thesis, M is strong Markov Principle, and M^- is weak Markov Principle.

Moreover, we use some variant of Godel negative translation (for two-sorted set theory) to demonstrate the following partial conservativity properties:

3. $T + ECT + M$ is conservative over T w.r.t. class of all negative arithmetical formulae.

4. The classical theory ZF2 is conservative over ZFI2C w.r.t. class of all negative arithmetical formulae.

Алгебраическая семантика для минимальной дедуктивной логики

Горбунов И. А. (Тверь)

В работе [1] Р. Вуйцицкий ввёл понятия хорошо определённой (well-determined) логики. Логика называется хорошо определённой, если она обладает свойством конъюнкции и для неё верна теорема о дедукции в следующей ослабленной форме:

$$\alpha \vdash \beta \Leftrightarrow \vdash \alpha \rightarrow \beta.$$

Хорошо определённые логики интересны тем, что присущее им отношение логического следования выражимо средствами самой логики, то есть для хорошо определённой логики L верно условие

$$\alpha_1, \dots, \alpha_n \vdash \beta \Leftrightarrow \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta \in L.$$

Логики будем называть дедуктивными, если для них теорема о дедукции выполняется в полном объёме. То есть в них, для любого множества формул X и формул α и β выполненно условие

$$X, \alpha \vdash \beta \Leftrightarrow X \vdash \alpha \rightarrow \beta.$$

Таким образом в дедуктивных логиках выражимо и то отношение логического следования, которое возникает над теориями этой логики. То есть, для любой теории T этой логики, конъюнкция и импликация связаны с отношением выводимости, над этой теорией, следующим образом

$$\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta \in T \Leftrightarrow \alpha_1, \dots, \alpha_n \vdash_T \beta.$$

Построена алгебраическая семантика, согласованная с минимальной дедуктивной логикой. В этой семантике формулы интерпретируются на множестве всех низких импликативных полурешёток, в которых есть наибольший элемент \top и на которых операция импликации определена стандартным образом.

*The author is supported by the Russian Foundation for Basic Research,
project №14-06-00298-a, №16-07-01272-a*

Литература

- [1] Wojcicki R. Lectures on Propositional Calculi // www.studialogica.org/wojcicki

True Lies Matrices: Undervaluation of Truth and Overvaluation of Falsity

Devyatkin L. Yu. (Moscow)

The Oxford Dictionaries Word of the Year 2016 is *post-truth* – an adjective defined as “relating to or denoting circumstances in which objective facts are less influential in shaping public opinion than appeals to emotion and personal belief”, says the Oxford Dictionaries website [9]. The significance of contexts where false propositions are admitted or true propositions are rejected has not eluded the attention of logicians. For example, in [5] the authors propose a system where ontologically true statements are rejected on epistemological grounds. Formally, this system is based on the matrix which would define the classical propositional logic, if its class of designated values contained two elements instead of just one. There are several similar examples known in the literature. Among the matrices of non-classical logics obtained by “undervaluation” or “overvaluation” of truth-values are Gödel’s matrix G_3 , its dual G_3^* , the reduct $B_3^?$ of Bochvar’s three-valued matrix, and its dual S_3^\square which is functionally equivalent to B_3^\square , but has two designated values [4, pp. 48–55]. However, to the best of my knowledge, no systematic investigation of such matrices had been undertaken. This is the aim of the present report.

To save space, I omit the basic definitions. For the explanation of material related to logical matrices and propositional logics see [8, § 3.1]. The brief overview of **Set-Fmla**, **Fmla-Set** and **Set-Set** consequence relations as well as their connection to paracompleteness and paraconsistency is available in [2].

Now I will define two classes of matrices. In the first case, the intermediate value will be interpreted as “undervalued truth”, in the second – as “overvalued falsity”. The class TL_1 consists of matrices of the form $M = \langle \{0, 1, 2\}, \dot{\wedge}, \dot{\vee}, \dot{\rightarrow}, \dot{\leftarrow}, \{2\} \rangle$, where the basic operations satisfy both *normal* and *standard* conditions for $D = \{1, 2\}$ as defined in [3, p. 30–31]. The class TL_2 consists of matrices of the form $M = \langle \{0, 1, 2\}, \ddot{\wedge}, \ddot{\vee}, \ddot{\leftarrow}, \ddot{\rightarrow}, \{1, 2\} \rangle$, the class of operations of each matrix from TL_2 being isomorphic to the class of operations of a matrix from TL_2 with respect to Lukasiewicz negation.

Proposition 1. Every propositional logic defined by a matrix from TL_1 is maximally paracomplete in the strong sense. Every propositional logic defined by a matrix from TL_2 is maximally paraconsistent in the strong sense.

The notion of *maximal paraconsistency in the strong sense* is defined in [1]. The dual notion of maximal paracompleteness is obtained from the former by straightforward transfer of the definition from **Set-Fmla** to **Fmla-Set** consequence. Now, let $T(M)$ be the set of tautologies determined by a matrix M , and $T^*(M)$ be its set of counter-tautologies, i.e. the formulas that never assume a designated value.

Proposition 2. If $M \in TL_1$, the following statements hold: (1) $\alpha \in T^*(M) \Leftrightarrow \alpha \in T^*(C_2)$; (2) $\neg\neg\alpha \in T(M) \Leftrightarrow \alpha \in T(C_2)$; (3) $\neg\alpha \in T(M) \Leftrightarrow \neg\alpha \in T(C_2)$. If $M \in TL_2$, the following statements hold: (1) $\alpha \in T(M) \Leftrightarrow \alpha \in T(C_2)$; (2) $\neg\neg\alpha \in T^*(M) \Leftrightarrow \alpha \in T^*(C_2)$; (3) $\neg\alpha \in T^*(M) \Leftrightarrow \neg\alpha \in T^*(C_2)$.

The following proposition deals with the internal structure of the classes TL_1 and TL_2 in a way similar to the one laid out in [7].

Proposition 3. The matrices in TL_1 form a lattice with respect to the relation of functional inclusion. The supremum of the lattice is functionally equivalent to G_3^\diamond . The infimum of the lattice is functionally equivalent to B_3^\diamond . The matrices in TL_2 form a lattice with respect to the relation of functional inclusion. The supremum of the lattice is functionally equivalent to G_3^* . The infimum of the lattice is functionally equivalent to S_3^\square .

The final proposition emphasizes the link between *literal-paraconsistent-paracomplete matrices* investigated in [6] and the functionally weakest matrices from TL_1 and TL_2 .

Proposition 4. If $M \in \{B_3^\diamond, S_3^\square\}$ and no propositional variables occur in $X \cup Y$, then $\langle X, Y \rangle \in Cn_M(M) \Leftrightarrow \langle X, Y \rangle \in Cn_M(C_2)$, where Cn_M signifies a **Set-Set** consequence.

I have presented two families of three-valued matrices which induce paraconsistent and paracomplete logics. The generalization for more values poses no significant challenge. Although, the increased number of values allows to define a new class of matrices which induce logic that are paranormal, i.e. both paraconsistent and paracomplete at the same time.

Bibliography

- [1] Arieli O., Avron A., Zamansky A. *Maximal and premaximal paraconsistency in the framework of three-valued semantics* // Studia Logica. 2011. Vol. 97. № 1. P. 31–60.
- [2] Cobreros P. *Vagueness: subvaluationism* // Philosophy Compass. 2013. Vol. 8. № 5. P. 472–485.

- [3] Gottwald S. *A Treatise on Many-Valued Logics*. Baldock: Research Studies Press, 2001.
- [4] Karpenko, A.S. *The Development of Many-Valued Logic*. Moscow: LKI, 2010. (In Russian).
- [5] Kubyshkina E., Zaitsev D. V. *Rational agency from a truth-functional perspective* // Logic and Logical Philosophy. 2016. Vol. 25. № 4. P. 499–520.
- [6] Lewin R. A., Mikenberg I. F. *Literal-paraconsistent and literal-paracomplete matrices* // Mathematical Logic Quarterly. 2006. Vol. 52. № 5. P. 478–493.
- [7] Tomova N. E. *A lattice of implicative extensions of regular Kleene's logics* // Reports on Mathematical Logic. 2012. № 47. P. 173–182.
- [8] Wójcicki R. *Theory of Logical Calculi: Basic Theory of Consequence Operations*. Dordrecht: Kluwer, 1988.
- [9] <https://en.oxforddictionaries.com/word-of-the-year/word-of-the-year-2016>

Интерпретации арифметики Пресбургера в себя

Запрягаев А. А. (Москва)

In the talk we will discuss the interpretations of Presburger arithmetic in itself, we show that in the standard model $(\mathbb{N}, +)$ all the interpretations are isomorphic to $(\mathbb{N}, +)$ and in the case of one-dimensional interpretations we show that moreover, the isomorphism is definable.

Известно, что арифметика Пеано является *рефлексивной теорией* ([6], с. 13), то есть доказывает непротиворечивость каждой из своих конечно аксиоматизируемых подтеорий. Известно, что все секвенциальные теории с полной схемой индукции в своём языке (в частности, все расширения аксиомами арифметики Пеано **PA** и теории множеств **ZF**) также являются рефлексивными. Отметим, что из рефлексивности следует невозможность интерпретировать теорию ни в одной из своих конечно аксиоматизируемых подтеорий. А. Виссер первым предложил рассмотреть аналогичный вопрос для более слабых теорий с принципом индукции, которые не являются достаточно выразительными для формализации утверждения о непротиворечивости: в частности, для *арифметики Пресбургера* [7]. Введённая впервые М. Пресбургером ([5]) в 1929 г., она является элементарной теорией натурального ряда с операцией сложения, но не имеет умножения.

Й. Зутхаут произвёл исследование по гипотезе Виссера для случая одномерных интерпретаций [7] и установил, что положительный ответ на вопрос Виссера (невозможность интерпретировать арифметику Пресбургера ни в одной из своих конечно аксиоматизируемых подтеорий) вытекает из следующего утверждения, которое было впоследствии нами доказано:

Теорема 1. (A. A. Запрягаев, Ф. Н. Пахомов, 2016) Пусть $\iota: \mathbf{PrA} \rightarrow \mathbb{N}$ – одномерная интерпретация арифметики Пресбургера в собственную стандартную модель $(\mathbb{N}, +)$ без параметров. Тогда

1. *внутренняя модель, определяемая интерпретацией, изоморфна стандартной;*
2. *этот изоморфизм определим в $(\mathbb{N}, +)$.*

Функцию, осуществляющую изоморфизм интерпретации арифметики Пресбургера в себя тождественной, удаётся определить на основе анализа интерпретированного отношения порядка на основе идеи, предложенной Ф. Н. Пахомовым. Также отметим, что утверждение 1 Теоремы 1 было установлено ещё самим Зутхаутом.

Докладчиком был также рассмотрен вопрос о возможности обобщения этих результатов на случай многомерных интерпретаций. При решении этой проблемы естественно возникает задача об описании линейных порядков, интерпретируемых в арифметике Пресбургера в разном числе изменений. Было установлено, что все такие порядки являются *разреженными* (т. е. в них нельзя вложить плотный порядок).

Хорошо известно, что для разреженных линейных порядков может быть введено понятие ранга типа Кантора-Бендиксона [3]. В этих терминах нами был установлен следующий более точный результат:

Теорема 2. (А. А. Запрягаев, Ф. Н. Пахомов, 2017) *Все линейные порядки, интерпретируемые t -мерно в **PrA**, имеют модифицированный ранг Кантора-Бендиксона t или ниже.*

Для доказательства этой теоремы с помощью геометрического подхода, с использованием результатов из [2], была показана возможность сопоставления всякому определимому в арифметике Пресбургера множеству его *арифметической размерности n* : арифметическая размерность указывает на существование определимого изоморфизма с декартовой степенью \mathbb{N}^n натурального ряда.

Данная теорема немедленно влечёт следующий результат, аналогичный доказанному Зутхаутом для одномерного случая:

Теорема 3. *Пусть $\iota: \mathbf{PrA} \rightarrow \mathbb{N}$ – t -мерная интерпретация арифметики Пресбургера в собственную стандартную модель $(\mathbb{N}, +)$ без параметров ($t > 1$). Тогда внутренняя модель, определяемая интерпретацией, изоморфна стандартной.*

Является ли этот изоморфизм непременно пресбургерово определимым, остаётся открытым вопросом для дальнейшего исследования.

Литература

- [1] Hodges W. *Model theory*. Cambridge University Press, 1993. Т. 42.
- [2] Ito R. *Every semilinear set is a finite union of disjoint linear sets* // Journal of Computer and System Sciences. 1969. Т. 3. № 2. С. 221–231.
- [3] Khoussainov B., Rubin S., Stephan F. *Automatic linear orders and trees*. // ACM Transactions on Computational Logic (TOCL). 2005. Т. 6. № 4. С. 675–700.

-
- [4] Muchnik A. A. *The definable criterion for definability in Presburger arithmetic and its applications.* // Theoretical Computer Science. 2003. Т. 290. № 3. С. 1433–1444.
- [5] Presburger M. *Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt.* // Comptes Rendus du I congrès de Mathématiciens des Pays Slaves 92–101, Warszawa, 1929.
- [6] Visser A. *An overview of interpretability logic.* // Kracht M., de Rijke M., Wansing H., Zakharyashev M., ed., Advances in Modal Logic. Т. 1. CSLI Lecture Notes. № 87. С. 307–359. Center for the Study of Language and Information, Stanford, 1998.
- [7] Zoethout J. *Interpretations in Presburger Arithmetic.* Bachelor Thesis under the supervision of Albert Visser. Utrecht: Utrecht University. 2015.

Объединения модально определимых классов моделей

Золин Е. Е. (Москва)

Our main result: a class of pointed Kripke models (respectively, a class of Kripke models) is representable as the union of classes that are definable by some sets of modal formulas if and only if it is closed under bisimulation (respectively, surjective bisimulation) and ultrafilter extensions and its complement is closed under ultrafilter extensions.

При изучении какого-либо логического языка \mathcal{L} и класса структур \mathcal{S} , служащих для интерпретации формул языка \mathcal{L} , интересен вопрос о том, как «охарактеризовать» (в терминах замкнутости отношений или операций над структурами) классы структур $\mathbb{K} \subseteq \mathcal{S}$, задаваемые одной формулой или множеством формул (то есть представимые в виде пересечения классов, задаваемых одной формулой) языка \mathcal{L} . Однако, есть еще один естественный «вид» классов — классы структур $\mathbb{K} \subseteq \mathcal{S}$, представимые в виде объединения пересечений классов, задаваемых одной формулой языка \mathcal{L} . Удивительный, но простой факт состоит в том, что на этом «иерархия видов» классов исчерпывается [1, Ch. 7].

В логике предикатов известны критерии для всех трех «видов» классов [1, Ch. 7]. В модальной же логике они известны (автору) лишь для первых двух «видов»; в настоящей работе даются критерии для третьего «вида».

Базовые определения см., например, в [2]. Отмеченной моделью мы называем пару (M, a) , где $M = (W, R, V)$ — модель (Кripке) и $a \in W$.

Определение 1. Для класса моделей \mathbb{K} мы будем (условно) писать:

- $\mathbb{K} \in \mathbb{M}$, если $\mathbb{K} = \{M \mid M \models A\}$ для некоторой модальной формулы A ;
- $\mathbb{K} \in \cap\mathbb{M}$, если $\mathbb{K} = \{M \mid M \models \Gamma\}$ для некоторого множества формул Γ ; это равносильно тому, что $\mathbb{K} = \bigcap_{i \in I} \mathbb{K}_i$ для некоторых классов $\mathbb{K}_i \in \mathbb{M}$;
- $\mathbb{K} \in \cup\cap\mathbb{M}$, если $\mathbb{K} = \bigcup_{i \in I} \bigcap_{j \in J_i} \mathbb{K}_{i,j}$ для некоторых классов $\mathbb{K}_{i,j} \in \mathbb{M}$.

Легко дать аналогичные определения для классов отмеченных моделей, а также для $\cap\cup\mathbb{M}$ и так далее. Как говорилось выше, $\cup\cap\mathbb{M} = \cap\cup\mathbb{M}$.

Критерии для $\mathbb{K} \in \mathbb{M}$ и $\mathbb{K} \in \cap \mathbb{M}$ получены в [3] для классов отмеченных моделей, в [4] для классов моделей. Мы дадим критерии для $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M}$.

Пишем $M \equiv N$ (модели M и N *модально эквивалентны*), если для каждой модальной формулы A имеем: $M \models A \Leftrightarrow N \models A$. Пишем $M \sqsubseteq N$, если для каждой модальной формулы A имеем: $M \models A \Rightarrow N \models A$. Мы говорим, что класс \mathbb{K} замкнут относительно \sqsubseteq , если из $M \in \mathbb{K}$ и $M \sqsubseteq N$ следует $N \in \mathbb{K}$. Для отмеченных моделей определения даются аналогично.

Следующий факт, хотя и формулируется нами для (отмеченных) моделей и модального языка, носит общий характер — он верен для произвольного класса структур \mathcal{S} и языка \mathcal{L} .

Лемма 1. (а) Класс моделей $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M} \iff$ он замкнут отн. \sqsubseteq .

(б) Класс отмеченных моделей $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M} \iff$ он замкнут отн. \equiv .

Мы пишем $N \hookrightarrow M$, если N — порожденная подмодель модели M . Класс \mathbb{K} замкнут отн. \hookrightarrow , если из $M \in \mathbb{K}$ и $N \hookrightarrow M$ следует $N \in \mathbb{K}$.

Лемма 2. Класс моделей $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M} \iff$ он замкнут отн. \equiv и \hookrightarrow .

В приведенных критериях фигурируют отношения, определяемые в терминах модального языка. Далее мы дадим «структурные» критерии.

Пишем $(M, a) \simeq (N, b)$ (читаем: отмеченные модели *бисимулируют*), если есть *бисимуляция* Z между M и N , такая что $a Z b$. Пишем $M : \simeq: N$ (читаем: модели *глобально бисимулируют*), если есть бисимуляция Z между M и N , такая что $\forall a \in M \exists b \in N a Z b$ и наоборот. Очевидно, \mathbb{K} замкнут относительно $: \simeq:$ и $\hookrightarrow \iff \mathbb{K}$ замкнут отн. сюръективной бисимуляции.

Понятия *ультрапроизведения* и *ультрастепени* структур первого порядка хорошо известны в теории моделей и используются в критериях для языка первого порядка [1, Ch. 7]. Критерии для $\mathbb{K} \in \mathbb{M}$ и $\mathbb{K} \in \cap \mathbb{M}$, использующие эти понятия, получены в [3] для отмеченных моделей и в [4] для моделей. Аналогичные критерии для $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M}$ получаются из приводимой ниже теоремы заменой слова «ультраприсширение» на «ультрастепень».

Однако эти понятия не являются «присущими» модальному языку (они сохраняют истинность не только модальных формул, но и любых формул первого порядка). Поэтому в [5] был изучен вопрос о «чисто модальных» критериях. Подходящим модальным аналогом ультрастепени оказывается понятие *ультраприсширения* модели Кripке [2, Def. 2.57].

Теорема. (а) Класс отмеченных моделей $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M} \iff$ он замкнут относительно бисимуляции и ультраприсширений, а его дополнение замкнуто относительно ультраприсширений.

(б) Класс моделей $\mathbb{K} \in \cup \cap \mathbb{M} \iff$ он замкнут относительно глобальной бисимуляции, порожденных подмоделей и ультраприсширений, а его дополнение замкнуто относительно ультраприсширений.

В [5] подобные «чисто модальные» критерии получены для классов отмеченных моделей $\mathbb{K} \in \cap \mathbb{M}$ и $\mathbb{K} \in \mathbb{M}$, а также для классов моделей $\mathbb{K} \in \cap \mathbb{M}$;

для классов моделей $\mathbb{K} \in \mathbb{M}$ вопрос открыт (и автору не известно «чисто модальных» операций или отношений, отличающих $\mathbb{K} \in \cap \mathbb{M}$ от $\mathbb{K} \in \mathbb{M}$).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-01-00615.

Литература

- [1] Bell J., Slomson A. *Models and Ultrafilters: An Introduction*. North-Holland, 1969.
- [2] Blackburn P., de Rijke M., Venema Y. *Modal Logic*. Cambridge Univ. Press, 2001.
- [3] de Rijke M. *Extending Modal Logic*. PhD Thesis, University of Amsterdam, 1993.
- [4] de Rijke M., Sturm H. *Global definability in basic modal logic*. In: H. Wansing (ed.), Essays on Non-classical Logic. World Scientific Publishers, 2001
- [5] Venema Y. *Model definability, purely modal*. In Gerbrandy J. et. al. (eds), JFAK: Essays dedicated to Johan van Benthem on the occasion of his 50th birthday (CD-ROM), Amsterdam University Press, 1999.

Comparison games for intuitionistic predicate logic

Kazanin S. S. (Moscow)

It is well-known that elementary equivalence in first-order logic is precisely captured by so called Ehrenfeucht games: namely, two models share the same true formulas of quantifier depth no greater than n iff the second player can keep playing for n moves (see [1], chapter 3). A similar result is known for modal formulas and bisimulation games (see [3], section 3).

First, we need an analogue of modal depth for intuitionistic formulas:

Definition 1. The *implicative rank* of an intuitionistic predicate formula ϕ is defined by induction:

- $\text{rk}(p) = 0$, for p atomic;
- $\text{rk}(\phi \vee \psi) = \text{rk}(\phi \wedge \psi) = \max(\text{rk}(\phi), \text{rk}(\psi))$;
- $\text{rk}(\phi \rightarrow \psi) = \max(\text{rk}(\phi), \text{rk}(\psi)) + 1$;
- $\text{rk}(\exists x\phi) = \text{rk}(\phi)$;
- $\text{rk}(\forall x\phi) = \text{rk}(\phi) + 1$;

This definition is clearly motivated by the usual Kripke semantics (see [4] for definitions), as clauses for \rightarrow and \forall are the only ones where accessibility relation is used to check the truth.

Definition 2. A *bisimulation game* between two propositional Kripke models is played as follows: two pebbles are placed, each occupying one world in its model. The first player, called Spoiler, moves one of the pebbles to an accessible world; the second, called Duplicator, must move a pebble in another model to an accessible world. Spoiler wins iff Duplicator fails to move pebbles so that the marked worlds satisfy the same atomic formulas.

Theorem 1. *Two pointed propositional Kripke models (\mathfrak{M}, m_0) , (\mathfrak{N}, n_0) satisfy the same intuitionistic formulas up to implicative depth n iff Duplicator has a winning strategy in the bisimulation game of length n between models \mathfrak{M} and \mathfrak{N} with the starting position (m_0, n_0) . In this case we call pointed models (\mathfrak{M}, m_0) and (\mathfrak{N}, n_0) n -equivalent.*

Now let us explain how to combine two kinds of games.

Definition 3. A comparison game between predicate Kripke models $\mathfrak{M} = (F, \leq, \{D_\alpha\})$ and $\mathfrak{N} = (G, \preceq, \{E_\beta\})$ of length n, m with the starting position $(m_0, (d_1, \dots, d_k), n_0, (e_1, \dots, e_k))$ (where $d_i \in D_{m_0}$, $e_i \in E_{n_0}$) is played as follows: assuming the current position is $(x, (a_1, \dots, a_r), y, (b_1, \dots, b_r))$ (where $a_i \in D_x$, $b_i \in E_y$), the first player, called Spoiler, has two kinds of moves. Spoiler can move from a world $x \in F$ to a world $x' \geq x$ (or from a world $y \in G$ to a world $y' \succeq y$, respectively), preserving the individuals in the current position, thus using his world move. Spoiler can also add an individual $a_{r+1} \in D_x$ or $b_{r+1} \in E_y$ to the corresponding tuple, thus using his individual move. The second player, called Duplicator, replies as follows. If Spoiler changed the world, Duplicator must also change the world in another model, as in the propositional case. If Spoiler has added an individual, Duplicator must choose an element in another model. Spoiler wins iff after several turns the correspondence $a_i \mapsto b_i$ is not a partial isomorphism; Duplicator wins iff he survives for n world and m individual moves. Spoiler is unable to make $> n$ moves of the first type or $> m$ moves of the second type, but he is always free to choose the types of his moves.

There is an unexpected difficulty here. Under the usual truth definition (see [4]) $\forall x$ is read as ‘For all x ’s in all greater worlds...’. So the formula $\forall x \phi(x)$ may be false because of some x falsifying ϕ either in the present world or later. So, in general, we cannot construct the winning strategy for Duplicator from the coincidence of theories, because the response to the falsifying x may not yet exist. There are, however, several ways to get around the problem. First, shift to the modal theory. Second, restrict to models with constant domains. Third, change the definition of games (cf. [6]); this option will be discussed in another paper.

Theorem 2. *Assume that Σ is a finite signature without function symbols, $\mathfrak{M} = (F, \leq, \{D_\alpha\})$, $\mathfrak{N} = (G, \preceq, \{E_\beta\})$ are predicate Kripke models of signature Σ . Then the pointed model¹ $(\mathfrak{N}, n_0, \bar{e})$ verifies the same predicate modal formulas up to quantifier depth k and modal depth l as $(\mathfrak{M}, m_0, \bar{d})$ iff Duplicator has a winning strategy in the comparison game between models \mathfrak{M} and \mathfrak{N} with k individual moves and l world moves with the starting position $(m_0, \bar{d}, n_0, \bar{e})$. In this case, we call these pointed models k, l -equivalent.*

¹Technically, this means that we add individuals d_i, e_j as constants to our signature

Theorem 3. Assume Σ is a finite signature without function symbols, $\mathfrak{M} = (F, \leq, D)$, $\mathfrak{N} = (G, \preceq, E)$ are models of signature Σ with constant domains. Then the pointed model $(\mathfrak{N}, n_0, \bar{e})$ verifies the same predicate intuitionistic formulas up to quantifier depth m and implicative depth n as $(\mathfrak{M}, m_0, \bar{d})$ iff Duplicator has a winning strategy in comparison game between models \mathfrak{M} and \mathfrak{N} with m individual moves and n world moves with the starting position $(m_0, \bar{d}, n_0, \bar{e})$. In this case, we call pointed models m, n -equivalent. (The ‘if’ part was proved in [5])

Definition 4. For worlds w, v and tuples of individuals in them we write $(v, \bar{d}) \cong_{m,n} (w, \bar{e})$ if $(\mathfrak{M}, v, \bar{d})$ is m, n -equivalent to $(\mathfrak{M}, w, \bar{e})$.

These theorems can be used analogously to their use in classical model theory. For example,

Proposition 5. If an intuitionistic theory T containing the constant domain axiom is such that for every its Kripke model \mathfrak{M} $(v, \bar{d}) \cong_{1,n} (w, \bar{e})$ implies $(v, \bar{d}) \cong_{2,n} (w, \bar{e})$, then T is decidable.

Proposition 6. The intuitionistic theory of decidable unary predicates with the axiom of constant domains is decidable.

Proposition 7. The intuitionistic theory axiomatized by

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y (x < y \vee x = y \vee x > y) \\ & \forall x \forall y \forall z (x < y \wedge y < z \rightarrow x < z) \\ & \forall x \neg(x < x) \\ & \forall x \forall y (x < y \rightarrow \exists z (x < z \wedge z < y)) \end{aligned}$$

coincides with the classical theory of dense linear unbounded orders.

Proof. (Sketch) Let us denote our theory by DLO_{int} and its Gödel translation by DLO_{mod} (see [4] for the definition) of it. One can show that it admits the elimination of modalities, that is, there exists $T \supset \text{DLO}_{cl}$ such that $T \models \text{DLO}_{mod}$. Since DLO_{cl} is complete, $T = \text{DLO}_{cl}$ and it is easily seen that intuitionistic theory DLO_{int} is also entailed by T . \square

Bibliography

- [1] Hodges W. *Model theory*, Cambridge University Press, 1993
- [2] Chagrov A., Zakharyashev M. *Modal logic*, Clarendon Press, 1997
- [3] Goranko V., Otto M. *Model theory of modal logic*, in Handbook of modal logic, Elsevier Science, 2006
- [4] Gabbay D., Skvortsov D., Shehtman V. *Quantification in nonclassical logic*, Elsevier Science, 2009

- [5] Połacik T. *Back and forth between Kripke models*. Logic Journal of IGPL 16(4): 335–355, 2008

Simulation of tree-like and dag-like propositional proof systems

Kozhemiachenko D. A. (Moscow)

Simulation of proof systems has been studied since the thesis of Reckhow [4] and even earlier. The main result provided in his dissertation was that natural, sequent and Frege proof systems polynomially simulate one another. Reckhow, however, considered only calculi with proofs in the form of directed acyclic graphs (dags). In 1989 Krajíček proved in [3] that tree-like and dag-like Gentzen systems polynomially simulate one another which meant that tree-like and dag-like natural deduction systems also simulate one another polynomially.

Our aim is to provide speedups of dag-like calculi over tree-like ones for Gentzen and natural deduction.

We use a standardly defined propositional language. Letters A, B, \dots designate arbitrary formulas, letters Γ, Δ, \dots designate arbitrary finite sets of formulas and subscripts *dag* and *tree* designate forms of proofs.

Definition 1. Natural deduction — ND

ND has the following rules of inference (subscripts *i* and *e* stand for “introduction” and “elimination”).

$$\begin{array}{c} \wedge_i: \frac{\begin{array}{c} A \\ \hline A \wedge B \end{array}}{A \wedge B} \wedge_e 1 \quad \frac{A \wedge B}{B} \wedge_e 2 \quad \frac{A \wedge B}{A} \vee_i 1 \quad \frac{A}{A \vee B} \vee_i 2 \quad \frac{B}{A \vee B} \\ \supset_e \frac{\begin{array}{c} A \\ \hline A \supset B \end{array}}{B} \\ \neg_i \frac{\begin{array}{c} [\Gamma] \quad [\Delta] \\ \hline A \quad \neg A \end{array}}{\neg B \quad (B \in \Gamma \cup \Delta)} \quad \neg_e \frac{\neg \neg A}{A} \quad \vee_e \frac{\begin{array}{c} [A] \quad [B] \\ \hline A \vee B \end{array}}{\begin{array}{c} C \\ \hline C \end{array}} \quad \supset_i \frac{\begin{array}{c} [A] \\ \hline B \end{array}}{A \supset B} \end{array}$$

An ND-proof is a tree (dag) of formulas; any formula may appear at a leaf, as a hypothesis. Various inferences may close or discharge the hypotheses; in a completed proof all hypotheses must be discharged and the proof is a proof of the formula appearing at the root node at the bottom of the tree (dag). Hypotheses discharged by an inference are shown in square brackets. \neg_i discharges any hypothesis introduced above A or $\neg A$.

Length of ND-derivation is equal to the number of formulas therein. We write $\Gamma \vdash_n^{\text{ND}} A$ if there is an ND-derivation of A from Γ with length no more than n .

Definition 2. Gentzen-style sequent calculus — PKT

We use the definition of this calculus as it is given in [2]. PKT uses sequents of the form $A_1, \dots, A_n \rightarrow B_1, \dots, B_m$ and the following rules of inference.

$$\begin{array}{c}
\supset_l \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, A \quad B, \Gamma \rightarrow \Theta}{A \supset B, \Gamma \rightarrow \Theta} \supset_r \frac{A, \Gamma \rightarrow \Theta, B}{\Gamma \rightarrow \Theta, A \supset B} \\
\wedge_l \frac{A, B, \Gamma \rightarrow \Theta}{A \wedge B, \Gamma \rightarrow \Theta} \wedge_r \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, A \quad \Gamma \rightarrow \Theta, B}{\Gamma \rightarrow \Theta, A \wedge B} \\
\vee_l \frac{A, \Gamma \rightarrow \Theta \quad B, \Gamma \rightarrow \Theta}{A \vee B, \Gamma \rightarrow \Theta} \vee_r \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, A, B}{\Gamma \rightarrow \Theta, A \vee B} \\
\neg_l \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, A}{\neg A, \Gamma, \rightarrow \Theta} \neg_r \frac{A, \Gamma \rightarrow \Theta}{\Gamma \rightarrow \neg A, \Theta} \\
W_l \frac{\Gamma \rightarrow \Theta}{D, \Gamma \rightarrow \Theta} W_r \frac{\Gamma \rightarrow \Theta}{\Gamma \rightarrow \Theta, D} C_l \frac{D, D, \Gamma \rightarrow \Theta}{D, \Gamma \rightarrow \Theta} C_r \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, D, D}{\Gamma \rightarrow \Theta, D} \\
E_l \frac{\Delta, D, C, \Gamma \rightarrow \Theta}{\Delta, C, D, \Gamma \rightarrow \Theta} E_r \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, D, C, \Delta}{\Gamma \rightarrow \Theta, C, D, \Delta} \text{Cut} \frac{\Gamma \rightarrow \Theta, D \quad D, \Gamma \rightarrow \Theta}{\Gamma \rightarrow \Theta}
\end{array}$$

A PKT-proof of a sequent $\Gamma \rightarrow A$ is a finite tree (dag) whose nodes are sequents, whose root is $\Gamma \rightarrow A$ and is written at the bottom, whose leaves (initial sequents) have form $A \rightarrow A$, such that each non-leaf sequent follows from the sequent(s) immediately above by one of the rules of inference given above.

Length of a PKT-proof is equal to the number of sequents therein. We will write $\Gamma \vdash_n^{\text{PKT}} A$ if there is a PKT-proof of $\Gamma \rightarrow A$ length of which is no more than n .

We will also, following Buss and Bonet [1], consider a version PKT* of PKT calculus where we do not count steps inferred by rules W_l, W_r, E_l, E_r and C_l, C_r .

One can prove the following theorems.

Theorem 1. $\Gamma \vdash_n^{\text{ND}_{\text{dag}}} D \Rightarrow \Gamma \vdash_{O(n)}^{\text{PKT}_{\text{dag}}^*} D$.

Theorem 2. If $\Gamma \vdash_n^{\text{PKT}_{\text{dag}}^*} D$, then there is such $\Gamma' \subseteq \Gamma$ that $\Gamma' \vdash_{O(n)}^{\text{ND}_{\text{dag}}} D$.

Theorem 3. $\Gamma \vdash_n^{\text{ND}_{\text{dag}}} D \Rightarrow \Gamma \vdash_{O(n^3)}^{\text{ND}_{\text{tree}}} D$

Theorem 4. $\Gamma \vdash_n^{\text{PKT}_{\text{dag}}} D \Rightarrow \Gamma \vdash_{O(n^3)}^{\text{PKT}_{\text{tree}}} D$.

Theorem 5. $\Gamma \vdash_n^{\text{PKT}_{\text{dag}}} D \Rightarrow \Gamma \vdash_{O(n^2)}^{\text{PKT}_{\text{tree}}^*} D$

Theorem 6. If $\Gamma \vdash_n^{\text{PKT}_{\text{tree}}^*} D$, then there is such $\Gamma' \subseteq \Gamma$ that $\Gamma' \vdash_{O(n^3)}^{\text{PKT}_{\text{dag}}} D$.

Bibliography

- [1] Buss S. R., Bonet M. L. *The deduction rule and linear and near-linear proof simulations*. The Journal of Symbolic Logic, 58(2):688–709, Jun. 1993.

-
- [2] Cook S. A., Nguyen P. *Logical Foundations of Proof Complexity*. Cambridge University Press, Cambridge, 2010.
 - [3] Krajíček J. *On the number of steps in proofs*. Annals of Pure and Applied Logics, (41):153–178, 1989.
 - [4] Reckhow R. A. *On the lengths of proofs in the propositional calculus*. PhD thesis, University of Toronto, 1976.

Realizability Semantics for the Predicate Formulas Based on Generalized Computability

Konovalov A. Yu., Plisko V. E. (Moscow)

We consider semantics of the predicate formulas based on various versions of realizability for extensions of the language of arithmetic L_A .

In [1, § 16.8] a hierarchy of the hyperarithmetical relations is described. For every natural number n in the system of notation for constructive ordinals O a set of natural numbers $H(n)$ is defined: $H(1) = \emptyset$; $H(2^n) = (H(x))'$ if $n \in O$, where ' $'$ is the jump operation; $H(3 \cdot 5^n) = \{c(u, v) \mid v <_O 3 \cdot 5^n \text{ and } u \in H(v)\}$ if $3 \cdot 5^n \in O$, where c is a numeration of the pairs of natural numbers. Let L_{H_n} be an extension of L_A by adding a unary predicate symbol H_n ($n \in \mathbb{N}$). The language L_H (L'_H) is the union of the languages L_{H_n} for all $n \in O$ ($n \in \mathbb{N}$). Finally, the language L_O is obtained by adding a unary predicate symbol O to the language L'_H . Let $\mathcal{L} = \{L_A, L_H, L_O\} \cup \{L_{H_n} \mid n \in O\}$. The standard interpretation \mathfrak{N} of the language L_A is extended to other languages in \mathcal{L} : $H_n(x)$ means $x \in H(n)$ if $n \in O$ and is false otherwise; $O(x)$ means $x \in O$. Let a gödelean numbering of the formulas of L_O be fixed. Thus for every formula Φ of the languages in \mathcal{L} its gödelean number is defined. Let Φ_e be the formula with the gödelean number e . If $L \in \mathcal{L}$, then I_{n+1}^L is defined as the set of the gödelean numbers of the L -formulas with free variables y, x_1, \dots, x_n . If $L \in \mathcal{L}$, then every L -formula $\Phi_e(y, x_1, \dots, x_n)$ defines an n -ary partial function $\varphi_e^{L,n}$ in the following way:

$$\varphi_e^{L,n}(a_1, \dots, a_n) = b \Leftrightarrow \mathfrak{N} \models \Phi_e(b, a_1, \dots, a_n) \& (\forall y < b) \neg \Phi_e(y, a_1, \dots, a_n).$$

The relation “a natural number e L -realizes a closed L_O -formula Φ ” ($e \mathbf{r}^L \Phi$) is defined inductively:

- $e \mathbf{r}^L \Leftrightarrow \mathfrak{N} \models p$ if p is an atomic formula (including \top and \perp);
- $e \mathbf{r}^L (\Phi \& \Psi) \Leftrightarrow e = c(a, b)$ and $a \mathbf{r}^L \Phi$, $b \mathbf{r}^L \Psi$;
- $e \mathbf{r}^L (\Phi \vee \Psi) \Leftrightarrow (e = c(0, a) \text{ and } a \mathbf{r}^L \Phi) \text{ or } (e = c(1, b) \text{ and } b \mathbf{r}^L \Psi)$;
- $e \mathbf{r}^L \exists x \Phi(x) \Leftrightarrow e = c(a, b)$ and $a \mathbf{r}^L \Phi(b)$;
- $e \mathbf{r}^L \forall \bar{x} (\Phi \rightarrow \Psi) \Leftrightarrow e \in I_{n+2}^L \text{ and } \forall \bar{x}, s (s \mathbf{r}^L \Phi \Rightarrow \varphi_e^{L,n+1}(\bar{x}, s) \mathbf{r}^L \Psi)$, where $\bar{x} = x_1, \dots, x_n$ and $n \geq 0$;
- $e \mathbf{r}^L \forall \bar{x} \Phi \Leftrightarrow e \mathbf{r}^L \forall \bar{x} (\top \rightarrow \Phi)$ if \bar{x} is a non-empty list of variables, the formula Φ does not begin with the quantifier \forall , and \rightarrow is not the main connective in Φ .

A closed formula Φ is called L -realizable iff there exists a natural number e such that $er^L \Phi$. As every one of the languages in \mathcal{L} is a fragment of L_O , the notion of L -realizability is defined for the formulas of these languages too.

For every $L \in \mathcal{L}$, it is easy to prove that an L -formula Φ is L -realizable iff $\mathfrak{N} \models \Phi$. At the same time the following propositions hold:

- 1) if L is one of the languages L_A , L_{H_k} ($k \in O$), L_H , then there exists a closed L_O -formula such that $\mathfrak{N} \models \Phi$ but Φ is not L -realizable;
- 2) if L is one of the languages L_A , L_{H_k} ($k \in O$), then there exists a closed L_H -formula such that $\mathfrak{N} \models \Phi$ but Φ is not L -realizable.

We define an n -ary generalized predicate as an arbitrary total function of the type $\mathbb{N}^n \rightarrow 2^\mathbb{N}$. We say that a generalized valuation f of a predicate formula $A(P_1, \dots, P_n)$ is given if every predicate variable P_i ($i = 1, \dots, n$) is associated with a generalized predicate $f(P_i)$ of the same arity. Let $L \in \mathcal{L}$. The relation “a natural number e L -realizes a predicate formula A with the constants in \mathbb{N} relative to a generalized valuation f ” ($er_f^L A$) is defined inductively in the same way as the relation $er^L \Phi$ for the formulas differing only in the case of an atomic formula. Namely,

$$er_f^L P(a_1, \dots, a_n) \Leftrightarrow e \in f(P)(a_1, \dots, a_n).$$

A closed predicate formula A is called absolutely L -realizable iff for every generalized valuation f there exists e such that $er_f^L A$. It can be proved that if $L \in \mathcal{L}$, then the formula $\forall x (P(x) \vee \neg P(x))$ is not absolutely L -realizable.

Theorem 1. *If $L \in \mathcal{L}$, then there exists an absolutely L -realizable predicate formula which is not deducible in the intuitionistic predicate calculus.*

The basic predicate calculus BQC was introduced by W. Ruitenburg [2]. It deals with sequents of the form $A \Rightarrow B$, where A and B are predicate formulas. A predicate formula A is said to be deducible in BQC iff the sequent $\top \Rightarrow A$ is deducible in BQC .

Theorem 2. *If $L \in \mathcal{L}$, then every closed predicate formula deducible in BQC is absolutely L -realizable.*

Bibliography

- [1] Rogers H. *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*. McGraw-Hill, New York, 1967.
- [2] W. Ruitenburg W. *Basic predicate calculus* // Notre Dame J. Formal Logic. 1998. V. 39. pp. 18–46.

Перевод традиционной негативной силлогистики в модальную логику

Красненкова А. В. (Москва)

We introduce a modal system $S5^*$ that describes the traditional negative syllogistics formulated by A. A. Ilyin [1]. Theorems of so-called equivalence of translations are proved, and the complexity bounds for the traditional negative syllogistics are established.

Определение 1. Пусть P, S – термины или их отрицания. Формулы традиционной негативной силлогистики строятся из атомарных формул SaP («Каждый S есть P »), SeP («Каждый S не есть P »), SiP («Некоторые S есть P »), SoP («Некоторые S не есть P ») с помощью булевых связок стандартным образом.

Аксиоматика NTS , сформулированная А. А. Ильиным [1], такова:

0. Все тавтологии КЛВ.
1. $SaP \rightarrow SiP$
2. $SiP \leftrightarrow PiS$
3. SaS
4. $(MaP \& SaM) \rightarrow SaP$
5. $SeP \leftrightarrow \neg SiP$
6. $SaP \leftrightarrow \neg SoP$
7. $SaP \leftrightarrow \neg SeP'$
8. $SiP \leftrightarrow SiP''$

Правило вывода: MP .

Система NTS аксиоматизирует силлогистику с непустыми и неуниверсальными терминами.

М. Н. Бежанишвили и Л. И. Мchedlishvili предложили следующий ее перевод в одноместное исчисление предикатов, сохраняющий выводимость формул (см. [1]). Указанный перевод основывается на так называемом фундаментальном переводе Г. В. Лейбница L ($L(SaP) := \forall x(S(x) \rightarrow P(x))$, $L(SeP) := \forall x(S(x) \rightarrow \neg P(x))$, $L(SiP) := \exists x(S(x) \& P(x))$, $L(SoP) := \exists x(S(x) \& \neg P(x))$, $L(\neg A) := \neg L(A)$, $L(A \circ B) := L(A) \circ L(B)$, где $\circ \in \{\&, \vee, \rightarrow\}$, A, B – формулы) и учитывает непустоту и неуниверсальность терминов NTS .

Перейдем к формулировке модальной системы $S5^*$. Пусть оператор \square^* обозначает универсальную модальность. Определим перевод T силлогистических формул в модальный язык.

Определение 2. $T(SaP) := \square^*(s \rightarrow p)$, $T(SeP) := \square^*(s \rightarrow \neg p)$, $T(SiP) := \diamond^*(s \& p)$, $T(SoP) := \diamond^*(s \& \neg p)$ и T коммутирует с пропозициональными связками, т.е. $T(\neg A) := \neg T(A)$, $T(A \circ B) := T(A) \circ T(B)$, где $\circ \in \{\&, \vee, \rightarrow\}$, A, B – формулы.

Система $S5^*$ определяется следующим образом:

A1. Все теоремы модальной системы $S5$.

A2. $\Diamond^* p$ (непустота оценки произвольной пропозициональной переменной; соответствует непустоте произвольного силлогистического термина).

A3. $\Diamond^* \neg p$ (неуниверсальность оценки произвольной пропозициональной переменной; соответствует неуниверсальности произвольного силлогистического термина).

Здесь p обозначает только произвольную пропозициональную переменную.

Правила вывода: MP (Modus ponens).

Определим языковой фрагмент системы $FS5^*$:

1. Все модальные формулы вида $\Box^*(p \rightarrow q)$, $\Diamond^*(p \& q)$, где p, q – произвольные пропозициональные переменные или их отрицания, принадлежат $FS5^*$.

2. Все булевые комбинации формул из п.1. принадлежат $FS5^*$.

3. Ничто иное не принадлежит $FS5^*$.

Заметим, что перевод T биективен. Относительно фрагмента $FS5^*$ системы $S5^*$ справедливы следующие теоремы:

Теорема 1. *Определенный выше перевод T всякой теоремы NTS является теоремой $S5^*$.*

Теорема 1 доказывается путем построения выводов в $S5^*$ для переводов всех аксиом NTS .

Теорема 2. *Каждая теорема $S5^*$, принадлежащая языковому фрагменту $FS5^*$, является модальным переводом T соответствующей теоремы традиционной негативной силлогистики.*

Отметим, что Теорема 2 доказывается с использованием указанного выше перевода силлогистических формул в одноместное исчисление предикатов, а также с помощью стандартного первопорядкового перевода модальных формул в одноместное исчисление предикатов. Доказывается эквивалентность данных переводов для формул, принадлежащих $FS5^*$, и соответствующих им силлогистических формул.

Следующая теорема описывает сложность NTS :

Теорема 3. *Проблема выполнимости для силлогистических формул NP -полна. Проблема выводимости силлогистических формул $Co-NP$ -полна.*

Верхняя оценка устанавливается путем сведения проблемы выводимости в $S5^*$ к аналогичной проблеме для системы $S5$, для которой сложностные оценки уже известны, а нижняя – посредством моделирования проблемы выполнимости булевых формул.

Литература

- [1] Ильин А. А. *Традиционная силлогистика с отрицательными терминами.* // Логические исследования. М., 2011.

О моделировании знания в социальных сетях

Крупский В. Н. (Москва)

We introduce a topological (neighbourhood) semantics for intuitionistic epistemic logic and demonstrate how it can be used to model the knowledge in social networks. We establish that the logic IEL (S. Artemov, T. Protopopescu, 2016) is sound and complete with respect to it and prove the complexity bound: IEL is PSPACE-complete. The soundness and completeness results for the extended system IEL^+ that corresponds to a special case of a network with licensed bloggers are also established.

Пусть X — (конечное) множество всех пользователей некоторой социальной сети (Facebook, LiveJournal и т.п.). В процессе общения в сети пользователи обмениваются информацией, представленной в виде высказываний. Но весьма сомнительно, что в результате такого общения удается установить истинность или ложность этих высказываний. Утверждения в сети обрастают свидетельствами, подробностями, комментариями, направленными на то, чтобы пользователи *поверили в истинность* соответствующих высказываний. Основная цель — убедить, а не установить истину.

Предлагается в основу формализации вместо предиката истинности положить более сложный предикат *уверенности в истинности*:

$$x \Vdash F \Leftrightarrow \text{"}x \text{ уверен, что } F \text{ верно"}$$

Убежденность возникает в результате обсуждения высказывания и всех свидетельств некоторой группой пользователей U_x , включающей в себя x . Если все они придут к убеждению, что F верно, то, в частности, $x \Vdash F$.

Допущение 1 (Сомневающиеся пользователи). Обратное тоже верно: $x \Vdash F \Leftrightarrow \exists U_x \forall y \in U_x (y \Vdash F)$. Если такой группы нет, то у пользователя x нет основания быть уверенным в верности высказывания F , т.е. $x \nVdash F$. При этом он может предполагать F верным, но сомневаться.

Каждая группа U имеет непустое подмножество $E(U) \subseteq U$ «авторитетных» блоггеров. Это источник информации, инициаторы обсуждений; остальные пользователи только читают и комментируют. Функция выбора E задает оператор знания K : $x \Vdash KF \Leftrightarrow \exists U_x \forall y \in E(U_x) (y \Vdash F)$. Тем самым, уверенность в знании обеспечивается единым мнением всех авторитетных блоггеров группы. Примерами выбора $E(U)$ могут служить:

- члены группы U , имеющие подписчиков в U ;
- члены группы, лицензированные властями (должны присутствовать в каждой группе).

Допущение 2 (Монотонность). Авторитет, «заработанный» в группе U , должен признаваться всеми группами $V \supseteq U$: $U \subseteq V \Rightarrow E(U) \subseteq E(V)$. (Приведенные примеры удовлетворяют этому условию.)

Пусть τ — множество всех групп, т.е. коллективов для совместного обсуждения. В качестве начального приближения можно считать, что это все сообщества, зарегистрированные в сети, хотя для больших сетей этого недостаточно, т.к. в конкретном обсуждении участвуют более мелкие коллективы пользователей. Например, технически удобно считать непустые пересечения двух групп новыми группами. Более общее допущение следующее:

Допущение 3. τ образует базу топологии на X .

В принятых допущениях тройка (X, τ, \Vdash) оказывается конечной топологической моделью интуиционистского исчисления высказываний IPC , а стандартное для таких моделей продолжение отношения \Vdash на составные высказывания обеспечивает выполнение Допущения 1 для всех пропозициональных формул F .

Добавление монотонной функции выбора E приводит к конечной топологической (окрестностной) модели (X, τ, \Vdash, E) модального языка с оператором знания K . Мы показываем, что класс всех таких моделей соответствует интуиционистской эпистемической логике IEL , предложенной С. Артемовым и Т. Протопопеску [1]. Система IEL является расширением исчисления IPC следующими аксиомами:

$$K(F \rightarrow G) \rightarrow (KF \rightarrow KG), \quad F \rightarrow KF, \quad KF \rightarrow \neg\neg F.$$

Теорема 1. Логика IEL корректна и полна относительно класса всех конечных топологических моделей модального языка.

Система IEL^+ получается добавлением к IEL аксиомы $KKF \rightarrow KF$.

Теорема 2. Логика IEL^+ корректна и полна относительно класса всех конечных топологических моделей модального языка с функциями выбора вида $E(U) = U \cap D$, где D — всюду плотное подмножество X (множество лицензированных блоггеров).

Теорема 3. Логика IEL является $PSPACE$ -полнай.

Теоремы 1, 2 получены докладчиком совместно со студентом В. С Мотыгиным; теорема 3 принадлежит докладчику. Для доказательства верхней оценки сложности предложено эквивалентное IEL секвенциальное исчисление без правила сечения (см. [2]), для которого поиск вывода удается осуществить на полиномиальной памяти.

Литература

- [1] Artemov S., Protopopescu T. *Intuitionistic Epistemic Logic* // The Review of Symbolic Logic. 2016. Т. 9, № 2. С. 266–298.
- [2] Krupski V. N., Yatmanov A. *Sequent Calculus for Intuitionistic Epistemic Logic IEL* // S. Artemov and A. Nerode (Eds.), Logical Foundations of Computer Science, LFCS 2016. Lecture Notes in Computer Science. 2016. Т. 9537. P. 187–201.

On realizability semantics for independence friendly logic

*Odintsov S. P., Speranski, S. O., Shevchenko, I. Yu. (Novosibirsk,
St-Petersburg, Novosibirsk)*

We suggest realizability interpretation for Hintikka's independence-friendly first-order logic (IF-FOL for short) starting from the so-called 'trump semantics' for IF-FOL discovered by Hodges. We prove that the resulting realizability interpretation for IF-FOL extends Nelson's realizability interpretation restricted for the implication-free fragment of FOL in an effective way.

Independence-friendly first-order logic and its compositional semantics

Assume that our language for first order logic (FOL) contains the connective symbols \vee and \neg , and the quantifier symbol \exists . In this paper we consider only the standard model $\mathbb{N} = \langle \omega, s^{\mathbb{N}}, +^{\mathbb{N}}, \cdot^{\mathbb{N}}, 0^{\mathbb{N}} \rangle$ of Peano arithmetic. Let $Assign$ denote the set of assignments in ω defined on finite sets of individual variables.

The language of *independence-friendly first-order logic* (IF-FOL for short) by Hinkikka (see [1]) admits formulas $\varphi \vee_{\setminus X} \psi$ and $\exists x \setminus X \varphi$, where X is a finite set of individual variables, instead of $\varphi \vee \psi$ and $\exists x \varphi$. Identifying $\varphi \vee \psi$ and $\exists x \varphi$ with $\varphi \vee_{\emptyset} \psi$ and $\exists x \setminus \emptyset \varphi$ we consider IF-FOL as an extension of FOL. Compositional semantics for IF-FOL was developed by Wilfrid Hodges [2, 3] and deals with sets of assignments.

A *team* is a set T of assignments in \mathbb{N} that have common finite domain $\text{dom}(T)$.

For a team T , $A \subseteq \omega$, and $f: T \rightarrow A$, we define $T[x, A] = \{s(x \setminus a): s \in T, a \in A\}$ and $T[x, f] = \{s(x \setminus f(s)): s \in T\}$.

If s and s' are assignments, and X is a set of variables, we write $s \approx_X s'$ iff s and s' have the same domain and agree on $\text{dom}(s) \setminus X$.

Let T be a team and X a set of variables. A function $f: T \rightarrow \omega$ is called X -uniform if for all s and s' in T , $s \approx_X s'$ implies $f(s) = f(s')$. A cover $\{T_1, T_2\}$ of T is called X -uniform if for all s and s' in T , $s \approx_X s'$ and $s \in T_i$ imply $s' \in T_i$, $i = 1, 2$.

We denote the set of all X -uniform functions from T to ω as $\mathcal{F}(T, X)$, and the set of all X -uniform two-element covers of T as $\mathcal{C}(T, X)$.

For any team T and IF-FOL-formula ϕ with $\text{Free}(\phi) \subseteq \text{dom}(T)$, we inductively define the relations $\mathbb{N}, T \models_{tr}^+ \phi$ and $\mathbb{N}, T \models_{tr}^- \phi$ as follows (where α stands for an atomic formula).

$$\begin{aligned} \mathbb{N}, T \models_{tr}^+ \alpha &\quad \text{iff } \mathbb{N}, s \models \alpha \text{ for each } s \in T; \\ \mathbb{N}, T \models_{tr}^+ \psi \vee_{\setminus X} \theta &\quad \text{iff } \mathbb{N}, T_1 \models_{tr}^+ \psi \text{ and } \mathbb{N}, T_2 \models_{tr}^+ \theta \\ &\quad \text{for some } \{T_1, T_2\} \in \mathcal{C}(T, X); \\ \mathbb{N}, T \models_{tr}^+ \exists x \setminus X \psi &\quad \text{iff } \mathbb{N}, T[x, f] \models_{tr}^+ \psi \text{ for some } f \in \mathcal{F}(T, X); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{N}, T \models_{tr}^+ \neg \psi & \quad \text{iff } \mathbb{N}, T \models_{tr}^- \psi \\
\mathbb{N}, T \models_{tr}^- \alpha & \quad \text{iff } \mathbb{N}, s \not\models \alpha \text{ for each } s \in T; \\
\mathbb{N}, T \models_{tr}^- \psi \vee_{\setminus X} \theta & \quad \text{iff } \mathbb{N}, T \models_{tr}^- \psi \text{ and } \mathbb{N}, T \models_{tr}^- \theta; \\
\mathbb{N}, T \models_{tr}^- \exists x \setminus X \psi & \quad \text{iff } \mathbb{N}, T [x, \omega] \models_{tr}^- \psi; \\
\mathbb{N}, T \models_{tr}^- \neg \psi & \quad \text{iff } \mathbb{N}, T \models_{tr}^+ \psi.
\end{aligned}$$

Nelson's realizability and trump realizability

Here we recall the definition of realizability semantics suggested by David Nelson in [4]. Due to our goals we restrict it to the language without implication.

Now for any $e \in \omega$, assignment s in \mathbb{N} and first-order arithmetic formula ϕ with $FV(\phi) \subseteq \text{dom}(s)$, we inductively define relations $e \circledR s, \phi$ and $e \circledN s, \phi$ as follows (where α stands for an atomic formula).

Positive realizability \circledR :

$$\begin{aligned}
e \circledR s, \alpha & \quad \text{iff } e = 0 \text{ and } \mathbb{N}, s \models \alpha; \\
e \circledR s, \phi \vee \psi & \quad \text{iff either } e = [1, k] \\
& \quad \text{where } k \circledR s, \phi \text{ or } e = [2, k] \text{ where } k \circledR s, \psi; \\
e \circledR s, \exists x \phi & \quad \text{iff } e = [n, k] \text{ where } k \circledR s(x \setminus n), \phi; \\
e \circledR s, \neg \phi & \quad \text{iff } e \circledN s, \phi.
\end{aligned}$$

Negative realizability \circledN :

$$\begin{aligned}
e \circledN s, \alpha & \quad \text{iff } e = 0 \text{ and } \mathbb{N}, s \not\models \alpha; \\
e \circledN s, \phi \vee \psi & \quad \text{iff } e = [n, k] \text{ where } n \circledN s, \phi \text{ and } k \circledN s, \psi; \\
e \circledN s, \exists x \phi & \quad \text{iff for all } n \in \mathbb{N}, \mu_e(n) \circledN s(x \setminus n), \phi; \\
e \circledN s, \neg \phi & \quad \text{iff } e \circledR s, \phi.
\end{aligned}$$

Here $[,] : \omega \times \omega \rightarrow \omega$ is some primitive recursive pairing function and $\mu_e, e \in \omega$, denote some Kleene enumeration of all computable functions. Moreover, keep in mind that if $\mu_e(n) \circledR s, \phi$ or $\mu_e(n) \circledN s, \phi$, then n must be in the domain of μ_e .

It is possible to transform Nelson's realizability relations to relations $e \circledR_{tr} T, \phi$ and $e \circledN_{tr} T, \phi$ between numbers, teams, and IF-FOL formulas so that they agree well with Nelson's realizability on FOL-formulas. If T is a team and μ_m is the characteristic function of T , we call m an *index* of T .

Proposition 8. *There exist computable functions TR^+ and TR^- such that for any $e \in \omega$, any team T , any index m of T and any FOL-formula ϕ with $FV(\phi) \subseteq \text{dom}(T)$, the following hold:*

$$\begin{aligned}\mu_e(s) \textcircled{P} s, \phi \text{ for each } s \in T &\iff \text{TR}^+(e, m, \phi) \textcircled{P}_{tr} T, \phi, \\ \mu_e(s) \textcircled{N} s, \phi \text{ for each } s \in T &\iff \text{TR}^-(e, m, \phi) \textcircled{N}_{tr} T, \phi.\end{aligned}$$

Proposition 9. *There exist computable functions NR^+ and NR^- such that for any $e \in \omega$, any team T , any index m of T and any FOL-formula ϕ with $FV(\phi) \subseteq \text{dom}(T)$, the following hold:*

$$\begin{aligned}e \textcircled{P}_{tr} T, \phi &\iff \mu_{\text{NR}^+(e, m, \phi)}(s) \textcircled{P} s, \phi \text{ for each } s \in T, \\ e \textcircled{N}_{tr} T, \phi &\iff \mu_{\text{NR}^-(e, m, \phi)}(s) \textcircled{N} s, \phi \text{ for each } s \in T.\end{aligned}$$

Bibliography

- [1] Hintikka J. *The Principles of Mathematics Revisited*. Cambridge University Press, 1996.
- [2] Hodges W. *Compositional semantics for a language of imperfect information* // Logic Journal of the IGPL. Vol. 5, № 4, P. 539–563, 1997.
- [3] Hodges W. *Some strange quantifiers* // in J. Mycielski et al. (eds.), *Structures in Logic and Computer Science: A Selection of Essays in Honor of A. Ehrenfeucht*, Springer, P. 51–65, 1997.
- [4] Nelson D. *Constructible falsity* // Journal of Symbolic Logic, Vol. 14, № 1, P. 16–26, 1949.

Вторая теорема Гёделя о неполноте без арифметизации

Пахомов Ф. Н. (Москва)

In the talk we will present a new generalisation of Gödel second incompleteness theorem. We give theory $\text{Syn}(\Omega)$ that talk about first-order formulas of a given signature Ω . We prove Diagonal Lemma and Gödel second incompleteness theorem for all theories T that interpret theory $\text{Syn}(\Omega)$, where Ω is the signature of T . We note that unlike more standard approaches that are applicable only to some arithmetical theories (or theories that interpret certain arithmetical theory), our approach is applicable to a wider class of theories – all theories that interpret the theory of pairing function on an infinite domain.

В широко известной работе К. Гёделя [1] теоремы о неполноте были сформулированы для конкретной теории, являющейся вариантом системы Principia Mathematica. Еще сам Гёдель без доказательства в [1] указывал на то, что теоремы имеют место для широкого класса теорий. В результате работ Д. Гильберта и П. Бернайса [2], а затем М. Х. Лёба [3] были разработаны естественные условия на предикат доказуемости, используемые для более общих формулировок второй теоремы Гёделя о неполноте.

Условия Гильберта-Бернайса-Лёба на предикат доказуемости $Prv(x)$ относительно теории T :

1. $T \vdash A$ влечет $T \vdash Prv(\Gamma A^\neg)$;
2. $T \vdash Prv(\Gamma A \rightarrow B^\neg) \rightarrow (Prv(\Gamma A^\neg) \rightarrow Prv(\Gamma B^\neg))$;
3. $T \vdash Prv(\Gamma A^\neg) \rightarrow Prv(Prv(\Gamma A^\neg))$.

Здесь ΓA^\neg обозначает гёделев номер формулы A .

Арифметика Робинсона Q — это теория получаемая путем опускания схемы индукции в стандартной аксиоматизации арифметики Пеано PA [4]. Применение техники Гёделя доказательства второй теоремы о неполноте позволяет установить, что для всякого расширения T теории Q и предиката $Prv(x)$, удовлетворяющего условиям Гильберта-Бернайса-Лёба относительно T , в T недоказуемо предложение $\neg Prv(\Gamma \neg \forall x(x = x)^\neg)$ (формализация утверждения о непротиворечивости) [5, Раздел В.ИІ.2(с)]. Аналогичное может быть доказано и для теорий интерпретирующих Q .

Отметим, что наиболее существенным свойством Q , используемым в это рассуждение, является имеющая место для Q теорема о неподвижной точке и, в частности, то, что можно построить необходимые для доказательства второй теоремы о неполноте неподвижные точки: $Q \vdash S \leftrightarrow \neg Prv(\Gamma S^\neg)$.

В данном докладе будет рассказано о новом подходе к расширению класса теорий к которому применима вторая теорема Гёделя о неполноте.

Для каждой конечной предикатной сигнатуры Ω мы определяем теорию $Syn(\Omega)$, являющуюся некоторым вариантом теории формализующей работу с первопорядковыми формулами сигнатуры Ω в терминах верхней связки формулы. При этом отметим, что каждая из теорий $Syn(\Omega)$ взаимно интерпретируется с теорией функций пары на бесконечной области.

Пусть дана теория T конечной предикатной сигнатуры Ω для которой фиксирована интерпретация теории $Syn(\Omega)$. Для такой T вместо того, чтобы ставить в соответствие формулам сигнатуры Ω их гёделевы номеры, мы ставим им в соответствие их определения в рамках интерпретации теории $Syn(\Omega)$ — для каждой первопорядковой формулы A сигнатуры Ω естественным образом строится формула $Def_A(x)$, выражающая в T тот факт, что в x является обозначением для формулы A . Запись $A(\Gamma B^\neg)$ является сокращением для $\forall x(Def_B(x) \rightarrow A(x))$. Мы устанавливаем теорему о неподвижной точке для таких теорий

Теорема 1. В теории T для каждой формулы $A(x)$ есть неподвижная точка F : $T \vdash F \leftrightarrow A(\Gamma F^\neg)$.

Используя теорему о неподвижной точке, стандартным методом мы получаем вторую теорему Гёделя о неполноте:

Теорема 2. Если теория T непротиворечива и предикат $Prv(x)$ удовлетворяет условиям Гильберта-Бернайса-Лёба относительно T , то

$$T \not\vdash \neg Prv(\Gamma \neg \forall x(x = x)^\neg).$$

Отметим, что предлагаемые нами условия на теорию заметно слабее, чем стандартные. В частности, под условия теорем 1 и 2 попадает CntPair — элементарная теория канторовской функции пары на натуральных числах в предикатном языке. Известно, что CntPair разрешима [6], что контрастирует с тем, что всякая теория интерпретирующая \mathbf{Q} неразрешима. Впрочем отметим, что теорема 2, применительно к полным теориям и в частности CntPair , влечет то, что в этих теориях невозможна адекватная формализация понятия доказуемости, а именно для этих теорий любой предикат $\text{Prv}(x)$, удовлетворяющий условиям Гильберта-Бернайса-Лёба, соответствует доказуемости в противоречивой теории.

Литература

- [1] Gödel K. *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I* // Monatshefte für mathematik und physik. – 1931. – Т. 38. – № 1. – С. 173–198.
- [2] Bernay P., Hilbert D. *Grundlagen der mathematik. Vol. 2* Springer, 1939.
- [3] Löb M. H. *Solution of a problem of Leon Henkin* // The Journal of Symbolic Logic. – 1955. – Т. 20. – № 02. – С. 115–118.
- [4] Robinson R. M. *An essentially undecidable axiom system* // Proceedings of the international Congress of Mathematics. – 1950. – Т. 1. – С. 729–730.
- [5] Hájek P., Pudlák P. *Metamathematics of first-order arithmetic*. – 1998.
- [6] Cegielski P., Grigorieff S., Richard D. *The elementary theory of the Cantor pairing function is decidable* // Comptes Rendus de l' Académie des Sciences - Series I - Mathematics. – 2000. – Т. 331. – № 2. – С. 107–110.

К проблеме табличности фрагментов логики $\text{Int}_{\langle\omega,\omega\rangle}$

Попов В. М. (Москва)

We give a complete answer about the existence of finite characteristic matrices of natural linguistic fragments of logic $\text{Int}_{\langle\omega,\omega\rangle}$, which occupy an important place among intuitionistically acceptable paralogics.

Дается ответ на вопрос о табличности естественных лингвистических фрагментов логики $\text{Int}_{\langle\omega,\omega\rangle}$. Эта логика является подлогикой интуиционистской пропозициональной логики Int и имеет с ней общий язык, которой в качестве логических связок содержит только конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и негацию. Логика $\text{Int}_{\langle\omega,\omega\rangle}$ изучалась или использовалась в ряде работ, например, в [1], [2] и [3], располагающих подробным описанием этой логики. Заметим, что в [1] логика $\text{Int}_{\langle\omega,\omega\rangle}$ именуется $\text{Int}_{\langle 0, \omega \rangle}$.

Естественным лингвистическим фрагментом пропозициональной логики \mathbf{L} , в языке которой роль логических связок выполняют только конъюнкция, дизъюнкция, импликация и негация, называем любой из следующих фрагментов логики \mathbf{L} : ее конъюнктивный фрагмент, ее

дизъюнктивный фрагмент, ее импликативный фрагмент, ее негативный фрагмент, ее конъюнктивно-дизъюнктивный фрагмент, ее конъюнктивно-импликативный фрагмент, ее конъюнктивно-негативный фрагмент, ее дизъюнктивно-импликативный фрагмент, ее дизъюнктивно-негативный фрагмент, ее импликативно-негативный фрагмент, ее конъюнктивно-дизъюнктивно-импликативный фрагмент, ее конъюнктивно-дизъюнктивно-негативный фрагмент и ее дизъюнктивно-импликативно-негативный фрагмент. Возникает вопрос о том, какие из естественных лингвистических фрагментов логики $\text{Int}_{(\omega,\omega)}$ табличны, то есть вопрос о том, какие естественные лингвистические фрагменты логики $\text{Int}_{(\omega,\omega)}$ имеют конечную характеристическую матрицу. Опираясь на [5], [6] и [7], даем следующий ответ на этот вопрос: те и только те естественные лингвистические фрагменты логики $\text{Int}_{(\omega,\omega)}$, которые пусты (то есть являются пустым множеством). Заметим, что ответ на аналогичный вопрос для интуиционистской пропозициональной логики Int таков: те и только те естественные лингвистические фрагменты логики Int , каждый из которых пуст или является конъюнктивно-негативным фрагментом логики Int . Перечислим все пустые естественные лингвистические фрагменты логики $\text{Int}_{(\omega,\omega)}$: ее конъюнктивный фрагмент, ее дизъюнктивный фрагмент, ее негативный фрагмент, ее конъюнктивно-дизъюнктивный фрагмент.

Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 16-03-00224а.

Литература

- [1] Попов В. М. *Секвенциальные аксиоматизации простых парадокс* // Логические исследования. М., Наука; Вып. 16, 2010. С. 205–220.
- [2] Попов В. М. *Об одном обобщении теоремы Гливенко* // Логические исследования. Российская академия наук Институт философии. № 21 (1)/2015. Москва, 2015. С. 100–120.
- [3] Попов В. М. *Секвенциальная аксиоматизация логики $\text{Int}_{(\alpha,\beta)}$* // Актуальные проблемы общественных наук в России и за рубежом. Вып. III. Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции (10 февраля 2016 г.). г. Новосибирск. 2016. С. 52–56.
- [4] Попов В. М. *О нетабличности дизъюнктивно-негативного фрагмента интуиционистской пропозициональной логики* // Общественные науки: современный взгляд на изучение актуальных проблем. Вып. I. Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции (25 июля 2016 г.). г. Астрахань. 2016. С. 47–56.
- [5] Попов В. М. *О нетабличности дизъюнктивно-негативного фрагмента любой ω -паранепротиворечивой логики васильевского типа* // Общественные науки: научные приоритеты ученых. Вып. I. Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции (25 ноября 2016 г.). г. Пермь. 2016. С. 42–53.
- [6] Попов В. М. *О нетабличности конъюнктивно-негативного фрагмента любой ω -паранепротиворечивой логики васильевского типа* // Общественные

науки: вопросы и тенденции развития. Вып. III. Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции (11 ноября 2016 г.). г. Красноярск. 2016. С. 51–62.

- [7] Попов В. М., Солощенков А. А. *О нетабличности импликативно-негативного фрагмента любой ω -паранепротиворечивой логики васильевского типа* // Основные проблемы естественных и математических наук. Вып. III. Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции (11 октября 2016 г.). г. Волгоград. 2016. С. 19–30.

Continuously Branching Time

Reynolds M. (Australia)

We discuss the idea of a model of time as continuous and branching towards the future: a useful variant of Prior's Ockhamist branching time logic of historical necessity. We present a new complete axiom system and sketch its completeness proof. It involves an interesting and novel limit closure axiom schema.

Соответствие Карри-Говарда с точки зрения колмогоровской сложности

Рогозин Д. (Москва)

Колмогоровская сложность задач.

В следующих работах [1] А. Х. Шень, Н. К. Верещагин, А. А. Мучник рассмотрели вопрос о том, какова сложность описания решения задач, где под задачами подразумевались интуиционистки выводимые пропозициональные формулы, а под их решениями – двоичные коды их реализующих (по Клини [2]) номеров.

В данном исследовании предлагается способ рассмотрения задач как типов в простом типизированном лямбда-исчислении, а решения задач как лямбда-термы, заселяющие данные типы. В связи с чем мы вводим понятие колмогоровской сложности типа как колмогоровской сложности битовой строки, кодирующей лямбда-терм, заселяющий данный тип. Затем, описанным вкратце ниже способом мы показываем, что колмогоровская сложность типа с точностью до константы равна колмогоровской сложности задачи в определениях Шеня-Верещагина-Мучника. Ниже описан следующий способ введения колмогоровской сложности типа с использованием представлением термов по де Брюйну и их двоичных кодов.

Термы де Брюйна [3] являются способом представления лямбда-термов через указание на вхождение связанных переменных, но не на их имена.

Иными словами, вместо использования имен переменных мы нумеруем переменные таким образом, что число k будет обозначать переменную, связанную k -м лямбда-оператором. Лямбда-термы в данном представлении порождаются следующей грамматикой:

$$e ::= n \mid \lambda e \mid e e \quad (1)$$

Пример терма де Брюйна:

$$\text{SUCC} := \lambda n. \lambda f. \lambda x. f(nfx) \Rightarrow \lambda \lambda \lambda 1(210).$$

Двоичное кодирование термов де Брюйна, следуя Джону Тромпу [3], мы определим следующим образом (в докладе будет сразу представлена реализация данного алгоритма кодирования на языке Ocaml):

1. $\widehat{n} := 1^{n+1}0;$
2. $\widehat{\lambda M} := 00\widehat{M};$
3. $\widehat{(MN)} := 01\widehat{M}\widehat{N}$

Однозначность данного кодирования легко доказывается индукцией по построению терма де Брюйна.

При таком кодировании указанный выше терм де Брюйна могут быть представлен следующей битовой строкой:

$$\text{SUCC} := \lambda n. \lambda f. \lambda x. f(nfx) \Rightarrow \lambda \lambda \lambda 1(210) \Rightarrow 000000011100111100111010.$$

Следуя Тромпу, мы можем определить верхнюю оценку для колмогоровской сложности двоичного представления терма де Брюйна следующим образом:

$$KS(x) \leq l(\widehat{\mathbf{I}}) + l(x) \quad (2)$$

где $\mathbf{I} = \lambda x. x$, тождественная функция. Тождественная функция имеет по де Брюйну вид $\lambda 0$, соответственно, двоичным кодом которой будет 0010, тогда верхнюю оценку можно уточнить как:

$$KS(x) \leq l(x) + 4 \quad (3)$$

Далее мы рассмотрим систему λ_{\rightarrow} , систему простого типизированного лямбда-исчисления с конструктором типов \rightarrow . Соответствие Карри-Говарда [4], в свою очередь, утверждает, что между типами замкнутых термов, построенных по правилам λ_{\rightarrow} , и интуиционистскими импликативами теоремами имеется взаимно-однозначное соответствие.

В λ_{\rightarrow} каждый тип заселяется термом единственным образом, то с каждым из таких термов можно ассоциировать единственную битовую строку (в силу однозначности предложенного выше кодирования), которая является бинарным представлением соответствующего терма де Брюйна.

Определение 1. Пусть $\Gamma \vdash M : \psi$, где M — лямбда-терм, а ψ — произвольный тип. Тогда колмогоровской сложностью типа мы назовем колмогоровскую сложность битовой строки, которая является кодом терма M , заселяющего ϕ :

$$KS(\phi) = KS(\hat{M}) \leq l(\hat{M}) + 4 \quad (4)$$

Таким образом, мы можем определить колмогоровскую сложность для стрелочного типа:

$$KS(\phi \rightarrow \psi) = KS(\hat{M}) = KS(A \rightarrow B) = KS(y|x) \quad (5)$$

где $M : \psi$, $A \rightarrow B$ — импликативная формула, доказуемая в IPC, соответствующая по Карри-Говарду типу $\phi \rightarrow \psi$, где $x \in A$, $y \in B$.

Поскольку у каждого тип заселен единственным термом, и каждый терм является кодом доказательства соответствующего типу высказывания, с одной стороны, и, с другой стороны, с каждой импликативной теоремой IPC можно ассоциировать единственный реализующий ее по Клини номер, то мы можем установить также биекцию между типизируемыми в λ_{\rightarrow} термами и номерами, реализующими импликативные теоремы IPC. Доказательство данного факта будет представлено в докладе.

Как было уже сказано, произвольная задача (или, интуиционистская теоремы) имеет сложность, заданную по определениям Верещагина-Шеня-Мучника. Тогда сложность соответствующих данным задачам типов будет такой же с точностью до константы, что следует из теоремы Колмогорова-Соломонова, которая утверждает, что сложность является инвариантом по отношению к способу кодирования. Иными словами, пусть $IPC_{\rightarrow} \vdash A$ и $\vdash_{\lambda} M : \phi$, где ϕ , такой тип, который по Карри-Говарду соответствует выводимой в IPC импликативной формуле A , тогда:

$$KS(A) = KS(\phi) + O(1) \quad (6)$$

Данное соотношение утверждает, что колмогоровская сложность двоичного кода реализующего номера задачи A равна с точностью до константы колмогоровской сложности двоичного кода лямбда-терма, заселяющего тип ϕ , соответствующий по Карри-Говарду формуле A .

Полученное выше соотношение между колмогоровской сложностью задачи и колмогоровской сложностью типа мы применим в следующих целях. Мы рассмотрим то, как можно получить верхнюю оценку для сложности описания тех программ, которые вычисляют значения тех вычислимых функций, которые представимы в λ_{\rightarrow} .

В простом типизированном лямбда-исчислении выражим класс вычислимых функций, который называется *расширенными многочленами*, то есть замкнутый относительно композиции наименьший класс функций над \mathbb{N} .

С учетом того, что, сложность типа в простом типизированном лямбда-исчислении с точностью до константы будет равна сложности задачи, то сложность типа терма, выражющего тот или иной расширенный многочлен, будет с точностью до $O(1)$ равен сложности соответствующей данной типу задачи. В данном докладе предлагается рассмотреть оценки для

колмогоровской сложности для тех вычислимых функций, которые представимы в λ_{\rightarrow} .

Работа поддержанна РГНФ, грант № 16-03-00364

Литература

- [1] Shen A., Vereshchagin N. K. *Logical Operations and Kolmogorov Complexity.* // Theoretical Computer Science, Volume 271, Issues 1–2, 28 Jan. 2002, P. 125–129.
- [2] Клини С. К. *Введение в метаматематику.* – М.: ИЛ, 1957.
- [3] Tromp J. *Binary Lambda Calculus and Combinatory Logic.* // Randomness And Complexity, from Leibniz To Chaitin, ed. Cristian S. Calude, World Scientific Publishing Company, October 2008.
- [4] Sorensen M. H., Urzyczyn P. *Lectures on the Curry-Howard Isomorphism,* Vol. 149 (Studies in Logic and the Foundations of Mathematics), 1st Ed. Elsevier, 1997.

Неразрешимость модальных предикатных логик в языке с одной одноместной буквой

Рыбаков М. Н. (Тверь)

Abstract. We consider first-order modal logics with unary predicate letters only. We show that any sublogic of **QS5**, **QGL**, or **QGrz** is undecidable in the language with just one unary predicate letter. Some near questions will be discussed.

А. Чёрч и А. Тьюринг доказали, что логика предикатов **QCL** алгоритмически неразрешима [5, 6, 11, 12], т. е. не существует такой эффективной процедуры, которая по произвольной формуле логики предикатов выясняет, является ли эта формула тождественно истинной. При этом **QCL** содержит довольно выразительные разрешимые фрагменты. Так, разрешимым является монадический фрагмент **QCL**, т. е. фрагмент **QCL**, образованный формулами в языке, содержащем только одноместные предикатные буквы и равенство, см. [1]; более того, доказана даже разрешимость монадических фрагментов **QCL**, в которых дополнительно используются и бинарные буквы, но с определёнными ограничениями [9].

Для неклассических логик предикатов ситуация с разрешимостью их монадических фрагментов иная. Так, С. Кripке показал [7]¹, что формула вида $R(x, y)$ может быть промоделирована в логике **QS5** формулой вида $\Diamond(P(x) \wedge Q(y))$. С учётом того, что фрагмент **QCL** в языке с одной бинарной предикатной буквой алгоритмически неразрешим (см., например, [1], глава 25), мы сразу получаем, что фрагмент **QS5** в языке с двумя одноместными предикатными буквами также алгоритмически неразрешим; более того, этот результат автоматически распространяется на любую модальную предикатную логику, допускающую шкалу Кripке, содержащую

¹Русский перевод этой статьи можно найти в [4].

мир, множество достижимых миров из которого бесконечно. Чуть позже С. Ю. Маслов, Г. Е. Минц и В. П. Оревков показали, что для неразрешимости интуиционистской логики предикатов вообще достаточно использовать одну одноместную предикатную букву [3], откуда следует неразрешимость **QS4** в языке с одной одноместной предикатной буквой (см. также [4]).

На обсуждение выносится результат, состоящий в том, что неразрешимыми являются «почти все» модальные логики предикатов: для неразрешимости достаточно одной одноместной буквы в языке и отсутствия в логике формул, ограничивающих ширину ветвления в её шкалах (при этом даже не требуется полнота по Крипке). Именно, во многих логиках формуле $\Diamond(P(x) \wedge Q(y))$ можно промоделировать формулой $\Diamond(P(x) \wedge \Diamond P(y))$: для этого достаточно, чтобы логика допускала деревья высоты 2, в которых из корня достижимо бесконечно много миров. Этому условию удовлетворяют, например, все логики, содержащиеся в **QGrz** (в частности, в **QS4**) или в **QGL**. Но, скажем, в случае **QS5** мы сталкиваемся с затруднением: в **QS5** формула $\Diamond(P(x) \wedge \Diamond P(y))$ эквивалентна формуле $\Diamond P(x) \wedge \Diamond P(y)$, и соответствующее ей бинарное отношение достижимости R обладает некоторыми специфическими свойствами (например, из истинности $R(x, y)$ следует, что истинны также $R(y, x)$, $R(x, x)$ и $R(y, y)$). Конечно, если в языке имеются две **S5**-модальности, то $R(x, y)$ моделируется, например, формулой $\Diamond_1(P(x) \wedge \Diamond_2 P(y))$.

Указанное затруднение можно обойти, используя лишь одну модальность. Так, известно, что теория симметричного иррефлексивного бинарного отношения алгоритмически неразрешима, см. [7, 10]. Эту теорию можно погрузить в **QS5** (а также **QGL**, **QGrz** и их подлогики), моделируя в формулах вхождения вида $P(x, y)$ вхождениями вида $\Box(\neg Q(x) \vee \neg Q(y))$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 16-07-01272.

Литература

- [1] Бунос Дж., Джейфри Р. *Вычислимость и логика*. М., Мир, 1994.
- [2] Маслов С. Ю., Минц Г. Е., Оревков В. П. *Неразрешимость в конструктивном исчислении предикатов некоторых классов формул, содержащих только одноместные предикатные переменные*. // Доклады АН СССР, т. 163, № 2, 1965. С. 295–297.
- [3] Рыбаков М. Н. *Об алгоритмической выразительности модального языка с одной лишь одноместной предикатной буквой*. // Логические исследования, вып. 9. М., Наука, 2002. С. 179–201.
- [4] Фейс Р. *Модальная логика*. М., Наука, 1974.
- [5] Church A. *An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory*. American Journal of Mathematics, vol. 58, 1936. P. 345–363.
- [6] Church A. *A note on the Entscheidungsproblem*. Journal of Symbolic Logic, vol. 1, 1936. P. 40–41.

- [7] Kremer P. *On the Complexity of Propositional Quantification in Intuitionistic Logic.* // The Journal of Symbolic Logic, vol. 62, No. 2, 1997. P. 529–544.
- [8] Kripke S. *The Undecidability of Monadic Modal Quantificational Theory* // Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, Vol. 8, 1962. P. 113–116.
- [9] Motohashi N. *A Decision Method for a Set of First Order Classical Formulas and its Applications to Decision Problem for Non-Classical Propositional Logics.* // J. Math. Soc. Japan, vol. 42, No. 1, 1990. P. 127–132.
- [10] Nerode A., Shore R. *Second Order Logic and First Order Theories of Reducibility Orderings.* // The Kleene Symposium, J. Barwise, H. J. Keisler, K. Kunen, eds., North-Holland, Amsterdam, 1980. P. 181–200.
- [11] Turing A. M. *On Computable Numbers with an Application to the Entscheidungsproblem.* Proc. London Maths. Soc., ser. 2, vol. 42, 1936. P 230–265.
- [12] Turing A. M. *On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. A Correction.* Proc. London Maths. Soc., ser. 2, vol. 43, 1937. P. 544–546.

Алгоритмическая выразительность предикатной логики ветвящегося времени в языке с одной одноместной буквой

Рыбаков М. Н., Комикова Е. А. (Тверь)

We consider first order temporal logic **QCTL** and it's algorithmic properties. It is shown that this logic is not recursively enumerable.

Первопорядковые языки обладают большими выразительными возможностями и являются эффективным средством описания свойств отношений, поэтому вопрос об их алгоритмической разрешимости вполне естественен. Рассмотрим в качестве примера классическую логику предикатов **QCI**. Про **QCI** известно, что её язык достаточно богат, чтобы она была неразрешима. Более того, для неразрешимости **QCI** достаточно одной бинарной предикатной буквы (см., например, [1]). Однако если ограничить местность предикатных букв единицей, логика становится разрешимой (см., например, [1]).

Язык временной пропозициональной модальной логики **CTL** — это язык классической логики высказываний с дополнительными связками (временными модальностями), см. [2, 5]. Несмотря на простоту, он оказывается крайне эффективным для описания различных свойств вычислений, при этом обладая алгоритмической разрешимостью.

Наш интерес — алгоритмическая выразительность первопорядковых временных логик. Кripке указал целый класс модальных логик, где разрешимость даже с двумя одноместными предикатами отсутствует [7]. Ввиду этого, интересующая нас первопорядковая логика ветвящегося времени **QCTL** неразрешима уже при наличии двух одноместных предикатов. Из

работы [3] (см. также [4]) следует, что для неразрешимости **QCTL** достаточно даже одной одноместной буквы.

Известно (см., например, [6]), что **QCTL** не только не разрешима, но и не является рекурсивно перечислимой. Используя идею Кripке, получаем, что для отсутствия рекурсивной перечислимости **QCTL** достаточно одноместных букв. Мы же покажем, что для этого достаточно даже одной одноместной буквы в языке.

Theorem 1. *Существует эффективно вычислимая функция f , сопоставляющая каждой замкнутой **QCTL**-формуле φ от одноместных предикатных букв **QCTL**-формулу $f(\varphi)$ от одной одноместной предикатной буквы, при этом для f справедлива следующая эквивалентность:*

$$\varphi \in \mathbf{QCTL} \iff f(\varphi) \in \mathbf{QCTL}.$$

Таким образом, фрагмент **QCTL** от одной одноместной буквы не является рекурсивно перечислимым.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-07-01272.

Литература

- [1] Бунос Дж., Джейфри Р. *Вычислимость и логика*. М., Мир, 1994.
- [2] Карпов Ю. Г. *Model checking: Верификация параллельных и распределенных программных систем*. СПб: БХВ-Петербург, 2010.
- [3] Маслов С. Ю., Минц Г. Е., Оревков В. П. *Неразрешимость в конструктивном исчислении предикатов некоторых классов формул, содержащих только одноместные предикатные переменные* // Доклады АН СССР, т. 163, № 2, 1965. С. 295–297.
- [4] Рыбаков М. Н. *Об алгоритмической выразительности модального языка с одной лишь одноместной предикатной буквой* // Логические исследования, вып. 9. М., Наука, 2002. С. 179–201.
- [5] Clarke E. M., Grumberg O., Peled D. *Model Checking*. MIT Press, 1999.
- [6] Kotikova E. A., Rybakov M. N. *First-Order Logics of Branching Time: On Expressive Power of Temporal Operators* // Logical Investigations, vol.19. Moscow-St.Petersburg, Center of Humanitarian Initiatives, 2013. P. 68–99.
- [7] Kripke S. *The Undecidability of Monadic Modal Quantificational Theory* // Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, vol. 8, 1962. P. 113–116.

**On existence of recursively-enumerable Kripke-complete
first-order modal logics that are not complete with
respect to a first-order-definable class of frames**

Rybakov M. N., Shkatov D. P. (Tver, Johannesburg)

This talk is meant as a contribution to the study of the relationship between completeness with respect to a first-order-definable class of Kripke frames and recursive enumerability for first-order modal logics.

It can be easily shown that every first-order modal logic complete with respect to a first-order definable class of Kripke frames is recursively enumerable. We would like to know if the converse is true—namely, if every Kripke-complete and recursively enumerable first-order logic is complete with respect to some first-order class of Kripke frames. At present, the answer to this question is not known if we restrict our attention to normal logics. Even though the corresponding question for normal propositional logics can be answered in the negative (a Gödel–Löb logic is one counter-example), it is not known if first-order counterparts of such propositional counterexamples are Kripke complete.

In this talk, we show that the afore-mentioned question can be answered in the negative if we do not restrict our attention to normal logics; namely, we present a non-normal first-order modal logic that is recursively enumerable and Kripke-complete, but not complete with respect to any first-order definable class of Kripke frames.

**On weak constant domain conditions in the Kripke sheaf
semantics**

Skvortsov D. P. (Moscow)

We consider superintuitionistic predicate logics (without or with equality) understood in the usual way, as sets of predicate formulas (without function symbols) containing all axioms of Heyting predicate logic **Q-H** and closed under modus ponens, generalization, and substitution of arbitrary formulas for atomic ones (we are mainly interested in logics without equality).

1 We consider the semantics of predicate Kripke frames with equality (called e-frames, for short), which is equivalent to the semantics of Kripke sheaves. Namely, an *e-frame* is a triple $F = (W, \overline{D}, \overline{E})$ formed by a poset W with the least element (root) 0_W , an extending system of nonempty domains $\overline{D} = (D_u : u \in W)$ (i.e., $\emptyset \neq D_u \subseteq D_v$ for $u \leq v$), and a system \overline{E} of equivalence relations E_u on D_u for $u \in W$ such that $E_u \subseteq E_v$ for $u \leq v$. A usual (*predicate*) *Kripke frame* is an e-frame with equalities E_u (i.e., $aE_u b \Leftrightarrow a=b$ for $u \in W$, $a, b \in D_u$).

A *valuation* $u \models A$ (for $u \in W$ and formulas A with parameters replaced by elements of D_u) is monotonic (i.e., $u \leq v, u \models A \Rightarrow v \models A$), is preserved by E_u (on every $D_u, u \in W$), and satisfies the usual inductive clauses for connectives and quantifiers; here $a=b$ is interpreted by $aE_u b$.

A formula $A(\mathbf{x})$ (where $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$) is *valid* on F if it is true under every valuation in F , i.e., if $u \models A(\mathbf{a})$ for every $u \in W$, $\mathbf{a} \in (D_u)^n$. The *predicate logic $\mathbf{L}(F)$ of an (e-)frame F* is the set of formulas valid in F ; for a family \mathcal{F} of e-frames put $\mathbf{L}(\mathcal{F}) = \bigcap \{\mathbf{L}(F) : F \in \mathcal{F}\}$.

We consider the *constant domain principle* $D = \forall x(P(x) \vee Q) \rightarrow \forall xP(x) \vee Q$; it is valid on an e-frame F iff F satisfies the following *constant domain condition*: $\forall a \in D_u \exists b \in D_{0_W} [aE_u b]$ (i.e., every individual a has a predecessor b at the root 0_W). Let \mathcal{F}_c be the class of e-frames with the constant domain condition. In particular, for Kripke frames: $F \in \mathcal{F}_c$ iff $\forall u, v \in W (D_u = D_v)$.

It is well known that the logic $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H}+D]$ is Kripke complete; hence $\mathbf{L}(\mathcal{F}_c) = [\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H}+D]$.

Now we introduce weak versions of the condition.

2 An *e-frame with similarities* (or an *se-frame*, for short) over an e-frame $F = (W, \overline{D}, \overline{E})$ is $F' = (W, \overline{D}, \overline{E}, \overline{S})$, where $\overline{S} = (S_u : u \in W)$ is a system of similarity relations (i.e., reflexive and symmetric) S_u on D_u that are preserved by E_u (i.e., $\forall a, b, c \in D_u [aE_u b \wedge bS_u c \Rightarrow aS_u c]$).

We say that F' is an se-frame with *weakly constant domains* if $\forall a \in D_u \exists b \in D_{0_W} [aS_u b]$; i.e., every $a \in D_u$ has a ‘weak predecessor’ b (a predecessor up to the similarity S_u) at 0_W .

Let Σ be a class of se-frames. We say that Σ is *E-determined* if $aS_u b$ (for se-frames from Σ and $a, b \in D_u$) depends only on $(W^u, E^u(a, b))$, where $W^u = \{v \in W : u \leq v\}$ is a cone in W and $E^u(a, b) = \{v \geq u : aE_v b\}$ is ‘the measure of equality’ of a and b in the underlying e-frame F . A class Σ is *total* if for every e-frame F there exists an se-frame F' over F in Σ ; clearly, for an *E*-determined Σ such an se-frame F' is unique; we denote it by F^Σ . By a *similarity notion* (or a *similarity*, for short) we mean any total *E*-determined class Σ of se-frames; it can be regarded as a map sending every e-frame F to the corresponding se-frame F^Σ .

For a similarity notion Σ , let F be an e-frame with Σ -*constant domains* if the corresponding se-frame F^Σ has weakly constant domains. Let $\mathcal{F}_c[\Sigma]$ be the class of e-frames with Σ -constant domains; $\mathbf{L}_c[\Sigma] = \mathbf{L}(\mathcal{F}_c[\Sigma])$ is its logic. Clearly, $\mathcal{F}_c \subseteq \mathcal{F}_c[\Sigma]$; thus $\mathbf{L}_c[\Sigma] \subseteq [\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H}+D]$ for any Σ .

An se-frame F is *monotonic* if for any $u \in W$, for $a, b, a', b' \in D_u$ such that $E^u(a, b) \subseteq E^u(a', b')$ we have: $aS_u b \Rightarrow a'S_u b'$; an se-frame F is \emptyset -*uniform* if for all $u, u' \in W, a, b \in D_u, a', b' \in D_{u'}$ such that $E^u(a, b) = E^{u'}(a', b') = \emptyset$ we have: $aS_u b \Leftrightarrow a'S_{u'} b'$ (i.e., similarities do not distinguish pairs of nowhere equal individuals). A similarity notion Σ is *monotonic* (or \emptyset -*uniform*) if all F^Σ are monotonic (resp., \emptyset -uniform). It seems plausible that ‘good’ natural similarity notions usually should be monotonic and uniform (e.g. in our sense); nevertheless, we have an example of a rather natural, but not \emptyset -uniform similarity notion.

Let $F' = (W, \overline{D}, \overline{E}, \overline{S}')$, $F'' = (W, \overline{D}, \overline{E}, \overline{S}'')$ be se-frames; $F' \leq F''$ if $\forall u \in W [S'_u \subseteq S''_u]$. For similarity notions Σ' and Σ'' put $\Sigma' \leq \Sigma''$ if $F^{\Sigma'} \leq F^{\Sigma''}$ for all e-frames F . Then similarity notions form a distributive lattice with pointwise

\wedge and \vee ; namely, $(S' \wedge S'')_u = S'_u \cap S''_u$, $(S' \vee S'')_u = S'_u \cup S''_u$ for all $u \in W$ (in any F). Clearly, if $\Sigma' \leq \Sigma''$ then $\mathcal{F}_c[\Sigma'] \subseteq \mathcal{F}_c[\Sigma'']$ and so $\mathbf{L}_c[\Sigma''] \subseteq \mathbf{L}_c[\Sigma']$.

3 Now let us consider some examples.

We begin with *trivial similarity* Σ_{triv} (put $S_u = E_u$ for all F and $u \in W$: only equal individuals are similar) and *degenerate similarity* Σ_{deg} (with the universal relations $S_u = (D_u)^2$ on D_u : all individuals are similar). Then $\mathcal{F}_c[\Sigma_{triv}] = \mathcal{F}_c$ (i.e., Σ_{triv} -constant domains are merely constant domains) and $\mathcal{F}_c[\Sigma_{deg}]$ is the class of all e-frames (all frames have Σ_{deg} -constant domains); hence $\mathbf{L}_c[\Sigma_{triv}] = [\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D]$ and $\mathbf{L}_c[\Sigma_{deg}] = \mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H}$. Clearly, $\Sigma_{triv} \leq \Sigma \leq \Sigma_{deg}$ for any Σ .

Now we introduce two more interesting and less extremal similarity notions: the *weak similarity* $\Sigma_{\neg\neg}$:

$$aS_u b \Leftrightarrow \exists v \geq u (aE_v b) \Leftrightarrow (E^u(a, b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow u \not\models \neg(a = b),$$

and the *\neg\neg-similarity* $\Sigma_{\neg\neg}$:

$$aS_u b \Leftrightarrow \forall v \geq u \exists w \geq v (aE_w b) \Leftrightarrow (E^u(a, b) \text{ is dense in } W^u) \Leftrightarrow u \models \neg\neg(a = b).$$

Then $F \in \mathcal{F}_c[\Sigma_{\neg\neg}]$ iff $F \models D^-$ and $F \in \mathcal{F}_c[\Sigma_{\neg\neg}]$ iff $F \models D^*$, where $D^- = \forall x (\neg P(x) \vee Q) \rightarrow \forall x \neg P(x) \vee Q$ and $D^* = \forall x (P(x) \vee Q) \rightarrow Q \vee \forall x \exists y (P(y) \& \neg\neg [R(x, x) \rightarrow R(x, y)])$ (here D^* simulates

the following formula with equality: $D^* = \forall x (P(x) \vee Q) \rightarrow Q \vee \forall x \exists y (P(y) \& \neg\neg [x = y]).$

The logic $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D^*]$ is complete w.r.t. e-frames, i.e., $\mathbf{L}_c[\Sigma_{\neg\neg}] = [\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D^*]$ (see [1]).

On the other hand, the logic $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D^-]$ is incomplete; its completion $\mathbf{L}_c[\Sigma_{\neg\neg}]$ is recursively axiomatizable but not finitely axiomatizable (see [2]).

Obviously, $\Sigma_{triv} < \Sigma_{\neg\neg} < \Sigma_{\neg\neg} < \Sigma_{deg}$; all four considered similarity notions are monotonic and \emptyset -uniform. Moreover, for every monotonic similarity notion Σ we have:

Σ is \emptyset -uniform and non-degenerate (i.e., $\Sigma \neq \Sigma_{deg}$) iff $\Sigma \leq \Sigma_{\neg\neg}$. Hence $\Sigma_{\neg\neg}$ is the greatest monotonic and \emptyset -uniform non-degenerate similarity notion.

It is easily seen that the Kripke completion of $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D^-]$ is $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D]$. Thus we conclude that logics $\mathbf{L}_c[\Sigma]$ are Kripke incomplete for all $\Sigma \leq \Sigma_{\neg\neg}$ such that $\mathcal{F}_c[\Sigma] \neq \mathcal{F}_c$.

Finally, we mention two similarity notions that are rather close to Σ_{triv} . We introduce the *strong similarity* Σ_δ with $aS_u b \Leftrightarrow \forall v > u (aE_v b)$ (i.e., individuals from D_u are similar iff they are ‘almost equal’: equal in every (properly) future world v). Here $\Sigma_\delta \not\leq \Sigma_{\neg\neg}$; in fact, $F^{\Sigma_\delta} = F^{\Sigma_{deg}}$ while $F^{\Sigma_{\neg\neg}} = F^{\Sigma_{\neg\neg}} = F^{\Sigma_{triv}}$ for one-element $W = \{0_W\}$ (‘almost equality’ at maximal points of an e-frame becomes degenerate). Hence Σ_δ is not \emptyset -uniform (while it is monotonic).

We can save \emptyset -uniformity by a straightforward trick; namely, we define the *modified strong similarity* $\Sigma_{\delta'} = \Sigma_\delta \wedge \Sigma_{\neg\neg} = \Sigma_\delta \wedge \Sigma_{\neg\neg}$. This means that

$aS_u b \Leftrightarrow \forall v > u (aE_v b)$ for non-maximal points $u \in W$ and $aS_u b \Leftrightarrow aE_u b$ for maximal $u \in W$. Then $\Sigma_{triv} < \Sigma_{\delta'} < \Sigma_{\neg\neg}$ and $\Sigma_{\delta'} < \Sigma_{\delta}$.

Note that $\mathcal{F}_c[\Sigma_{\delta'}] = \mathcal{F}_c[\Sigma_{\delta}] \cap \mathcal{F}_c[\Sigma_{\neg\neg}] = \mathcal{F}_c[\Sigma_{\delta}] \cap \mathcal{F}_c[\Sigma_{\neg\neg}]$. We can construct a formula D^{δ} such that $F \in \mathcal{F}_c[\Sigma_{\delta}]$ iff $F \models D^{\delta}$. Thus $F \in \mathcal{F}_c[\Sigma_{\delta'}]$ iff $F \models D^{\delta'}$ for formulas $D^{\delta} \& D^-$ and $D^{\delta} \& D^*$. We believe that both logics $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D^{\delta}]$ and $[\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{H} + D^{\delta'}]$ are incomplete and their completions $\mathbf{L}_c[\Sigma_{\delta}]$ and $\mathbf{L}_c[\Sigma_{\delta'}]$ are recursively axiomatizable and not finitely axiomatizable.

Литература

- [1] Skvortsov D. *Kripke sheaf completeness of some superintuitionistic predicate logics with a weakened constant domains principle*, Studia Logica 100, № 1–2, 2012, P. 361–383.
- [2] Skvortsov D. *The Kripke sheaf completion of weak constant domain principle is not finitely axiomatizable*, 11th Intern. Conf. on Advances in Modal Logic (AiML 2016), Budapest, 30 Aug.–2 Sept. 2016, Short presentations, P. 120–121.

Соответствия Галуа и верификация логического следования

Сметанин Ю. М. (Ижевск)

In the report the examples show that for predicate logic, logical consequence between the two formulas, we can calculate using simple reasonings based on the Galois correspondence. For this we also need to use the calculus of finite sets composed of positive integers, modeling constituency Cantor's algebra of sets . These sets are used as semantic values of formulas of propositional logic, multivalued L_{c_2} [1].

Соответствие Галуа

Соответствие R (R, X, Y) или $R(X, Y)$ между множествами $X \subseteq U_X$ и $Y \subseteq U_Y$ ¹ есть любое подмножество их декартова произведения. Все соответствия между X и Y образуют алгебру Буля с нулем - \emptyset и единицей $X \times Y$, $D_R(X) = \{x \in X | \exists y \in Y \langle x, y \rangle \in R\}$ и $B_R(X) = \{y \in Y | \exists x \in X \langle x, y \rangle \in R\}$ - называются областью определения и областью значений для R . Также R называется полностью определенным, если $D_R(X) = X$, иначе частично определенным. $R(X, Y)$ называется сюръективным (полнозначным), если $B_R(X) = Y$. Множества $Im_R x$ и $Coim_R y$ называются образом элемента x и прообразом элемента y относительно R .

$$Im_R x = \begin{cases} \{y \in Y | \langle x, y \rangle \in R\} \\ \emptyset, \forall y \in Y \langle x, y \rangle \notin R \end{cases} \quad Coim_R y = \begin{cases} \{x \in X | \langle x, y \rangle \in R\} \\ \emptyset, \forall x \in X \langle x, y \rangle \notin R \end{cases}$$

Каждое соответствие $R(X, Y)$ определяет соответствие Галуа² между подмножествами множества X и множества Y . Соответствие Галуа каждому подмножеству $A \subset X$ сопоставляет множество $B = \bigcup_{x \in A} Im_R x \subseteq Y$,

¹ U_X, U_Y -универсумы

²Смотри математическую энциклопедию

если $A = \emptyset$, то $B = \emptyset$. Обозначим соответствие Галуа как

$$G(R, X, Y) = \{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq X, B = \bigcup_{x \in A} \text{Im}_R x \subseteq Y\}$$

Соответствия Галуа и позволяют верифицировать логическое следование, не используя логический вывод, посредством исчисления соотношений между объемами конституентных множеств логики \mathbf{S}_{L_2} [1] и интерпретации рассуждений логики предикатов в терминах соответствий.

Примеры верификации рассуждений

Пример 1. (Чень). Верифицировать следствие. Некоторые пациенты любят всех докторов. Ни один пациент не любит знахаря. Следовательно, никакой доктор не является знахарем. Формализация (Васильев С. Н.)

$$\begin{aligned} A_1 &= \exists x(P(x) \cdot \forall y(D(y) \rightarrow L(x, y))), \\ A_1 \cdot A_2 \rightarrow B, \text{ где } A_2 &= \forall x(P(x) \rightarrow \forall y(Q(y) \rightarrow L(x, y)'), \\ &B = \forall x D(x) \rightarrow Q(x)') \end{aligned}$$

Рассмотрим верификацию логического следования. Введем в рассмотрение множества P, D, Q -одноименные с одноместными предикатами $P(x), D(x), Q(x)$ и множество V . Это множество которое образует вместе с множеством P пару $\langle P, V \rangle \in G(L, X, Y)$, где соотношение Галуа построено на соответствии $L(X, Y)$, которое определяется предикатом $L(x, y)$ -«любит x y -ка».

$$V = \{y \mid \forall x(x \in P) \wedge (L(x, y))\}$$

То есть V обозначает множество людей, которых любят пациенты. Из условия A_1 следует утверждение $D \subseteq V$ - «все доктора входят в множество тех, кого любят пациенты» (A_1 и $D \subseteq V$ равносильны).

Условие A_2 переформулируем в равносильное $V \subseteq Q'$ - «Множество тех, кого любят пациенты не включают знахарей»

Из утверждений $D \subseteq V$ и $V \subseteq Q'$ следует $D \subseteq Q'$ -«Все врачи не знахари» равносильное B . В докладе также доказывается непарadoxальное следование [1] для посылок с двуместными предикатами (пример 2).

Пример 2. Пусть имеется общий универсум U для всех предметных переменных. Доказать, что имеет место следствие из трех посылок [3].

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y F(x, y), \forall x \exists y G(x, y), \\ &\forall x \exists y (F(x, y) + G(x, y) \rightarrow \forall z (F(y, z) + G(y, z) \rightarrow H(x, z))) \models_N \\ &\forall x \exists y H(x, y) \end{aligned}$$

Также рассмотрено решение задачи (Schubert's steamroller) с использованием исчисления конституентных множеств [2] и соответствий Галуа.

Заключение

Показана возможность построения эффективных алгоритмов верификации логического следования на базе программной реализации исчисления конституентных множеств, и соответствий Галуа.

Литература

- [1] Smetanin Iu. *Syllogistical system on the basis of the propositional multivalued logic: Proceedings of the 2015 International Conference “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov (SCP)*.// Publisher IEEE, 2015, P. 596–599.
- [2] Сметанин Ю. М. *Непарadoxальное логическое следование и проблема решения МЛ-уравнений*. // Программные системы: теория и приложения, 2016, 7:1(28), С. 99–115. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://psta.psiras.ru/read/psta2016\1\99-115.pdf>
- [3] Вагин В. Н., За Мью Хмет. *Параллельный вывод в методе аналитических таблиц*.// *Программные продукты и системы.*, Москва, 2011, №3, С. 8–13.

Гиперкомплексные числа в семантике самореферентных предложений для (\neg, \leftrightarrow) -языка.

Степанов В. А. (Москва)

Dynamic approach to self-reference statements in (\neg, \leftrightarrow) -language delivers eight truth values of formulas which are described by the Klein four group.

Парадокс Лжеца, формулируемый в естественном языке, можно адекватно смоделировать в семантически замкнутом языке с переменными по формулам: x, y, z , и предикатом истинности $Tr(x)$ с аксиомой Тарского: $Tr(x) \leftrightarrow x$.

Присутствующую в естественном языке самореферентность, в нашем языке будем отмечать явно квантором самореферентности Sx , приписываемым слева к ядру самореферентной формулы.

Сам вышеозначенный квантор вводится с помощью аксиомы самореферентности, являющаяся в нашем языке аналогом Теоремы о неподвижной точке:

$$SxP(x) \leftrightarrow P(SxP(x)).$$

Для анализа рассматриваемых предложений привлечем исследования Пирса, результат которых в нашем языке выглядит следующим образом:

$$SxP(x) \leftrightarrow P(P(P(\dots(SxP(x))\dots))). \quad (*)$$

Эта формула выражает результат возможной бесконечной подстановки самореферентной формулы в саму себя.

Для оценки бесконечной формулы (*) привлечем пошаговую оценку последовательности конечных формул, получаемых на каждом этапе итерационной процедуры в последовательности Пирса:

$$\begin{aligned} SxP(x) &\leftrightarrow P(SxP(x)) \\ &\leftrightarrow P(P(SxP(x))) \\ &\leftrightarrow P(P(P(SxP(x)))) \\ &\leftrightarrow \dots \end{aligned}$$

На основании этого предложена динамическая интерпретация атомарных самореферентных формул $SxP(x)$, приписывающая каждой такой формуле динамическую систему $(\{0, 1\}, p(x))$ с орбитами $\langle p^n(x), n \in Z^+ \rangle$ (2014, [1]). Отображению $p(x) : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$ в семантике соответствует $P(x) : \{F, T\} \rightarrow \{F, T\}$ в синтаксисе.

В рассматриваемом нами (\neg, \leftrightarrow) -фрагменте языка логическая матрица M_8^c очевидно является подматрицей для M_{16}^c и будет выглядеть более скромно:

$$\begin{aligned} M_8^c &= \langle \{11/11, 10/01, 11/00, 10/10, 01/01, 00/11, 01/10, 00/00\}, \neg, \leftrightarrow, \{11/11\} \rangle \\ &= \langle \{T, A, V, K, \neg K, \neg V, \neg A, \neg T\}, \neg, \leftrightarrow, \{T\} \rangle. \end{aligned}$$

Наблюдение: Истинностные значения организованы как Четверная группа Клейна. Они представлены **справа** как таблица Кэли этой группы. В ней символы $1, i, j, k$ кодируют истинностные значения предложений: $1 = \mathbf{T}$, $i = \mathbf{V}$, $j = \mathbf{A}$, $k = \mathbf{K}$:

\leftrightarrow	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	1	k	j
j	j	k	1	i
k	k	j	i	1

Подобное обстоятельство наталкивает на мысль выдвинуть следующую

Гипотезу: Истинностные значения самореферентных предложений организованы как орты в четырехмерном пространстве. Это позволяет нам представить их следующим образом:

$$\mathbb{T} = a_0 \mathbf{T} + a_1 \mathbf{V} + a_2 \mathbf{A} + a_3 \mathbf{K}.$$

Для этого используем указанную Таблицу Кери как таблицу умножения для определения произведения двух четырехмерных векторов, которая есть функция эквивалентности (\leftrightarrow) нашего языка.

Формализуем изложенную выше матрицу M_8^c как частичную систему пропозициональных исчислений, базирующихся на эквивалентности и отрицании, по Черчу P^{EN} , или $P^{\leftrightarrow, \neg}$ [Черч, 1960].

- 0) $T, A, V, K;$
- 1) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow p);$
- 2) $(p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)) \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ?r);$
- 3) $(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q);$

Правилами вывода будут подстановка и правило: $p, p \leftrightarrow q / q$.

Лемма [2] Множества тautологий M_2^c и M_8^c совпадают.

Литература

- [1] Stepanov V. *Truth Theory for Logic of Self-Reference Statements as a Quaternion Structure*. // Proc. Internat. Sci. Conf., St.-Peterburg, 21–25 April 2014, Eiler Intern. Math. Inst., P. 225–230.
- [2] Jaskowski S. *Investigations into the system of intuitionist logic*. // Studia logica, 1975, vol. 34, P. 117–120, (original 1936).

Нефинитные методы в исследовании форм логического исчисления на основе структур оценки

Титов А. В. (Москва)

Examines the relationship between different types of logical calculi, based on the study of evaluation as a morphism from the algebra of formulas to the structure of the estimated values, that preserves the structure. Her research can be brought non-finite generalized methods of nonstandard analysis as a section of category theory. o its investigation, non-finite methods of generalized nonstandard analysis can be used as a section of category theory.

В настоящее время применение неклассических логик в математике ограниченно, однако постоянно растущие и изменяющиеся требования к применяемому в формальных моделях сложных объектов и процессов математическому аппарату, могут существенно изменить это положение и привести к развитию математических теорий основанных на использовании различных видов неклассической логики.

Если в формализованной теории операции заменяют шаги дедукции, то вполне естественно представить такую систему как категорию. С другой стороны от вывода в исчислении требуется сохранение истинности или, в случае многозначности значений истинности, преобразование истинности по известному закону. Но это означает, что вывод или шаги дедукции связаны с сохранением или изменением по известному закону оценки, которая так же может быть представлена как морфизм определенной категории.

Если рассматривать модели как функторы, сохраняющие дополнительную структуру из категории, соответствующей данной теории, в категорию множеств, то выбор вместо категории множеств, других категорий дает возможность изучать и строить неклассические теории. Тогда категория, на которой принимает значение функтор, определяет тип логики для исследуемой модели.

Ценным для нашего исследования является то обстоятельство, что в теории категорий свойства объекта определяются не через его внутреннюю структуру, а через его связи с другими элементами, которые выражаются через функции (стрелки).

Расширения, даваемые теорией категорий, распространяются и на логику. С философской точки зрения категорный подход к логике интересен тем, что расширяет ее возможности, при этом позволяет проследить связь

между классическими и неклассическими вариантами логических исчислений.

При этом типы логического исчисления определяется структурой, на которой принимает значение оценка.

Развитие метода, основанного на определении меры истинности как меры на некотором множестве, связано с понятием оценки.

В частности, в качестве структуры оценки может рассматриваться решетка X , с оценкой на ней $\|\phi_k x\|$. При этом логические связки языка моделируются операциями в решетке X [1].

В классическом варианте нестандартного анализа рассматривается множество-степень K^I , где K -структура, а формулы — суждения о свойствах данной структуры. Оценка принимает значения на решетке $P(I)$, выбор в качестве j ультрафильтра в $P(I)$ позволяет заменить $Tr_j(\phi_k)$ ($Tr_j(\phi_k) \equiv \|\phi_k \in j\|$ [2]) «обычной» истинностью суждения ϕ_k о структуре K^I . Поскольку для ультрапроизведений $K^I|j \equiv K^I| \sim j$, имеем $\phi_{k|j}([f_1], [f_2], \dots, [f_n]) \Leftrightarrow ([\phi_k(f_1, f_2, \dots, f_n)] \in j)$, где $[f_i] \in K^I|j$. Как показано в [3] это фактор-множество содержит два элемента. Это обеспечивает эквивалентность обеих семантик.

В [4, С. 151] приводится вариант логики с двумя типами отрицания — Н-В логики.

В [5] показано, что аксиомы Н-В логики являются выводимыми теоремами для решеток общего вида с двумя дополнениями, которые должны играть роль структур оценки при условии трактовки оценки как морфизма сохраняющего структуру.

При переходе на язык теории категорий модели, которые рассматриваются классической теорией, являются функторами из категории, соответствующей некоторой теории в категорию всех множеств. Рассматривая какую-либо другую категорию, обладающую дополнительной структурой, получим неклассическую теорию. Тип полученной теории будет индуцироваться заданной категорией и ограничениями, наложенными на функтор (его задаваемыми свойствами).

При таком подходе «логики» как вид исследования структур представляют собой семейство функторов из категорий, соответствующих формальным теориям в категории структур, на которых принимает значение оценка. В этом случае оценка есть функтор, сохраняющий дополнительную структуру. Вид логики будет определяться типом функтора и, следовательно, минимальные логики будут представлять собой семейство, определяемое семейством баз, предбаз, образующих и т. д. структур значений оценки.

Введение в теории категорий классификатора подобъектов Ω , и связанная с этим понятием Ω -аксиома, позволяет подтвердить предположение о том, что структура значений оценки должна сохранять структуру алгебры формул.

Литература

- [1] Любецкий В. А. *Оценки и пучки. О некоторых вопросах нестандартного анализа.* // УМН. 1989. Vol. 44, № 4. С. 99–153.
- [2] Любецкий В. А. *Некоторые применения теории топосов к изучению алгебраических систем.* // П. Т. Джонсон. Теория топосов. М. Наука, 1986. С. 376–430
- [3] Расева Е., Сикорский Р. *Математика метаматематики.* М. 1972.
- [4] Васюков В. Л., *Категориальная логика.* М. АНО Институт логики. 2005.
- [5] Титов А. В. *Диалектика в развитии типов логических исчислений на основе структур значений оценки.* // Доказательство очевидность, достоверность и убедительность в математике. Труды Московского семинара по философии математики/ Под ред. В. А. Божанова, А. Н. Кричевца, В. А. Шапошникова М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2014.

Изоморфы классической логики и четырехзначные литеральные парадигмы

Томова Н. Е. (Москва)

The class of four-valued literal paralogics, which are constructed by combination of isomorphs of classical logic C_2 is presented. A semilattice of these logics with respect to the relation of functional inclusion one paralogic to another is built.

Литеральные парадигмы – логики, в которых свойства паранепротиворечивости, параполноты, пааранормальности имеют место на литературальном уровне, т.е. на уровне пропозициональных переменных и их отрицаний.

Существует несколько алгоритмов конструирования литературальных парадигм. Одним из них является алгоритм комбинирования изоморфов классической логики. Так, например, известно (см. [1]), что комбинирование двух изоморфов классической пропозициональной логики C_2 , содержащихся в трехзначной логике Бочвара B_3 , приводит к построению двух знаменитых парадигм P^1 и I^1 , первая из которых паранепротиворечива, а вторая параполнна.

Было рассмотрено обобщение указанного метода получения литературальных парадигм на четырехзначный случай. Изучены функциональные свойства полученные парадигмы, установлено, что парадигмы образуют верхнюю полурешетку по отношению функционального вложения одной логики в другую.

Приведем логические матрицы, соответствующие четырехзначным изоморфам классической логики C_2 :

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_1 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_1, \rightarrow_1, \{1\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_2 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_2, \rightarrow_2, \{1, 2/3, 1/3\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_3 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_3, \rightarrow_3, \{1, 2/3\} \rangle, \end{aligned}$$

$$\mathfrak{M}_4 = \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_4, \rightarrow_4, \{1, 1/3\} \rangle,$$

где $\rightarrow_1, \rightarrow_2, \rightarrow_3, \rightarrow_4$ и $\neg_1, \neg_2, \neg_3, \neg_4$ определяются следующими таблицами:

x	$\neg_1 x$	$\neg_2 x$	$\neg_3 x$	$\neg_4 x$
1	0	0	0	0
$2/3$	1	0	0	1
$1/3$	1	0	1	0
0	1	1	1	1

\rightarrow_1	1	$2/3$	$1/3$	0
1	1	0	0	0
$2/3$	1	1	1	1
$1/3$	1	1	1	1
0	1	1	1	1

\rightarrow_2	1	$2/3$	$1/3$	0
1	1	1	1	0
$2/3$	1	1	1	0
$1/3$	1	1	1	0
0	1	1	1	1

\rightarrow_3	1	$2/3$	$1/3$	0
1	1	1	0	0
$2/3$	1	1	0	0
$1/3$	1	1	1	1
0	1	1	1	1

\rightarrow_4	1	$2/3$	$1/3$	0
1	1	0	1	0
$2/3$	1	1	1	1
$1/3$	1	0	1	0
0	1	1	1	1

Матрицы \mathfrak{M}_5 – \mathfrak{M}_9 определяют парапротиворечивые логики полученного класса четырехзначных логик, матрицы \mathfrak{M}_{10} – \mathfrak{M}_{14} – параполные логики и матрицы \mathfrak{M}_{15} и \mathfrak{M}_{16} – паранормальные логики:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_5 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_1, \rightarrow_2, \{1, 2/3, 1/3\} \rangle, & \mathfrak{M}_{11} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_3, \rightarrow_1, \{1\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_6 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_3, \rightarrow_2, \{1, 2/3, 1/3\} \rangle, & \mathfrak{M}_{12} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_4, \rightarrow_1, \{1\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_7 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_4, \rightarrow_2, \{1, 2/3, 1/3\} \rangle, & \mathfrak{M}_{13} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_2, \rightarrow_3, \{1, 2/3\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_8 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_1, \rightarrow_3, \{1, 2/3\} \rangle, & \mathfrak{M}_{14} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_2, \rightarrow_4, \{1, 1/3\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_9 &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_1, \rightarrow_4, \{1, 1/3\} \rangle, & \mathfrak{M}_{15} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_4, \rightarrow_3, \{1, 2/3\} \rangle, \\ \mathfrak{M}_{10} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_2, \rightarrow_1, \{1\} \rangle, & \mathfrak{M}_{16} &= \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_3, \rightarrow_4, \{1, 1/3\} \rangle. \end{aligned}$$

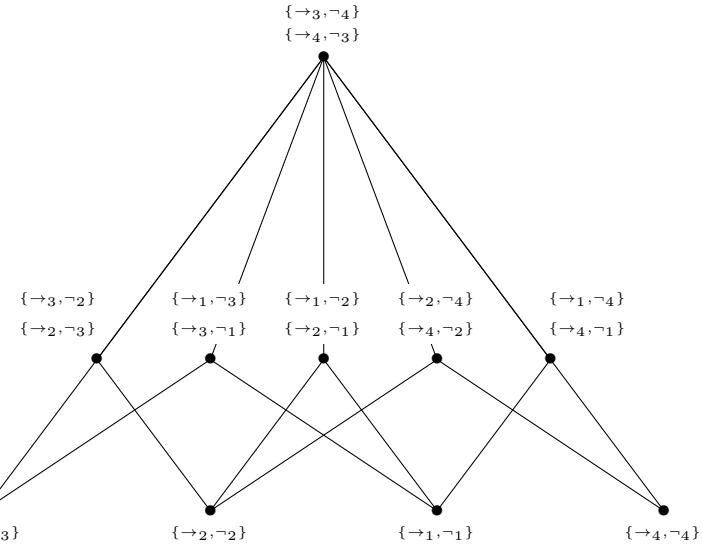
А. Непейводой была написана программа на языке Рефал, использующая алгоритм суперкомпиляции и вычисляющая функциональные свойства рассматриваемого класса четырехзначных параграфик. В результате обработки данных программы, установлено, что параграфики образуют верхнюю полурешетку по отношению функционального вложения одной логики в другую:

Доказательство того, что приведенная структура является верхней полурешеткой приведено в монографии [2, с. 76–78].

Полученная полурешетка позволяет наглядно представить метод получения литеральных параграфик посредством комбинирования изоморфов. Более того видим, что верхняя полурешетка параграфик относительно функционального вложения содержит в себе целый класс решеток литеральных параграфик относительно парасвойств.

Литература

- [1] Karpenko A. S. *The classification of propositional calculi* // Studia Logica. 2000. Vol. 66(2). P. 253–271.



- [2] Карпенко А. С., Томова Н. Е. *Трехзначная логика Бочвара и литеральные парадоксии*. М.: ИФ РАН, 2016. 110 с.

Циклические выводы в логике доказуемости Гёделя-Лёба

Шамканов Д. С. (Москва)

A Hilbert-style proof system for the Gödel-Löb provability logic GL is considered, in which provability is based on the notion of a cyclic (circular) proof. Unlike ordinary derivations, these proofs can be represented by graphs allowed to contain cycles, rather than by finite trees.

Логика доказуемости Гёделя–Лёба GL представляет собой пропозициональную модальную логику, задаваемую иррефлексивными частично упорядоченными шкалами Кripке без бесконечных возрастающих последовательностей. Данная система также является полной относительно арифметической семантики, в которой модальная связка \Box интерпретируется как предикат доказуемости в формальной арифметики Пеано. В настоящем исследовании мы рассматриваем исчисление для логики GL, основанное на понятии циклического вывода. Циклический вывод может быть получен из обычного формального вывода из гипотез (конечного дерева формул, построенного по правилам заданного исчисления) путем последовательного применения следующей операции: отождествляем некоторый лист, помеченный формулой, не являющейся аксиомой, с внутренней вершиной вывода, помеченной той же формулой, с помощью так называемой обратной ссылки (см. определение ниже). Оказывается, что циклические

выводы представляют собой интересную альтернативу традиционным выводам для логик, содержащих операторы неподвижных точек. Поскольку GL можно рассматривать как фрагмент модального μ -логики, представляется естественным рассмотреть циклические выводы в случае логики GL .

Напомним, что *формулы языка модальной логики* строятся из propositionальных переменных p_i и константы \perp с помощью связок \rightarrow, \square . Мы рассматриваем остальные булевы связки и модальную связку \Diamond как сокращения: $\neg A := A \rightarrow \perp, \top := \neg\perp, A \wedge B := \neg(A \rightarrow \neg B), A \vee B := (\neg A \rightarrow B), \Diamond A := \neg\neg\neg A$.

Исчисление гильбертовского типа для модальной логики K4 выглядит следующим образом:

Схемы аксиом:

- (i) Тавтологии классической логики высказываний;
- (ii) $\square(A \rightarrow B) \rightarrow (\square A \rightarrow \square B)$;
- (iii) $\square A \rightarrow \square\square A$.

Правила вывода:

$$\text{mp } \frac{A \quad A \rightarrow B}{B}, \quad \text{nec } \frac{A}{\square A}.$$

Логика GL получается добавлением к логике K4 схемы аксиом Лёба:

$$\square(\square A \rightarrow A) \rightarrow \square A.$$

Циклическое доказательство (в циклической нормальной форме) формулы A представляет собой пару (κ, d) , в которой κ является конечным деревом формул, построенным по правилам вывода (mp) и (nec), в корне которого стоит формула A , а d является функцией со следующими свойствами: функция d определена на всех листьях дерева κ , не помеченных аксиомами логики K4 ; образ $d(a)$ листа a лежит на пути между корнем κ и листом a ; на пути между a и $d(a)$ встречается применение правила (nec); a и $d(a)$ помечены одинаковыми формулами. Если на листе a функция d определена, то мы говорим, что вершины a и $d(a)$ соединены *обратной ссылкой*.

В качестве примера рассмотрим циклическое доказательство аксиомы Лёба. Обозначим через A формулу $\square(\square p \rightarrow p) \rightarrow \square p$, а её подформулы $\square p \rightarrow p$ и $\square p$ — через B и C соответственно. Докажем, что $\text{K4} \vdash \square A \rightarrow A$. Имеем

$$\begin{aligned} \text{K4} &\vdash \square(\square B \rightarrow C) \rightarrow (\square\square B \rightarrow \square C), \\ &\square B \rightarrow \square\square B, \\ &\square(\square B \rightarrow C) \rightarrow (\square B \rightarrow \square C), \end{aligned} \tag{1}$$

где первые две формулы являются аксиомами (ii) и (iii) логики K4 , а третья следует из первых двух в классической логике высказываний. Учитывая,

что A имеет вид $\square B \rightarrow C$, а B имеет вид $C \rightarrow p$, продолжаем предыдущий вывод

$$\begin{aligned} K4 \vdash \square A \rightarrow (\square(C \rightarrow p) \rightarrow \square C), \\ \square(C \rightarrow p) \rightarrow (\square C \rightarrow \square p), \\ \square A \rightarrow (\square(C \rightarrow p) \rightarrow \square p). \end{aligned}$$

В данном выводе первая формула совпадает с формулой (1), вторая формула является аксиомой (ii) логики $K4$, а третья следует из первых двух в классической логике высказываний и совпадает с $\square A \rightarrow A$. Теперь мы имеем следующее циклическое доказательство

$$\xi$$

$$\text{nec } \frac{A}{\square A} \quad \vdots$$

$$\text{mp } \frac{\square A \rightarrow A}{A},$$

в котором ξ обозначает соответствующий вывод в $K4$.

Теорема. *Формула A доказуема в логике GL тогда и только тогда, когда A имеет циклическое доказательство.*

Литература

- [1] Shamkanov D. *Circular proofs for the Gödel-Löb provability logic*. Mathematical Notes. 2014. T. 96 № 3. C. 575–585.

On some modal logics related to $K5$

Shehtman V. B. (Moscow)

The propositional modal logic $K5$ is obtained from the minimal logic K by adding the ‘Euclidean’ axiom $\Diamond \Box p \rightarrow \Box p$. The corresponding condition on Kripke frames is

$$\forall x \forall y \forall z (xRy \& xRz \Rightarrow yRz).$$

The paper [3] described all extensions of $K5$ and proved that $K5$ is locally tabular. Here we show that $K5$ has a stronger property.

Definition 1. The *modal depth* of a modal formula A (in symbols, $md(A)$) is the maximal number of nested modalities in A .

The *modal depth* of a propositional modal logic Λ (in symbols, $md(\Lambda)$) is the minimal n such that every modal formula has a Λ -equivalent of depth n .

Recall that a propositional logic Λ is called *locally tabular* (or *locally finite*) if for any finite n there are finitely many formulas in n propositional variables up to Λ -equivalence (cf. [1]).

Every logic of finite modal depth is locally tabular; the converse implication may be not always true (but this is still an open problem).

Definition 2. Consider the following modal logics:

$$\begin{aligned}\mathbf{KE}_n &:= \mathbf{K} + \Diamond^n \Box p \rightarrow \Box^n p, \\ \Box^n \mathbf{S5} &:= \mathbf{K} + \Box^n ((\Box p \rightarrow p) \wedge (\Box p \rightarrow \Box \Box p) \wedge (\Diamond \Box p \rightarrow p)), \\ \mathbf{wK5} &:= \mathbf{K} + p \wedge \Diamond \Box p \rightarrow \Box p, \\ \mathbf{S4.4} &:= \mathbf{S4} + p \wedge \Diamond \Box p \rightarrow \Box p.\end{aligned}$$

By Sahlqvist theorem (cf. [1]) we have

Proposition 10. All the logics from Definition 2 are Kripke complete; their frame characterizations are the following;

- for \mathbf{KE}_n : $\forall x \forall y \forall z (x R^n y \& x R^n z \Rightarrow y R z)$;
- for $\Box^n \mathbf{S5}$: if $x R^n y$, then the subframe generated by y is a cluster;
- for $\mathbf{wK5}$: $\forall x \forall y \forall z (x R y \& x R z \Rightarrow x = z \vee y R z)$;
- for $\mathbf{S4.4}$: transitivity plus the $\mathbf{wK5}$ -condition.

So there are the following inclusions:

$$\begin{aligned}\Box \mathbf{S5} &\supset \Box^2 \mathbf{S5} \supset \dots \\ \mathbf{K5} &= \mathbf{KE}_1 \supset \mathbf{KE}_2 \supset \dots \\ \mathbf{KE}_n &\supset \Box^n \mathbf{S5}, \quad \mathbf{K5} \supset \mathbf{wK5}, \quad \mathbf{S4.4} \supset \mathbf{wK5}.\end{aligned}$$

All of them are obvious, except for $\mathbf{KE}_n \supset \Box^n \mathbf{S5}$, which is checked either syntactically or by using Proposition 1.

Theorem 1. $md(\mathbf{KE}_n) = md(\Box^n \mathbf{S5}) = n + 1$;
 $2 \leq md(\mathbf{wK5}) \leq 3$; $2 \leq md(\mathbf{S4.4}) \leq 3$.

The proof is obtained by using bisimulation games; see [4] for the details.

Definition 3. The quantified version $\mathbf{Q}\Lambda$ of a modal propositional logic Λ is obtain by joining Λ with the classical predicate logic (and the substitution rule); cf. [2].

The question about Kripke completeness of quantified versions of the logics described above seems rather nontrivial. Note that the proof of incompleteness of $\mathbf{QK5}$ proposed in [2] (ch. 6, p. 492) is incorrect.

However, we have the following

Theorem 2. Let

$$\Box Ba := \forall x \Box P(x) \rightarrow \Box \forall P(x).$$

The logics $\mathbf{Q}\Box \mathbf{S5} + \Box Ba$, $\mathbf{QK5} + \Box Ba$ are complete in Kripke semantics.

Question. Is it true that $\mathbf{QK5} \vdash \Box Ba$?

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 16-01-00615).

Bibliography

- [1] Chagrov A. Zakharyashev M. *Modal logic*. Oxford University Press, 1997.
- [2] Gabbay D., Shehtman V., Skvortsov D. *Quantification in nonclassical logic*, Vol. 1. Elsevier, 2009.
- [3] Nagle M. C., Thomason S. K. *The extensions of the modal logic K5*. Journal of Symbolic Logic, Vol. 50, P. 102–109, 1985.
- [4] Shehtman V. B. *Bisimulation games and locally tabular logics*. Russian Mathematical Surveys, 71 (5), P. 979–981, 2016.

Философская логика

Логические презумпции в основаниях классической логики

Антаков С. М. (Нижний Новгород)

Principle of contradiction foundations problem was radicalized almost simultaneously by Polish and Russian logicians – by J. Lukasiewicz and N. A. Vasiliev. Aristotle's formalization of principle of contradiction introduces, among others, the concept of “point of view”, or “aspect”, which did not achieve proper formalization in classical logic. This paper proposes such a formalization utilizing so called logical presumptions, the conjunctive presumption and the disjunctive presumption. These presumptions introduced are important not only for unification of solving antinomies and paradoxes of science. They allow clarifying some unsolved problems that J. Lukasiewicz and N. A. Vasiliev called “metalogical”. Such “metalogical” problems relate to the foundations of formal logic principles including the principle of contradiction.

Проблема оснований принципа противоречия была поставлена почти одновременно Я. Лукасевичем [1] и Н. А. Васильевым [2]. Её обсуждение у них включало критику логических и метафизических идей Аристотеля и велось на языке традиционных логики и метафизики. Аристотель видел в принципе противоречия наиболее достоверное начало познания. В одном из переводов с греческого его формула такова: «Одно и то же не может одновременно быть присущим и не быть присущим одному и тому же с одной и той же точки зрения» (*Метафизика*, 1005 б 20. Цит. по [1, с. 59]). «Точка зрения» иначе называется «аспектом», и на эти «асpekты» классическая логика не обращала особого внимания. Однако имеется возможность и необходимость формализовать «спектр» суждения в целях унификации способов решения широкого класса логических противоречий.

Используемое средство такой формализации назовём *презумпцией* и характеризуем её как особенный критерий (правило) принятия решения в условиях неопределённости (неполноты знания). Правило предполагает формализацию одного из двух двойственных критериев выбора. Введём две логические презумпции – конъюнктивную \prod_{\wedge} и дизъюнктивную (слабую) \prod_{\vee} как два правила вынесения суждения об истинности простых категорических предложений. Рассмотрим единичное утвердительное предложение, указав на возможность обобщения этого случая на все виды простого категорического предложения. Также примем атрибутивное истол-

кование предложения, при котором предикат последнего понимается как атрибут (свойство) предметов понятия-субъекта. Зафиксируем произвольный атрибут P вещи. Для использования презумпций он рассматривается вместе с контрадикторным отрицанием \bar{P} , также понимаемым как атрибут.

Согласно вводимым правилам, предмет объёма субъекта предложения представляется как конъюнкция (в случае \prod_{\wedge}) или дизъюнкция (в случае \prod_{\vee}) *аспектов* этого предмета, выделенных в предмете как его свойства. Примером аспектов шахматной доски являются её белые и чёрные клетки. Обозначив аспект s_k ($k = 1, 2, 3\dots$), представим предмет x как совокупность $x = \{s_k\}$ его аспектов, к которой уже может быть применено правило \prod_{\wedge} или \prod_{\vee} . Каждый аспект обладает совместными свойствами. Соответствующие предикаты обозначим $P_i(s_k)$ и спросим, какие предикаты можно отнести к предмету x в целом.

Согласно \prod_{\wedge} , $P_i(x)$, если $(\forall s_k) P_i(s_k)$. Согласно \prod_{\vee} , $P_i(x)$, если $(\exists s_k) P_i(s_k)$. Эту процедуру можно повторить на более высоком уровне обобщения, введя интегральные свойства $P_{\wedge}(x)$ и $P_{\vee}(x)$, конъюнктивное и дизъюнктивное, согласно равенствам $P_{\wedge}(x) = \wedge_i P_i(x)$ и $P_{\vee}(x) = \vee_i P_i(x)$.

Исходное предложение, например SaP , заменяется в случае \prod_{\wedge} конъюнкцией $\wedge_k(s_k aP)$ предложений, приписывающих аспектам s_k атрибут P , а в случае \prod_{\vee} – дизъюнкцией $\vee_k(s_k aP)$ тех же предложений. Согласно \prod_{\wedge} , SaP истинно тогда и только тогда, когда истинна конъюнкция $\wedge_k(s_k aP)$. Согласно \prod_{\vee} , SaP истинно тогда и только тогда, когда истинна дизъюнкция $\vee_k(s_k aP)$.

Рассматривая юридический пример, можно показать, что *презумпция виновности* использует правило \prod_{\vee} и одноимённый атрибут «виновный» или правило \prod_{\wedge} и отрицание одноимённого атрибута – атрибут «не виновный». *Презумпция невиновности* использует правило \prod_{\wedge} и одноимённый атрибут «не виновный» или правило \prod_{\vee} и отрицание одноимённого атрибута – атрибут «виновный».

Значение введённых логических презумпций заключается не только в унификации решения антиномий и парадоксов науки, примеры чего легко привести. Презумпции позволяют прояснить проблемы, названные Я. Лукасевичем [1] и Н. А. Васильевым [2] «металогическими» и относящиеся к онтологическим основаниям формальной логики, основаниям её законов (тождества, исключённого третьего и др.), в том числе принципа противоречия. Результат исследования последнего определяется применяемой логической презумпцией и может, в зависимости от выбора, как утверждать логический принцип противоречия, так и формально опровергать его.

Тем самым более отчётливо выступает замеченная Я. Лукасевичем нетождественность логического и онтологического принципов противоречия и обнаруживается преемственность критики оснований формальной логики начала XX в. трансцендентальному идеализму Канта, всем содержанием которого опровергается Парменидов принцип тождества бытия и

мышления, в незыблемости которого уверена логика, но сомневается мета-логика.

Литература

- [1] Лукасевич Я. *О принципе противоречия у Аристотеля. Критическое исследование*. М. – СПб.: Центр гуманитарных инициатив, 2012. С. 51–202.
- [2] Васильев Н. А. *Логика и металогика* // Васильев Н. А. Воображаемая логика. Избранные труды. М.: Наука, 1989. С. 94–123.

Протологика и диаграмматическая теория

Боброва А. С (Москва)

V.I. Shalak recently claimed for the benefits of C.S. Peirce's semeiotic approach to the logic construction. The current paper continues this line. It compares Pierce's Existential Graph theory and Shalak's protologic. The comparison looks quite curious, as both theories not only share the same semeiotic background, but they also concern similar philosophical problems (i.g. the logical consequence essence).

В докладе обсуждаются логические идеи Ч. С. Пирса, на которых основывает свой семиотический подход к логике В. И. Шалак. Точнее, речь пойдет о философских основаниях обоих проектов. Несмотря на существенные различия, в них можно увидеть немало любопытных сходств.

Взгляд на логику как на иное название для семиотики принадлежит Пирсу, заложившему в XIX веке параллельно с европейскими исследователями основы символической логики. Существенным признаком его «основ» является их философская составляющая. Обращаясь к Пирсу, Шалак заявляет о необходимости семиотического подхода: «Если мы хотим, чтобы логика действительно стала нормативной наукой, мы должны отвлечься от всякой специфики конкретных языков и взглянуть на них лишь как на абстрактные знаковые системы. Именно знаковая природа языка делает его универсально применимым для представления знаний о любой реальности и о любом ее фрагменте» [2, 274].

Не противоречат семиотическому подходу и представления Шалака о протологике, которая «является … инструментом теоретического исследования глубинных возможностей языка для оперирования с объектами мысли» [3, 16]. В основе протологии лежит понятие логического следования: «Из посылок $\Sigma = \{B_1, \dots, B_n\}$ следует выражение A , если и только если существует правило R , которое позволяет на основании значений посылок Σ определить значение выражения A » [2, 276]. Оно дает основание для ввода посылок с заданными значениями; построения цепочек рассуждений; конструирования сложных языковых выражений (AB) из простых (A) и (B). Язык протологии изначально не фиксирован, а потому ей необходим субъект или интерпретатор, способный вводить в язык новые знаки.

Протологику стоит рассматривать как теорию «оперирования объектами мысли» [3, 12]. Такие задачи еще больше сближают ее с идеями Пирса, стремившегося продемонстрировать мысль в движении, показать превращение одной мысли в другую. Эту задачу онставил перед своей последней логической разработкой – теорией экзистенциальных графов или теорией графов.

В теории графов присутствуют знаки разных видов (семиотическое рассмотрение теории графов см. в [4]). Базовая единица – граф – напоминает модернизированные диаграммы Эйлера, которые размещаются на плоскости и могут трансформироваться. Теория делится на вполне самостоятельные разделы, хотя в целом ее основу составляют два правила: правила размещения графов и их итерации. Граф может размещаться внутри одинарной круговой схемы и стираться внутри двойной; будучи размещенным, он может быть итерирован вовнутрь. Можно вспомнить правило размещения и удаления двойных круговых схем, но оно является производным. Любые интерпретации графы получают извне, а потому заметными становятся функции интерпретаторов по размещению графов на плоскости и их прочтению (процедуры построения и интерпретации графа не тождественны).

Итак, перед нами две теории, которые, отталкиваясь от разных логических установок, стремятся к решению фундаментальных для философии логики проблем: природы логического следования, оперирования мыслями. Обе, базируясь на теории знаков, остаются предельно абстрактными. Новые знаки в обоих случаях вводятся интерпретатором. Простые знаки могут соединяться в сложные. Правда, здесь начинаются заметные расхождения: во-первых, графы не предполагают работу с дефинициями (функция оказывается вовне). Во-вторых, в теории Пирса заметную роль играют области внутри одинарных и двойных круговых схем, что позволяет не только вводить привычные истинностные оценки, но и размышлять о роли, месте и природе отрицания. Полагаю, обращение протологики к теории графов могло бы оказаться продуктивным, равно как продуктивным мог бы стать и обратный шаг: протологика дает возможность для размышлений над природой условного высказывания, которое американский логик далеко не всегда отождествлял с материальной импликацией [1].

Литература

- [1] Пирс Ч. С. *Рассуждение и логика вещей: Лекции для Кембриджских конференций 1898 года*. М., 2005.
- [2] Шалак В. И. *Два подхода к построению логики* // Логические исследования. Вып. 17. М.-СПб.: ЦГИ, 2011. С. 269–280.
- [3] Шалак В. И. *Протологика*. // Вестник ВятГГУ. 2009, № 1(1). С. 12–17.
- [4] Stjernfelt F. *Diagrammatology: An Investigation on the Borderlines of Phenomenology, Ontology, and Semiotics*. Dordrecht: Springer, 2007.

On Antilogicism

Vasyukov V. L. (Moscow)

Logicism is a thesis that mathematics is derivable from logic alone. Unfortunately, the logicist program of the early 20th century was unsuccessful since Frege's (1893/1903) system was inconsistent and the Whitehead and Russell (1910–13) system was not thought to be logic, given its axioms of infinity, reducibility, and choice. Both forms of logicism asserts the existence of objects (courses of values, propositional functions, etc.) while many philosophers think that logic is not supposed to do so. Later logicism was replaced by a very different account of the foundations of mathematics, in which mathematics was seen as the study of axioms and their consequences in models consisting of the sets described by Zermelo-Fraenkel set theory (ZF). Mathematics, on this view, is simply applied set theory and there is only one kind of entity in the mathematical world, the set. All sets are built up from certain simple ones (in fact one can start just with \emptyset) by operations like intersection \cap , union \cup , and complementation $-$. The axioms of ZF legislate as to when such operations can be effected. They can only be applied to sets that have already been constructed, and the result is always a set.

As a consequence, the internal logic of sets is a classical one, since algebra of subsets closed under set-theoretic operations is a Boolean algebra which is a model of classical logic. The first deviation from that rule was inspired by intuitionistic mathematics. Here algebra of subsets is Heyting algebra and respective internal logic becomes an intuitionistic logic. But such deviation is inconspicuous because Boolean algebra always would be construed as a particular case of Heyting one. It's sufficient to add a law of excluded middle to the list of axioms of Heyting algebra.

The second deviation came up in 1936 when G. Birkhoff and J. von Neumann discovers that an algebra of closed subsets in infinite-dimensional Hilbert space is not a Boolean algebra but an orthomodular lattice. Since this formalism was exploited in quantum theory then it leads to the birth of so-called quantum logic. And in this case an orthomodular lattice was a model for such logic.

And already in 1961, Jean Dieudonne claims: "What you may perhaps be unaware of is that mathematics is about to go through a second revolution at this very moment. This is the one which is in a way completing the work of the first revolution, namely, which is releasing mathematics from the far too narrow conditions by 'set'; it is the theory of categories and functors, for which estimation of its range or perception of its consequences is still too early ...".

The most general universe of mathematical discourse of this period became the category known as **Set**, whose objects are the sets and whose arrows are the set functions. The basic set-theoretic operations and attributes (empty set, intersection, product set, surjective function e.g.) can be described by reference to the arrows in **Set**, and these descriptions interpreted in any category.

However the category axioms are "weak", and in many contexts the interpretations of set-theoretic notions can behave quite differently to their counterparts in **Set**. So the question arises as to when this situation is avoided, i.e. when does a category look and behave like **Set**? A vague answer is – when it is (at least) a topos. It is a category whose structure is sufficiently like Set that in it the interpretations of basic set-theoretical constructions behave much as they do in **Set** itself.

For each topos one can define a language which would be employed as a convenient tool for yielding statements on objects and arrows of the topos in question or even for proving theorems about them. In a topos there is also an internal logic which "logically" reflects properties of topos, i.e. which do the same Boolean algebra did for sets. A sequential formulation of topos logic is just as it worth been expected an intuitionistic one. Nevertheless, there are some logical deviations in category-theory universe.

Notably, that topos language is a typed language with each object as type. Type Theory recently is going through a row of transformations while pretending to be the new foundation of mathematics. In type theory, unlike set theory, objects are classified using a primitive notion of type, similar to the data-types used in programming languages. These elaborately structured types can be used to express detailed specifications of the objects classified, giving rise to principles of reasoning about these objects.

One of the most striking differences between classical foundations and type theory is the idea of proof relevance, according to which mathematical statements, and even their proofs, become first-class mathematical objects. In type theory, we represent mathematical statements by types, which can be regarded simultaneously as both mathematical constructions and mathematical assertions, a conception also known as propositions as types. Accordingly, we can regard a term $a : A$ as both an element of the type A , and at the same time, a proof of the proposition A .

The logic of "proposition as types" suggested by traditional type theory is not the "classical" logic familiar to most mathematicians. But it is also different from the logic sometimes called "intuitionistic", which may lack both the law of excluded middle and the axiom of choice. For present purposes, it may be called constructive logic (but one should be aware that the terms "intuitionistic" and "constructive" are often used differently).

Homotopy type theory (HoTT) interprets type theory from another perspective. In homotopy type theory, we regard the types as "spaces" (as studied in homotopy theory) or higher groupoids, and the logical constructions as homotopy-invariant constructions on these spaces. In this way, we are able to manipulate spaces directly without first having to develop point-set topology (or any combinatorial replacement for it, such as the theory of simplicial sets).

Homotopy type theory serves as a foundational language for mathematics, i.e., an alternative to Zermelo–Fraenkel set theory. However, it behaves differently from set theory in several important ways, and that can take some getting

used to. A set-theoretic foundation has two “layers”: the deductive system of first-order logic, and, formulated inside this system, the axioms of a particular theory, such as ZF. Thus, set theory is not only about sets, but rather about the interplay between sets (the objects of the second layer) and propositions (the objects of the first layer).

By contrast, type theory is its own deductive system: it need not be formulated inside any superstructure, such as first-order logic. Instead of the two basic notions of set theory, sets and propositions, type theory has one basic notion: types. Propositions (statements which we can prove, disprove, assume, negate, and so on) are identified with particular types. Thus, the mathematical activity of proving a theorem is identified with a special case of the mathematical activity of constructing an object — in this case, an inhabitant of a type that represents a proposition.

In a sense, it means that type theory includes logic while determining its language and proofs, logic becomes “pure” internal construction. If logicism reduces mathematics to logic then here we have another reduction when logic is reduced to mathematics — *antilogicism*. And in such frameworks some new issues arise which will be analyzed in the paper.

Ложь с точки зрения динамической эпистемической логики

Гладышев М.А. (Москва)

В предлагаемой работе предпринята попытка формализации феномена лжи с помощью инструментов современной динамической эпистемической логики. Предлагается к рассмотрению две модели[1] доксатической логики: модель, описывающая ложь со стороны стороннего наблюдателя и модель для описания лжи одного из агентов остальным.

Для расширения языка классической динамической эпистемической логики оператор информационного обновления $[!]\varphi$ дополняется оператором ложного информационного обновления $[i]\varphi$. Язык этой модели выглядит так:

$$\mathcal{L}(!, i) \ni \varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid B_a\varphi \mid [!]\varphi\psi \mid [i]\varphi\psi$$

Оператор $[!]\varphi\psi$ понимается так: "После правдивого публичного объявления φ истинна формула ψ ". Оператор лжи $[i]\varphi\psi$ следует читать так: "После ложного публичного объявления φ истинна формула ψ ". За исключением двух этих операторов данная модель основана на классической эпистемической логике, основанной на семантике Крипке.

Определение 1. Семантика правдивого и ложного информационного обновления

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, w \models [!]\varphi\psi & \text{ е.т.е } \mathcal{M}, w \models \varphi \longrightarrow \mathcal{M}^\varphi, w \models \psi \\ \mathcal{M}, w \models [i]\varphi\psi & \text{ е.т.е } \mathcal{M}, w \models \neg\varphi \longrightarrow \mathcal{M}^\varphi, w \models \psi \end{aligned}$$

Вторая модель описывает ситуацию, когда один из агентов лжет другим, а также дополняется оператором блефа $[!i_a\varphi]\psi$, предпосылкой которого является неуверенность говорящего агента в некотором факте p : $(\neg(B_ap \vee B_a\neg p))$. Сформулируем язык для новой модели:

$$\mathcal{L}(!_a, i_a, !i_a) \ni \varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid B_a\varphi \mid [!_a\varphi]\psi \mid [i_a\varphi]\psi \mid [!i_a\varphi]\psi$$

Определение 2. Семантика операторов агентного информационного обновления

$$\mathcal{M}, w \models [!_a\varphi]\psi \text{ е.т.e } \mathcal{M}, w \models B_a\varphi \longrightarrow \mathcal{M}_a^\varphi, w \models \psi$$

$$\mathcal{M}, w \models [i_a\varphi]\psi \text{ е.т.e } \mathcal{M}, w \models B_a\neg\varphi \longrightarrow \mathcal{M}_a^\varphi, w \models \psi$$

$$\mathcal{M}, w \models [!i_a\varphi]\psi \text{ е.т.e } \mathcal{M}, w \models \neg(B_a\varphi \vee B_a\neg\varphi) \longrightarrow \mathcal{M}_a^\varphi, w \models \psi$$

Основной целью доклада является не только освещение основных на сегодняшний день формальных подходов к определению лжи, но, в большей мере, критика существующих моделей. Основным недостатком этих моделей является использование системы аксиом *KD45*, что может приводить к противоречиям и контринтуитивным выводам.

Статья подготовлена в результате проведения исследования (№ 17-05-0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета „Высшая школа экономики“ (НИУ ВШЭ)» в 2017 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100». № ...

Литература

- [1] Hans van Ditmarsch *The Dynamics of Lying*. Université de Lorraine, 2012.

Многомерная логика В. А. Смирнова и двумерная семантика

Горбатов В. В. (Москва)

Целью доклада является сопоставление идеи многомерных логик, как она реализована у В. А. Смирнова, с двумерным подходом Д. Чалмерса. The main aim of the present talk is to compare Smirnov's multi-dimensional logical framework and Chalmers' two-dimensionalism.

Развивая свою идею «воображаемой» логики, Н. А. Васильев выдвигает программу построения многомерных логик с n видами суждений, где предполагается обобщение закона исключенного третьего до закона исключенного $n + 1$ -го.

В. А. Смирнов в работе [2] предлагает построение подобных многомерных логик в виде алгебр классов. Каждому одноместному предикатору сопоставляется последовательность из n попарно непересекающихся классов. Некоторые из классов могут быть пустыми, но их объединение исчерпывает универсум. На этих последовательностях естественным образом вводится отношение включения, а также все необходимые логические операции.

Как идея логической многомерности соотносится с идеей логической многозначности? «Атомарное утверждение, – пишет В. А. Смирнов, – естественно рассматривать как утверждение о принадлежности элемента выделенному классу. В n -мерной логике мы будем иметь n типов атомарных предложений. <...> Однако мы можем иметь дело с одним отношением принадлежности и функцией оценки <индексирующей, к какому именно классу последовательности принадлежит элемент>» [2, 262–263]. Легко заметить родство между многомерными логиками, расширяющими наши представления о способах предикации, и многозначными, расширяющими множество истинностных значений. С точки зрения многомерного подхода классическая логика является двумерной «логикой объемов и антиобъемов», подобно тому как с точки зрения многозначного подхода она представляет собой двузначную «логику истины и лжи».

В обоих случаях мы получаем расширение логического пространства, но в принципиально разных смыслах, с разными философскими последствиями. Да и само логическое пространство понимается здесь по-разному. Если парадигма многозначности исходит из понимания логики как теории абстрактных объектов (Лукасевич), то парадигма многомерности видит в ней прежде всего теорию суждения (Твардовский).

Еще один важный вопрос: как связаны многомерные логики с т. н. «двумерными семантиками»? Прежде всего, мы не должны смешивать логические системы и семантические, теоретико-модельные построения. Конечно, для многомерных логик существуют соответствующие им семантики (например, предложенная Смирновым элегантная топологическая интерпретация трехмерной логики Васильева), а для семантических конструкций – подходящие «двумерные логики» (например, логики с оператором актуальности и сослагательного наклонения – см. [3, 4]. Тем не менее, широко распространенный сегодня философский «2-дименсионализм» является, по сути, совокупностью разношерстных семантических инструментов с не до конца проясненными логическими основаниями.

Но если все же пытаться сравнивать двумерную семантику с концепцией многомерной логики, то стоит отметить, что первая является развитием модального / интенсионального подхода, в то время как вторая остается целиком на твердой почве экстенсиональных конструкций. В многомерных логиках мы не найдем никакого аналога принципиальной чалмерсовской оппозиции первичных / вторичных интенсионалов. На самом деле, расширение логического пространства происходит в двумерной семантике совершенно другим образом – новое измерение не добавляется внешним образом к уже имеющимся, заставляя их «потесниться», но встраивается изнутри в каждую точку уже имеющегося логического пространства (в каждом возможном мире вторичный интенсионал выражений может быть разным) [4]. Тем самым его макроструктура остается прежней, а старые и новые «измерения» не соположены, но подчинены одно другому.

Литература

- [1] Горбатов В. В. *Логико-онтологические предпосылки двумерной семантики*. // Известия Уральского государственного университета. Серия 3: Общественные науки. 2012. Т. 100. № 1. С. 37–44.
- [2] Смирнов В. А. *Многомерные логики* // Логико-философские труды В.А. Смирнова. М. : Эдиториал УРСС, 2001.
- [3] Humberstone L. *Two-Dimensional Adventures*. // Philosophical Studies. 2004. Vol. 118, P. 17–65.
- [4] Kuhn S. *Two-Dimensional Logics and Two-Dimensionalism in Philosophy*. // The Routledge Companion to Philosophy of Language. NY, Routledge, 2012. P. 624–635.

Generalized truth values and quantum logic

Grigoriev O. M. (Moscow)

The aim of this research is to explore some interrelations between non-classical logics based on the special sets of truth values commonly referred to as *generalized truth values* and computationally driven quantum logic.

Quantum computational logic is a relatively young and prominent research area. It is motivated by recent achievements in quantum computations and quantum information theory. Classical information theory presupposes 0 and 1 as the most elementary pieces of information while quantum state can not be only in the states $|0\rangle$ and $|1\rangle$ – cousins of classical 0 and 1 – but in their superposition, formally represented by expression $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$.

Similar movement happened in the field of logical semantics. While classical logic has only two-element truth set, non-classical logics can have infinite sets of assigned values for propositions and – what is relevant here – complex values as well. These compound objects usually referred in the literature as *generalized truth values*, originating from pioneering work [1] and further developed in plethora of papers (see, e.g. [8, 9, 7]). The standard way of producing a set of generalized truth values – is to take powerset over some truth values basis, for instance over classical set $\{t, f\}$ [1, 8] or some non-classical, such as $\{a, d, u\}$ in [9]. Another starting point in construction of a generalized truth values set is to apply direct product to the *different* bases of truth values. The prototypical and philosophically well motivated example of *two-dimensional* approach can be found in [2, 3, 6]. We just mention here that dimensions can have interesting practical interpretations and that the set of generalized truth values equipped with some family of operations comprise algebraic structures (lattices as a rule) which opens the way for various definitions of consequence relation and determine corresponding logics.

Quantum computational semantics utilizes specific approach to the choice of values for propositions. These are unit vectors in Hilbert space \mathbb{C}^2 for atomic propositions (in case of compound formula a value is a q -register in $\otimes^n \mathbb{C}^2$ –

product of n spaces \mathbb{C}^2) or so called *qmixes* representing partial information about quantum system [5].

Now we briefly outline the idea of simulating two-component truth values within quantum logic framework.

Let us start with the pair of two-dimensional Hilbert spaces \mathbb{C}_0 and \mathbb{C}_1 having arbitrary orthonormal bases $\{|b_0\rangle, |b_1\rangle\}$ for the former (taken for the ontological *b*-truth-perspective) and orthonormal basis $\{|c_0\rangle, |c_1\rangle\}$ for the later (for an epistemic *c*-truth-perspective). For the definiteness let us assume that within the scope of this paper the spaces \mathbb{C}_0 and \mathbb{C}_1 have fixed computational bases just denoted. We also count $|b_0\rangle$ and $|c_0\rangle$ as representatives of *false* while $|b_1\rangle$ and $|c_1\rangle$ as that of *truth* in their own truth-perspectives. To obtain the objects playing role of compound truth values we need to construct composite 2-qubit quantum system $\mathbb{C}_0 \otimes \mathbb{C}_1$ which has new basis $\{|b_i\rangle \otimes |c_j\rangle\}$ ($i, j \in \{0, 1\}$) and consisting of qubits of the form $\alpha_1 |b_0 c_0\rangle + \alpha_2 |b_0 c_1\rangle + \alpha_3 |b_1 c_0\rangle + \alpha_4 |b_1 c_1\rangle$, where $\alpha_k \in \mathbb{C}$ ($1 \leq k \leq 4$).

Quantum computational logic offers a broad family of operators (see, for example [5]), quantum logic gates, which in some cases can be rendered as the counterparts of classical logic gates and thus give rise to a family of propositional connectives in formal languages of quantum logical systems.

We propose some quantum gates which are suited for treatment of quantum logical connectives similar to the semi-negations form [6], e.g.:

Definition.

$$\begin{aligned} N: & |00\rangle \langle 00| \otimes I^2 + |01\rangle \langle 01| \otimes I \otimes C + |10\rangle \langle 10| \otimes I^2 + |11\rangle \langle 11| \otimes B \otimes I, \\ N_b: & |00\rangle \langle 00| \otimes I^2 + |01\rangle \langle 01| \otimes I^2 + |10\rangle \langle 10| \otimes I^2 + |11\rangle \langle 11| \otimes B \otimes I, \\ N_c: & |00\rangle \langle 00| \otimes I^2 + |01\rangle \langle 01| \otimes I \otimes C + |10\rangle \langle 10| \otimes I^2 + |11\rangle \langle 11| \otimes I^2. \end{aligned}$$

We also discuss some properties of these gates and their relations to such phenomena as measurement and entanglement.

The author is supported by the Russian Foundation for Humanities, project № 16-03-00749a.

Bibliography

- [1] Belnap, N. D.: *How a computer should think*, G. Ryle (ed.) Contemporary Aspects of Philosophy, Oriel Press, P. 30–55 (1977)
- [2] Grigoriev O. M.: *Bipartite truth and semi-negations*. In Proceedings of 7-th International conference 'Smirnov readings in logic', June 22–24, Moscow, (2011)
- [3] Grigoriev O. M.: *Two Formalisms for a Logic of Generalized Truth Values*. Bulletin of Symbolic Logic, vol. 21, P. 71–72 (2015)
- [4] Cattaneo, G.; Chiara, M. L. D. and Giuntini, R. Weingartner, P. (Ed.) *An Unsharp Quantum Logic from Quantum Computation Alternative Logics. Do Sciences Need Them?*, Springer Berlin Heidelberg, 323–338, (2004)

- [5] Dalla Chiara, M. L.; Giuntini, R. and Leporini, R. *Logics from Quantum Computation*, International Journal of Quantum Information, vol. 03, P. 293–337, (2005)
- [6] Zaitsev D. V., Grigoriev O. M.: *Two kinds of truth – one logic*. In: Logical Investigations. vol. 17, P. 121–139 (2011)
- [7] Zaitsev D., Shramko Y.: *Bi-facial truth: a case for generalized truth values*. Studia Logica, vol. 101, P. 1299–1318, (2013)
- [8] Shramko Y. and Wansing, H.: *Some useful sixteen-valued logics: How a computer network should think*, Journal of Philosophical Logic vol. 34, pp. 121–153 (2005)
- [9] Zaitsev, D. *A Few More Useful 8-valued Logics for Reasoning with Tetralattice EIGHT₄*. Studia Logica, vol. 92, P. 265–280 (2009)

Интенсиональные контексты и проблемы референциальной прозрачности

Демина Л. А. (Москва)

The aim of the present paper is to consider such phenomena as extensional and intensional contexts in aspect its referential transparency and non-transparency. Special attention is paid to proper names and definite descriptions.

Тезис экстенсиональности в явном виде был сформулирован Р. Карнапом. Согласно этому тезису для любой неэкстенсиональной системы имеется экстенсиональная система, в которую первая может быть переведена. В отношении естественного языка это означает сведение отношений, возникающих на уровне семантической структуры к грамматической структуре предложений. Принятие тезиса экстенсиональности означало бы, что теория значения должна быть включена в теорию референции (или сведена к ней). Крайняя точка зрения, выражающая позиции экстернализма, отражает попытки отождествить семантическое понятие синонимии с референциальным отношением тождества экстенсионалов (экстенсий). Значение в этом случае просто приравнивается к референции. Иная точка зрения формулируется в работах Г. Фреге, Р. Карнапа, которые вводят понятия «смысл», «интенсионал», в частности и для объяснения причин нарушения принципа тождества в ряде контекстов и указания выхода из возникающих парадоксов.

Важным шагом в уточнении специфики интенсиональных и экстенсиональных контекстов представляется разграничение экстенсионального и интенсионального вхождения индивидуальных терминов, проведенное Е. Д. Смирновой при построении системы первопорядковой интенсиональной логики. Принципиально новым моментом при этом являлось введение двух операций приложения функций к их аргументам и двух операций абстракции. Таким образом, в системе ИПЛ различается экстенсиональное и интенсиональное вхождение индивидуальных терминов, что ведет к важным

следствиям; так, если $A(x)$ понимается как формула с фиксированным экстенсиональным вхождением ‘ x ’, а $A[x]$ – как формула с фиксированным вхождением ‘ y ’, то формула $(x = y) \rightarrow A(x) \equiv A(y)$ – общезначима в ИПЛ, а формула $(x = y) \rightarrow A[x] \equiv A[y]$ – не общезначима. Можно провести аналогию между разграничением экстенсионального и интенсионального вхождения и референтным и нереферентным вхождением сингулярных терминов. Но преимущество подхода Е. Д. Смирновой заключается в том, что различие экстенсиональных и интенсиональных вхождений обосновывается при построении строгой семантики. Это дает ключ к анализу нарушений принципа взаимозаменимости в интенсиональных контекстах. Необщезначимость принципа $(x = y) \rightarrow A[x] \equiv A[y]$ в ИПЛ говорит о том, что не выполняется принцип Л-замены, что характерно для интенсиональных контекстов. Учет способа сочленения интенсионального предиката (оператора) с аргументом указывает на специфику интенсиональных контекстов, так как в этом случае экстенсионал сложного интенсионального выражения является функцией экстенсионала функтора и интенсионалов аргументных выражений.

На основании понятий интенсионального и экстенсионального вхождения сингулярных терминов (как семантически различных способов приложения функторов к аргументам) можно уточнить понятие референциальной прозрачности контекстов. Экстенсиональное место указывает на то, что объект является элементом из индивидной области, то есть термин указывает на референт. Интенсиональное вхождение указывает на индивидный концепт (если сингулярные термины понимать как индивидные константы). Таким образом, более ясным становится, почему мы сближаем прозрачные контексты с экстенсиональными. Референциально непрозрачными являются контексты, имеющие интенсиональные вхождения сингулярных терминов. Рассмотрим следующий пример, исходя из системы ИПЛ.

(1) Филипп думает о Тегусигальпе. Данное предложение можно записать как: (думает (Филипп)) [Тегусигальпа]. Или формально: $(B(a)[b]$, где ‘ a ’ есть обозначение экстенсионального вхождения и ($a = \text{Филипп}$), а ‘ b ’ – обозначение интенсионального вхождения и ($b = \text{Тегусигальпа}$).

Далее рассмотрим тождество:

(2) Тегусигальпа = Столица Гондураса (или: $(b = c)$).

В результате подстановки на основе тождества мы получаем:

(3) Филипп думает о столице Гондураса. Что недоказуемо в ИПЛ. При анализе интенсиональных контекстов необходимо учитывать те случаи, когда сингулярный терм входит интенсионально или находится в сфере действия интенсионального оператора.

Литература

- [1] Смирнова Е. Д. *Логика и философия*. М.: Росспен, 1996.

- [2] Carnap R. *Meaning and Synonymy in Natural Language* // The Hague: Mouton Publishers, 1974.

Модель социального влияния для эпистемических агентов

Долгоруков В. В. (Москва)

Доклад будет посвящен описанию модели социального влияния для эпистемических агентов. Наша задача состоит в том, чтобы продемонстрировать возможность расширения стандартной версии доксатической и эпистемической логики (в правдоподобной версии) за счет модели социального влияния М. Дегроота (см.: [1]). Мы рассмотрим статическую и динамическую версию модели социального влияния.

Пусть $Infl : \mathcal{L}^{Pl} \times \mathcal{A} \mapsto \Delta(\mathcal{A})$ – функция социального влияния, где \mathcal{L}^{Pl} – множество всех правильно построенных формул статического фрагмента доксатической и эпистемической логики, $\Delta(\mathcal{A})$ – множество распределений вероятностей над множеством агентов \mathcal{A} . Выражение ' $Infl(\varphi, i, j) = n$ ' читается следующим образом: «относительно φ мнение i -го агента зависит от мнения j -го агента в степени n », здесь $\varphi \in \mathcal{L}^{Pl}, i, j \in \mathcal{A}, n \in [0, 1]$.

Рассмотрим пример функции социального влияния (см.: Таблица 1). Как видно из этого примера: относительно утверждения φ мнение a не

$Infl(\varphi, i, j)$	a	b	c	d
a	1	0	0	0
b	$1/4$	$1/4$	$1/4$	$1/4$
c	0	1	0	0
d	0	$1/2$	0	$1/2$

Таблица 1. Функция социального влияния

зависит от мнения других агентов (a можно назвать «независимым» агентом); мнение b зависит в равной степени от мнения все остальных (такого агента можно назвать «демократическим конформистом»); мнение c зависит только от b (c можно назвать «фанатическим» агентом); мнение d в равной степени зависит от его собственного мнения и мнения b (такого агента можно назвать «локальным конформистом»). Конечно границы между этими типами не являются строгими, можно выделить и множество других типов взаимного влияния агентов друг на друга.

Опишем язык и семантику статической версии модели социального влияния для эпистемических агентов. Язык статической модели социального влияния определяется следующей грамматикой: $\varphi_0 ::= \varphi_o \in \mathcal{L}^{Pl}; \varphi_1 ::= \varphi_o | SB_i\varphi_o | \neg\varphi_1 | \varphi_1 \wedge \psi_1$, где $i \in \mathcal{A}$.

Пусть $\mathcal{A}_a^w(\varphi) := \{i \in \mathcal{A} \mid \mathcal{M}, w \models B_a B_i \varphi\}$ обозначает множество агентов, которые, с точки зрения a , считают, что φ (в модели \mathcal{M} в мире w),

а $\mathcal{A}_a^w(?\varphi) := \{i \in \mathcal{A} \mid \mathcal{M}, w \models B_a(\neg B_i \varphi \wedge \neg B_i \neg \varphi)\}$ обозначает множество агентов, которые, с точки зрения a , не имеют мнения относительно φ (в модели \mathcal{M} в мире w).

Введем оператор $SB_i \varphi$, обозначающий, что « i -й агент социально убежден, что φ » (то есть, с точки зрения i , коллективное мнение предполагает, что φ имеет место). Известно множество механизмов агрегации коллективного мнения, остановимся на одном из самых простых. Для того, чтобы описать семантику оператора $SB_i \varphi$, нужно добавить к стандартной доксатической и эпистемической модели функцию социального влияния (будем обозначать такую модель \mathcal{M}^I) и расширить стандартные условия истинности следующим дополнительным условием: $\mathcal{M}^I, w \models SB_a \varphi$ е.т.е.

- 1) $\sum_{i \in \mathcal{A}_a^w(\varphi)} Infl(\varphi, a, i) > \sum_{i \in \mathcal{A}_a^w(\neg \varphi)} Infl(\varphi, a, i)$ и
- 2) $\sum_{i \in \mathcal{A}_a^w(\varphi) \cup \mathcal{A}_a^w(\neg \varphi)} Infl(\varphi, a, i) > \sum_{i \in \mathcal{A}_a^w(? \varphi)} Infl(\varphi, a, i).$

Рассмотрим динамический вариант модели социального влияния эпистемических агентов. Язык динамической модели социального влияния \mathcal{L}_D^{Pl} порождается следующей грамматикой: $\varphi ::= p \mid \neg \varphi \mid \varphi \wedge \psi \mid K_i \varphi \mid B_i \varphi \mid [\mathcal{I}, \circ \varphi] \psi$, где $p \in Var$, $i \in \mathcal{A}$, \mathcal{I} – модель социального влияния (описывающая функцию $Infl$ для множества \mathcal{A}), $\circ \in \{\uparrow_i^n, \uparrow_i^n, \uparrow_i^c, \uparrow_i^c\}$. Динамические операторы социального влияния читаются следующим образом: $[\uparrow_i^n \varphi] \psi$ – «после консервативного обновления для наивного агента i относительно φ имеет место ψ », $[\uparrow_i^n \varphi] \psi$ – «после радикального обновления для наивного агента i относительно φ имеет место ψ », $[\uparrow_i^c \varphi] \psi$ – «после консервативного обновления для осторожного агента i относительно φ имеет место ψ », $[\uparrow_i^c \varphi] \psi$ – «после радикального обновления для осторожного агента i относительно φ имеет место ψ ». «Наивные» агенты всегда меняют свое мнение под социальным влиянием, а «осторожные» агенты принимают социальное мнение, только если у них самих нет мнения по этому вопросу (и в том, и в другом случае необходимо отсутствие конфликта с точной информацией агента). Если ограничить стандартные определения радикального и консервативного обновления изменением информации только для произвольного агента a (обозначим результат такого обновления как $\mathcal{M}^{\circ \varphi}$), то можно определить динамические операторы социального влияния следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}, w \models [\uparrow_a^n \varphi] \psi \text{ е.т.е. } \mathcal{M}^I, w \models \hat{K}_a \varphi \wedge SB_a \varphi \Rightarrow \mathcal{M}^{\uparrow_a \varphi}, w \models \psi \\ \mathcal{M}, w \models [\uparrow_a^n \varphi] \psi \text{ е.т.е. } \mathcal{M}^I, w \models \hat{K}_a \varphi \wedge SB_a \varphi \Rightarrow \mathcal{M}^{\uparrow_a \varphi}, w \models \psi \\ \mathcal{M}, w \models [\uparrow_a^c \varphi] \psi \text{ е.т.е. } \mathcal{M}^I, w \models \neg(B_a \varphi \vee B_a \neg \varphi) \wedge SB_a \varphi \Rightarrow \mathcal{M}^{\uparrow_a \varphi}, w \models \psi \\ \mathcal{M}, w \models [\uparrow_a^c \varphi] \psi \text{ е.т.е. } \mathcal{M}^I, w \models \neg(B_a \varphi \vee B_a \neg \varphi) \wedge SB_a \varphi \Rightarrow \mathcal{M}^{\uparrow_a \varphi}, w \models \psi \end{aligned}$$

Литература

- [1] Degroot M. *Reaching a Consensus*. // Journal of the American Statistical Association. Vol. 69, №345, P. 118–121, 1974.

Статья подготовлена в результате проведения исследования (№ 17-05-0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета „Высшая школа экономики“ (НИУ ВШЭ)» в 2017 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

Логическая норма как артефакт

Драгалина-Черная Е. Г. (Москва)

Трактовка логики как нормативной теории правильных рассуждений остается мейнстримом среди современных подходов к демаркации ее дисциплинарных границ. Если, однако, правила вывода полагаются конститутивными для рационального рассуждения, обоснование логической корректности рассуждения путем апелляции к этим правилам ведет к порочному кругу, исключая саму возможность логических ошибок. Так, согласно И. Канту, общая логика исследует абсолютно необходимые, то есть доказательные правила рассуждения, являясь наукой о «правилах рассудка вообще». Необходимый характер правил общей логики влечет ее формальность, поскольку такие правила могут относиться лишь к форме, а не к материи. Трактуя форму не как объект, а как условие возможности познания, Кант придает правилам общей логики конститутивный характер: рассудок, способный a priori антиципировать форму возможного опыта вообще, «сам по себе не может заблуждаться». Хотя в «формальном смысле» логические ошибки являлись бы невозможным в принципе мышлением, противоречащим своим собственным законам, такая невозможность сделала бы избыточной нормирующую функцию логики. Нормативность логики как «критики познания» связывается в кантовской аналитике способностей с дилеммой чувственности и рассудка. К заблуждению может привести лишь «незаметное влияние чувственности на рассудок», на правильное, то есть «согласное с самим собой» его применение. По Канту, «сам по себе» рассудок не ошибается, а конститутивные для рассудка правила логики не нуждаются в трансцендентальной проблематизации и обосновании.

Действительно, попытка обосновать применение правила вывода с помощью некоего метаправила потребовала бы добавления мета-метаправила, в силу которого будет считаться корректным применение метаправила (ср. парадокс «следованию правилу» и предложенную Л. Кэрроллом версию парадокса Ахиллеса и черепахи). Бесконечный регресс обоснований могла бы остановить принадлежащая Г. Фреге трактовка логики как науки о «наиболее общих законах бытия истины», однозначным образом предписывающих правила «полагания истинным». Однако, придавая логике нормативную функцию «признанного арбитра в конфликте мнений», Фреге квалифицирует рассуждения «логических чужаков», чьи законы мышления могли бы предположительно отличаться от наших, не как ошибку,

а как «неизвестную до настоящего времени разновидность безумия». Если «логические чужаки» в принципе не могут вступить в рациональную полемику, неясно, каким образом логика реализует в отношении их рассуждений свой нормативный потенциал третейского судьи.

Разрешению некоторых классических парадоксов нормативного истолкования логики может способствовать, на мой взгляд, переключение внимания с конститутивной сущности логической нормы на ее дизайн. Реальные рассуждающие агенты обладают ограниченными ресурсами и действуют в институциональной реальности распределенных деонтических полномочий. Дизайн логической нормы как артефакта институциональной реальности представляет собой род инженерной деятельности, использующей подручный ассортимент инструментов и ориентированной на конкретные цели. Дизайнер логической нормы проектирует ее функции, позволяющие достигать заданной цели на основе доступных ресурсов. Наделяя дизайнера логической нормы конститутивными деонтическими полномочиями и гипостазируя его интенции в качестве сущности нормы, объективистская установка исключает коррекцию и ревизию нормы.

Статья подготовлена в результате проведения исследования (№ 17-05-0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (НИУ ВШЭ)» в 2017 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

Semilattice Logics for Knowledge Representation

Zaitsev D. V. (Moscow)

When a knowledge representation is concerned, one among the major problems is how to represent incomplete and contradictory data. It was N. Belnap's four-valued approach that proved to be particularly fruitful and efficient in many relevant areas and resulted in a famous 'useful four-valued logic'. A consequence relation in this logic is truth-preserving, that is when the premises are at least true (take the values **T** or **B**), then so is the conclusion. Ever since this logic came into use, the issue remained open, what kind of logic can be obtained by strengthening truth-preserving requirement for a consequence relation to truth-and-non-falsity ('only T'-preserving). Such a new logic was considered in 2013 by Pietz and Rivieccio in [1]. They labelled this new logic as Exactly True Logic (**ETL**) and offered its axiomatization by the Hilbert-style calculus.

In my talk, I (i) present **ETL** as a semilattice logic and (ii) offer its counterpart – a logic whose consequence relation can be defined semantically via non-falsity preservation.

As a starting point of an algebraic framework for these logics consider an abstract (positive) semilattice $\langle S, \oplus \rangle$, where \oplus is an associative, commutative,

idempotent binary operation. Proceeding further, add a complementation operation with corresponding conditions of 'double negation' and 'second bound simulation': $-a \oplus -(b \oplus a) = -a$. If \oplus is a meet, the latter conditions guarantees upper bound property for its dual; and if \oplus is a join, this conditions implements lower bound property for the second operation. Adding distributivity allows to obtain a complemented distributive semilattice.

If we associate consequence relation with strict ordering $a \leq_1 b$ defined as $a \oplus b = a$ and extend in a natural way a mapping v from the set of propositional variables into S to an arbitrary formula, we arrive at the relatively weak algebraic logic. This logic lacks the principle corresponding to disjunction elimination rule and needs to be strengthen. And there is an extra condition of 'magic resolution': $-b \oplus -a \oplus -(-b \oplus -a) = -a \oplus -(-b \oplus -a)$ that does the job.

In the case of meet semilattice logic magic resolution can be rewritten as $-b \oplus -a \oplus (b \otimes a) = -a \oplus (b \otimes a)$ that means $-a \oplus (b \otimes a) \leq_1 b$. Direct consequence analogue of this algebraic condition is famous Disjunctive Syllogism (DS): $\sim A \wedge (A \vee B) \vdash_1 B$. When one deals with joint semilattice logic the same magic resolution turns into $b \leq_2 -a \oplus (b \otimes a)$. The latter is yet unnamed deductive principle labelled here as Dual Disjunctive Syllogism (DDS): $A \vdash_2 B \vee (\sim B \wedge A)$.

The author is supported by the Russian Foundation for Humanities, project № a 16-03-00749.

Bibliography

- [1] Pietz A., Rivieccio U. *Nothing but the Truth*. Journal of Philosophical Logic, 42(1), P. 125–135. 2013.

Методы формализации и основные области приложения квазиматричной (квазифункциональной) модальной логики

Ивлев Ю. В. (Москва)

Quasi-matrix (quasi-functional, non-deterministic) logic has been applied to the fields beyond logic (theory of argumentation, construction of new kinds of automata, etc) and in the other parts of logic as well. These fields are logic of norms, logic of propositional attitudes, etc.

Первая система квазиматричной (квазифункциональной) логики была построена мною в конце шестидесятых годов прошлого века. Представлена в моей кандидатской диссертации «Логика норм», опубликована в 1973 году [1]. В ней на основе значений «истина» и «ложь» определяются связки классической логики высказываний обычным образом, а также модальные термины: если высказывание « A » истинно, то высказывание «необходимо A » то ли истинно, то ли ложно; если « A » ложно, то высказывание «необходимо A » тоже ложно. Тогда высказывание «необходимо A » имплицирует A »

оказывается истинным при любых наборах значений входящих в него переменных. Рассуждая аналогичным образом, устанавливается, что высказывание « A имплицирует возможно A » тоже является общезначимым. Построена логическая система, являющаяся расширением классической логики высказываний за счет добавления к языку знаков необходимости и возможности, а также схем аксиом «необходимо A имплицирует A » и « A имплицирует возможно A ». Выделенное значение – «истина». Она названа минимальной модальной логикой. Позже я узнал, что аналогичные определения модельных терминов сделаны Решером. Однако построенная им система не является квазиматричной (квазифункциональной), поскольку выделенные значения в ней – «истина» и «то ли истина, то ли ложь». В логике Решера доказуемы выполнимые формулы.

Позже я построил другие квазиматричные (квазифункциональные) логики (см., например, [2]). Логические системы строились семантическим методом, поэтому возникала проблема их формализации и сравнительного анализа. Поскольку частными случаями квазиматричной логики являются логики матричные, то формализация начиналась с этих логик. Подбирались некоторое исходное множество аксиом. Затем проводилось доказательство метатеоремы о семантической полноте исчисления методом, который является обобщением известного метода Кальмара. Обобщение осуществил я в начале 70-х годов, но оно является почти очевидным, поэтому маловероятно, что я сделал это первым. В ходе доказательства добавлялись новые аксиомы, являющиеся общезначимыми, а затем проводилась минимизация множества аксиом.

Доказательство семантической полноты исчислений собственно квазиматричной логики (не матричной) проводилась методом, который является обобщением метода Хенкина. Обобщение тоже сделано мною. Его особенность заключается в следующем. В общем случае набору значений переменных соответствует не одно множество формул, а несколько (альтернативных) множеств. Множество формул, совместимых с исчислением, расширяется до альтернативных максимальных совместимых с исчислением множеств формул. Доказывается, что произвольное альтернативно множество выполнимо. В [3] сформулирована проблема 17 – обобщить метод Кальмара для (собственно) квазиматричных логик. Разработка этого метода необходима для возможности технических приложений квазиматричной логики. Долгое время эту проблему не удавалось решить. В последние годы проблема решена мною для основных частных случаев.

Квазиматричная логика находит применение как в области логики, так и вне логики. Приложения в области логики: алетическая модальная логика; деонтическая логика – построены трехзначная (Ивлев Ю. В.), пятизначная (Кузнецов А. М.), шестизначная (Аркадскова П. Э.); логика пропозициональных установок; логика квантовой механики; и др. Возможные приложения вне области логики: теория аргументации; абстрактные и реальные автоматы; электронно-вычислительная техника; и др.

В последние годы возрос интерес к квазиматричной логике (см., например, [4]).

Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ в рамках научного проекта № 15-03-372.

Литература

- [1] Ивлев Ю. В. *Табличное построение пропозициональной модальной логики* // Вестник Моск. Ун-та. Сер. VIII. Философия. 1973. № 6. С. 51–61.
- [2] Ивлев Ю. В. *Содержательная семантика модальной логики*. М.: Изд-во Моск. ун-та. 1985. 170 с.
- [3] Ивлев Ю. В. *Ивлев Ю. В. Модальная логика*. М.: Изд-во Моск. ун-та. 1991. 224 с.
- [4] Coniglio M. E., del Cerro L. F., Peron N. M. *Finite non-deterministic semantics for some modal systems* // Journal of Applied Non-Classical Logic. 2015. V. 25, № 1, P. 20–45.

Силлогистика, двойственная по истинностным значениям силлогистике Б. Больцано

Ильин А. А. (Москва)

Предлагается аксиоматизация негативной силлогистики, двойственной по истинностным значениям силлогистике Б. Больцано.

Сама силлогистика Б. Больцано строится на основе предложенной им интерпретации категорических высказываний, согласно которой истинные категорические высказывания всех типов (не только частные, но и общие) должны содержать непустой субъект. Таким образом, высказывания с пустым субъектом оцениваются как ложные. Кроме того, для каждого типа высказываний выполняются соответствующие требования лейбницевской трактовки.

Указанное понимание смыслов категорических высказываний выражается в языке логики предикатов следующим образом:

$$\begin{aligned} SaP &\rightarrow \forall x(Sx \supset Px) \& \exists xSx \\ SiP &\rightarrow \exists x(Sx \& Px) \\ SeP &\rightarrow \forall x(Sx \supset \neg Px) \& \exists xSx \\ SoP &\rightarrow \exists x(Sx \& \neg Px) \end{aligned}$$

В силлогистике Б. Больцано не "проходят" модусы АЕЕ и АЕО IV-ой фигуры, обращение для общеотрицательных высказываний, некоторые умозаключения по логическому квадрату (рассуждения в силу подпротивоположности, а также по диагоналям квадрата – при переходе к частным высказываниям от отрицания общих), а также закон тождества как в общей, так и в частной формулировках (SaS, SiS).

Построенная нами в [2] система негативной силлогистики (НБС) аксиоматизирует силлогистическую теорию, законами которой являются формулы, Больцановские переводы которых доказуемы в исчислении предикатов. Доказана погружаемость указанной системы в исчисление предикатов.

В предлагаемой в настоящей работе силлогистике, двойственной по истинностным значениям силлогистике Б. Больцано, наоборот, в отличие от последней все высказывания с пустым субъектом будут оцениваться как истинные.

В данной силлогистике не "проходят" все модусы III-й фигуры, модусы IV-ой фигуры кроме АЕЕ и АЕО, обращения для всех типов высказываний кроме общеотрицательных, некоторые умозаключения по логическому квадрату (рассуждения в силу противоположности, а также по диагоналям квадрата – при переходе от общих высказываний к отрицанию частных).

Такая трактовка категорических высказываний выражается в языке логики предикатов следующим образом:

$$\begin{aligned} SaP &\rightarrow \forall x(Sx \supset Px) \\ SiP &\rightarrow \exists x(Sx \& Px) \vee \neg \exists x Sx \\ SeP &\rightarrow \forall x(Sx \supset \neg Px) \\ SoP &\rightarrow \exists x(Sx \& \neg Px) \vee \neg \exists x Sx \end{aligned}$$

Силлогистическая теория, законами которой являются формулы, переводы которых при указанной трактовке категорических высказываний доказуемы в исчислении предикатов, аксиоматизируется посредством системы ДБС.

В язык ДБС входят нелогические термины единственного типа – параметры для простых неотрицательных терминов, силлогистические константы a, i, e, o , пропозициональные связки $\&, \vee, \neg, \supset, \equiv$, знак терминного отрицания ' и скобки. Определения терма и формулы стандартные.

Схемами аксиом ДБС являются:

Д0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.

Д1. $(MaP \& SaM) \supset SaP$

Д2. $SeP \supset PeS$

Д3. SaS

Д4. $SaP \supset SiP$

Д5. $SeP \equiv (\neg SiP \vee SeS)$

Д6. $SoP \equiv (\neg SaP \vee SeS)$

Д7. $SaP \equiv SeP'$

Д8. $SeP \equiv SeP''$

R1. modus ponens

На основе доказательства погружаемости предложенной системы ДБС в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС), для которой погружаемость в исчисление предикатов доказана [1], показана погружаемость построенной системы в исчисление предикатов.

Литература

- [1] Ильин А. А. *Негативная фундаментальная силлогистика* // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН. Вып. 15, М., 2000.
- [2] Ильин А. А. *Силлогистика Б. Больцано* // Аспекты, Москва, 2003.
- [3] Маркин В. И. *Обобщенная позитивная силлогистика* // Логические исследования. Вып. 6, М., РОССПЭН, 1999.
- [4] Маркин В. И. *Силлогистические теории в современной логике*. МГУ, 1991.
- [5] Смирнов В. А. *Логические методы анализа научного знания*. Москва, 1987.
- [6] Фёдоров Б. И. *Логика Бернарда Больцано*. ЛГУ, 1980.

Логические константы и проблема демаркации логики

Кириллович А. В. (Казань)

We have surveyed three criteria for demarcation logical constants and extra-logical terms: syncategorematic, grammatical and Tarski's. The last criterion has been reconstructed for FOL.

Логика – формальная наука: логическая истинность утверждения и валидность аргумента определяется не на основе содержания, а на основе их логической формы. Понятие логической формы, в свою очередь, определяется на основе разделения терминов языка на логические константы и нелогические термины. Логические константы обозначают понятия логики: *и*, *не*, *существует* и т.д. Нелогические термины обозначают все остальные понятия: *человек*, *любит*, *Сократ* и т.д. В связи с этим, один из центральных вопросов философии логики – вопрос о границе между нелогическими терминами и логическими константами. Ответ на этот вопрос, в конечном итоге, определяет границы самой логики.

Доклад посвящен критерию разграничения логических констант. Он построен следующим образом: сначала идет краткий обзор исторических критериев и показывается их несостоятельность [1, 2]; затем дается описание критерия Тарского [3] и его реконструкция для логики первого порядка.

Критерий синкатегорематических терминов: логические константы – синкатегорематические термины. Подход применим в традиционной Аристотелевской логике. В ней утверждение представляет собой связь между двумя терминами – субъектом и предикатом. Термины, служащие для обозначения субъекта и предиката, называются категорематексими. Термины, выражающие отношение между ними, называются синкатегорематическими. Например, в утверждении «Все кошки суть животные», термин *кошка* и *животное* являются категорематическими, а *все* и *суть* – синкатегорематическими. Критерий не применим в современной кванторно-предикатной логике.

Грамматический критерий: логические константы – это грамматические частицы, т.е. выражения, с помощью которых составные предложения образуются из атомарных. Критерий применим в логике первого порядка, но не может считаться универсальным, т.к. логика первого порядка была специально спроектирована, чтобы соответствовать этому критерию.

Критерий Тарского. Критерий основан на идее, что логика – это максимально общая наука, которая изучает понятия, не привязанные ни к какой предметной области. Критерий является обобщением Эрлангенской программы Ф. Клейна, который предложил классифицировать различные геометрии (евклидову, аффинную, топологию) на основе группы преобразований, относительно которых инвариантны понятия, изучаемые в данной геометрии. Понятие является инвариантным относительно некоторого преобразования, если в результате применения этого преобразования к любому элементу, входящему в экстенсионал данного понятия, получится элемент, также входящий в экстенсионал данного понятия. Чем более широкой является группа преобразований, тем более общие понятия изучает соответствующая геометрия. Тарский предложил, что логика изучает понятия, инвариантные относительно самой широкой группы преобразований – группы перестановок.

Рассмотрим работу этого критерия на примере двух терминов: связки *and* и предикатного символа *border*. Пусть $D = \{Mexico, US, Canada\}$. Пусть p – такая перестановка, что: $p(Mexico) = Canada$, $p(US) = Mexico$, $p(Canada) = US$. Рассмотрим *border*. Его экстенсионал – множество пар граничащих друг с другом стран. Возьмем произвольную пару из экстенсионала: $\langle Mexico, US \rangle$. Применим к ней перестановку, получим $\langle p(Mexico), p(US) \rangle = \langle Canada, Mexico \rangle$. Данная пара не принадлежит экстенсионалу *border*, поэтому *border* не является логической константой. Рассмотрим теперь связку *and*. Пусть экстенсионал формулы φ – множество оценок, на которых эта формула выполнима в заданной интерпретации. Пусть экстенсионал связки *and* – это функция, ставящая в соответствие экстенсионалам формул φ_1 и φ_2 экстенсионал формулы $\varphi_1 \wedge \varphi_2$. Функцию, в свою очередь, представим как множество троек. Возьмем произвольную тройку из экстенсионала *and*: $\langle \{(US, Canada), (Canada, Mexico)\}, \{(US, Mexico), (Canada, Mexico)\}, \{(Canada, Mexico)\} \rangle$. Применим перестановку, получим тройку, которая также относится к экстенсионалу *and*: $\langle \{(Mexico, US), (US, Canada)\}, \{(Mexico, Canada), (US, Canada)\}, \{(US, Canada)\} \rangle$. Аналогичный результат будет получен при любой другой перестановке, поэтому связка *and* – логическая константа.

Критерий применим к классической логике первого порядка, но плохо применим в интенсиональных логиках. Так, например, в модальной логике S4 оператор *возможно* будет классифицирован как нелогический термин, а не как логическая константа.

Заключение. Граница логики первого порядка определяется с помощью критерия Тарского. Универсального критерия демаркации, применимого ко всем логическим системам, не существует. Граница между логикой и не логикой не является строго определенной.

Работа выполнена за счет субсидии, выделенной КФУ для выполнения госзадания в сфере науч. деятельности, проект 1.2368.2017/ПЧ.

Литература

- [1] MacFarlane J. *What Does it Mean to Say that Logic is Formal?* PhD dissertation. Pittsburgh University, 2000.
- [2] MacFarlane J. *Logical Constants* // Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2015.
- [3] Tarski A. *What are Logical Notions?* // History and Philosophy of Logic. 1986. Vol. 7, № 2. pp. 143–154.

К интерпретации оператора «*soll sein*» в Deontik Эрнста Малли

Кислов А. Г. (Екатеринбург)

We will consider the possibility of interpreting the deontic aspects of E. Malli's calculus using propositional dynamic logic. The operator “should be”, which expresses the desire of the abstract agent of will (action) to the state of affairs, will be interpreted as “pragmatically obligatory in the strict sense”.

С одной стороны, обращение непосредственно к тексту «*Grundgesetze des Sollens. Elemente der Logik des Willens*» [1], в котором Э. Малли представил в 1926 г. Deontik – первое исчисление деонтической логики, позволяет пересмотреть еще недавно распространенное мнение о нем как о «наивном применении двузначного исчисления высказываний к нормативным предложением» (O. Weinberger). С другой стороны, подробный анализ логико-деонтического формализма Э. Малли позволяет увидеть его серьезные недостатки [5]. Известны некоторые современные логико-семантические реконструкции Deontik (G.-J. Lokhorst), мы предлагаем рассмотреть возможность интерпретации деонтических аспектов исчисления Малли средствами пропозициональной динамической логики [2].

Проблемной остается интерпретация оператора воления A , читаемого в Deontik как «*A soll sein*» и выражавшего стремление абстрактного агента воли (действий) к положению дел A . Этот оператор не стоит отождествлять со стандартной деонтической модальностью «обязательно, что A », аналогичной алетической в духе «старого модализма», он, скорее, обладает чертами агентного выбора в stit-логиках или понятия тактики в деонтико-логических идеях А. С. Есенина-Вольпина (см. [5]). Телеономическая трактовка оператора воления у Малли позволяет обратиться к рассматриваемому нами ранее [4] оператору «прагматически обязательно в

строгом смысле»:

$$O_{pr}^+ (\alpha) =_{Df} [\alpha] \mu,$$

т. е. *прагматически обязательно в строгом смысле* выполнять действие α тогда и только тогда, когда выполнение этого действия с необходимостью приводит к желательному положению дел. Введенная С. Кангером пропозициональная константа «позитивная санкция» (желательное положение дел) – μ соответствует безусловному обязательному положению дел в Deontik.

Но, поскольку, оператор воления относится не к действиям, а к положениям дел, то естественно ограничиться в динамической логике действиями-тестами, т. е. проверками высказываний на соответствие положениям дел [3]:

$$V(A?) = \{(s, s) \mid M, s \models A\},$$

с соответствующей аксиомой (Test):

$$[A?] B \leftrightarrow (A \rightarrow B).$$

Теперь

$$!A =_{Df} [A?] \mu,$$

т. е. аксиома Deontik:

$$(A \rightarrow !B) \leftrightarrow (!A \rightarrow B)$$

будет трактоваться в пропозициональной динамической логике следующим образом:

$$(A \rightarrow [B?] \mu) \leftrightarrow [(A \rightarrow B)?] \mu.$$

Она, в силу (Test), не генерирует тавтологию пропозициональной логики и претендует на выражение деонтического содержания: « A имплицирует деонтически предпочитаемое положение дел B если, и только если импликация из A в B – деонтически предпочитаемое положение дел». Уточнение такого содержания предполагает обсуждение невзаимоисключающих вопросов: деонтический статус безусловно обязательных положений дел, характер используемых импликаций, «ослабление» интерпретации оператора воления до нестрогого варианта «прагматически обязательно», интерпретация оператора воления в нередукционной (без пропозициональной константы) деонтической семантике.

Литература

- [1] Mally E. *Logische Schriften. Großes logikfragment Grundgesetze des Sollens.* Dordrecht, pp. 227–324, 1971.
- [2] Meyer J.-J. Ch. *A Different Approach to Deontic Logic: Deontic Logic Viewed as a Variant of Dynamic Logic* // Notre Dame Journal of Formal Logic, Vol. 29, № 1, pp. 109–136, 1988.
- [3] Гольдблatt Р. *Логика времени и вычислимости*. М: ОИЛКРЛ, 1992.

- [4] Кислов А. Г. *Динамический подход к деонтической логике: семантика нормативных операторов* // Научный ежегодник Института философии и права Уральского отделения Российской академии наук. Т. 13. № 3. С. 20–35, 2013.
- [5] Лисанюк Е. Г. *Эрнст Малли и его «Деонтика»* // Известия Уральского федерального университета. № 4 (109). Сер. 3 : Общественные науки. С. 31–44, 2012.

Адаптация диаграммного метода Льюиса Кэрролла применительно к другим силлогистическим теориям

Коэнокару Н. И. (Москва)

The possibility of using Lewis Carroll's diagram method according to statements and conclusions of Fundamental syllogistic and syllogistic of Bolzano was shown. This is achieved by changing the principles of diagram representation of the information of the statements with semantics, which is different from Carroll's. Well-founded assumptions about possibility of the modification of Lewis Carroll's diagram method according to the traditional and aristotelian syllogistic systems were made. As far as traditional syllogistic system is concerned, It is suggested to accept an additional rule of correction of the big diagram after representation of the joint information of the premises on it. Regarding aristotelian syllogistic system, the method of consideration of three alternative big diagrams instead of one on condition that the syllogism contains the O statement was suggested.

Оригинальный метод представления условий истинности категорических высказываний и проверки умозаключений из них был разработан Льюисом Кэрроллом в работе «Символическая логика». Кэрролл при этом создал, по существу, новую силлогистическую теорию, отличающуюся по классу форм корректных рассуждений от иных силлогистик – традиционной, аристотелевской, фундаментальной и т. д. В созданной им силлогистической теории Кэрролл использовал для проверки силлогизмов особого рода диаграммы, разбитые на сектора, на которые помещаются красные и черные фишечки, в соответствии с логической информацией посылок. Эти диаграммы позволяют эффективным образом и наглядно обосновать корректность или некорректность умозаключений в рамках его теории. Интересным является вопрос о возможности модификации диаграмм Кэрролла для других силлогистик.

Необходимо иметь в виду, что существует не одна, а множество силлогистических теорий. Все они отличаются друг от друга семантикой категорических высказываний и имеют различные классы законов. Поэтому естественно встает вопрос об адаптируемости того или иного диаграммного метода к различным системам силлогистики.

В рамках данного исследования продемонстрирована возможность применения диаграммного метода Кэрролла по отношению к суждениям и

умозаключениям фундаментальной силлогистики и силлогистики Больца-но. Это достигается изменением принципов выражения на диаграммах информации высказываний, имеющих отличную от кэрролловской семантику.

Выдвинуты обоснованные предположения о возможности модификации диаграммного метода Кэрролла применительно к традиционной и аристотелевской силлогистикам. В традиционной силлогистике предлагается принять дополнительное правило корректировки большой диаграммы после выражения на ней совместной информации посылок. В аристотелевской силлогистике предложен метод рассмотрения трех альтернативных больших диаграмм вместо одной при наличии в силлогизме частноотрицательного высказывания.

Литература

- [1] Бочаров В. А., Маркин В. И. *Силлогистические теории*. М.: Прогресс–Традиция, 2010.
- [2] Кэрролл Л. *Символическая логика* // Кэрролл Л. История с узелками. М.: Мир, 1973.

Ignorance without K (nowledge)

Kubyshkina E. (France)

The aim of the present work is to investigate the representation of such notions as knowledge and ignorance in a formal setting. In particular, we argue that these notions are not necessarily inter-definable. In order to defend this idea we provide the logical tools to characterize ignorance independently of knowledge.

Traditionally, the notion of knowledge is represented in epistemic logic by the K_a operator. The possible worlds semantics for this operator was provided by Hintikka [1]. In such a semantics the notion of ignorance is defined via the K_a operator: either as the negation of knowing ($\neg K_a \phi$), or, if we speak about ignorance of some true proposition, as $(\phi \wedge \neg K_a \phi)$. If ignorance is understood as not-knowing the truth value of a proposition, we say that ignorance is not-knowing neither this proposition, nor its negation: $\neg K_a \phi \wedge \neg K_a \neg \phi$.

An alternative characterisation of the notion of ignorance can be found in [2]. Van der Hoek and Lomuscio [2] introduce a *logic for ignorance* in which the I operator represents the ignorance of an agent. The logical system obtained (the system **Ig**) is sound and complete. According to the authors, ignorance is a mental state in which the agent is not sure about the truth value of the proposition considered. The I operator should be defined as $(\neg K_a \phi \wedge \neg K_a \neg \phi)$, if ignorance could be defined by the use of K_a . But if the direct formalization of ignorance via $(I\phi)$ is replaced with $(\neg K_a \phi \wedge \neg K_a \neg \phi)$, the system obtained is not complete. This result provides a formal basis to challenge the idea that ignorance should be defined in terms of knowledge. Indeed, by following an

idea of Williamson [6], we argue that ignorance is a primitive epistemic notion in the same manner as knowledge is.

Due to the definition of the I operator given by van der Hoek and Lomuscio, \mathbf{Ig} contains axioms that describe some non-trivial properties of ignorance. One of the two basic axioms ($I\phi \leftrightarrow I\neg\phi$) states that if the agent does not know neither ϕ , nor $\neg\phi$, ignorance of ϕ is equivalent (for the agent) to the ignorance of $\neg\phi$. But if we move our attention from the agent's point of view to an objective picture, this axiom becomes puzzling. Suppose that there is a referee, who knows if ϕ is true or false, and who knows that the agent is ignorant about the truth (or the falsity) of ϕ . From the point of view of such a referee, the fact that the agent ignores ϕ is not equivalent to the ignorance of $\neg\phi$. Thus, the validity of the axiom ($I\phi \leftrightarrow I\neg\phi$) may be questioned. The acceptance of this axiom allows to characterize ignorance only from the agent's subjective point of view. We refer to this characterization as the *subjective* one. If one wants to distinguish ignorance of truth from ignorance of falsity, the axiom ($I\phi \leftrightarrow I\neg\phi$) should be rejected. We call the characterization obtained by this rejection the *objective* one. The logic for ignorance given by van der Hoek and Lomuscio provides the subjective characterization of ignorance, but it lacks the objective one.

In order to provide an objective characterization of the notion of ignorance we need to distinguish ignorance of truth from ignorance of falsity. Having this aim we introduce a particular logic, we call *logic of a rational agent* (**RA+**)¹, that allows us to model such situation. **RA+** is a many-valued logic, that is constructed as a generalization of classical truth values $\{T, F\}$ applied to Kleene's idea of undefined values. Kleene [3] introduces a three-valued system in order to treat partial functions. In [4] he makes it explicit that the third value should be understood neither as "possible", nor "true and false", nor "neither true, nor false", but rather as "the absence of information". Every proposition is true or false, but there are propositions, the truth value of which we do not know. **RA+** is a four-valued logic where the valuations are intuitively understood as follows: "true and known to be true" ($T1$), "true, but the truth is ignored" ($T0$), "false and known to be false" ($F1$) and "false and the falsity is ignored" ($F0$). Thus, the fact of knowing or ignoring some statement is formalized at the level of valuations, without the use of the K_a or the I operators. On the basis of this semantics, a sound and complete system with two distinct truth-functional negations (an "ontological" and an "epistemic" one) is provided. These negations allow us to express the epistemic state of an agent at the syntactic level without modal operators. They also permit us to represent the ignorance of a true statement separately from the ignorance of a false one. The system **RA+** provides the objective characterization of ignorance we were looking for. Remarkably, the principles for ignorance that

¹A similar system *RA+* without implication and with a different type of entailment relation was introduced in [5].

we accept in this logic are not dependent on the knowledge principles and vice versa. Thus, ignorance and knowledge in this logic are not inter-definable.

In the last part of the paper, a conservative translation from the system **RA+** to **Ig** is presented. This translation permits to compare these two logics and clarify the basic principles about the notion of ignorance taken independently from knowledge.

Bibliography

- [1] Hintikka, J. *Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions*. Cornell: Cornell University Press, 1962.
- [2] van der Hoek, W., Lomuscio, A. *A Logic For Ignorance*. Electronic Notes in Theoretical Computer Science, Vol. 85, № 2, P. 97–108, 2004.
- [3] Kleene, S. C. *On a notation for ordinal numbers*. *Journal of Symbolic Logic*, P. 150–155, 1930.
- [4] Kleene, S. C. *Introduction to Metamathematics*. Van Nostrand, Amsterdam and Princeton, 1952.
- [5] Kubышкина, Е., Зайцев, Д. В. *Rational agency from a truth-functional perspective*. Logic and Logical Philosophy, Vol. 25, P. 499–520, 2016.
- [6] Williamson, T. *Knowledge and its Limits*. Oxford University Press, 2000.

A Non-Classical Epistemic Modal Logic and Blanché Hexagon

Lobovikov V. O. (Yekaterinburg)

Introduction of symbols of the artificial language

An axiomatic epistemology system Σ contains all formulae, axioms and inference-rules of the classical propositional logic. Symbols α and β (belonging to meta-language) stand for any formulae of Σ . Additional formulae are obtained by the following rule: if α is a formula of Σ then $\psi\alpha$ is a formula of Σ as well. The symbol ψ belonging to meta-language stands for any element of the set of modalities $\{\Box, \Diamond, K, A, E, F, T, P, Z, S\}$. Symbols \Box , \Diamond , respectively, stand for the alethic modalities “necessary”, “possible”. Symbols K , A , E , F , T , P , Z , S , respectively, stand for epistemic modalities “agent knows that...”, “agent a-priori knows that...”, “agent a-posteriori knows that...”, “person believes that...”, “it is true that...”, “it is provable that...”, “there is an algorithm (a machine could be constructed) for deciding that...”, “under some conditions in some space-and-time a person (immediately or by means of some tools) sensually perceives (has sensual verification) that...”. Meanings of the mentioned symbols are defined by the following schemes of own axioms of epistemology system Σ which axioms are added to the axioms of classical propositional logic.

Schemes of axioms

Axiom scheme 1: $A\alpha \leftrightarrow (K\alpha \wedge \Box\alpha \wedge \neg\Diamond S\alpha \wedge \Box(\alpha \leftrightarrow \Box\alpha) \wedge \Box(\alpha \leftrightarrow K\alpha) \wedge \Box(\alpha \leftrightarrow T\alpha) \wedge \Box(\alpha \leftrightarrow P\alpha) \wedge \Box(\alpha \leftrightarrow F\alpha) \wedge \Box(\alpha \leftrightarrow Z\alpha))$;

Axiom scheme 2: $E\alpha \leftrightarrow (K\alpha \wedge (\neg\Box\alpha \vee \Diamond S\alpha \vee \neg\Box(\alpha \leftrightarrow \Box\alpha) \vee \neg\Box(\alpha \leftrightarrow K\alpha) \vee \neg\Box(\alpha \leftrightarrow T\alpha) \vee \neg\Box(\alpha \leftrightarrow P\alpha) \vee \neg\Box(\alpha \leftrightarrow F\alpha) \vee \neg\Box(\alpha \leftrightarrow Z\alpha)))$;

Axiom scheme 3: $A\alpha \rightarrow (\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta))$;

Axiom scheme 4: $A\alpha \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \alpha)$.

Remark 1. According to the above axiom schemes, the system of logical interrelations among the modalities $K\alpha$, $A\alpha$, $E\alpha$, $\neg A\alpha$, $\neg E\alpha$, $\neg K\alpha$ is graphically modeled by Blanché hexagon. In this hexagon: the relation between $A\alpha$ and $E\alpha$ is the contrariety one; the relation between $\neg A\alpha$ and $\neg E\alpha$ is the sub-contrariety one; contradictoriness relation exists between elements of the couples: $\langle A\alpha, \neg A\alpha \rangle$; $\langle E\alpha, \neg E\alpha \rangle$; $\langle K\alpha, \neg K\alpha \rangle$.

Example 1. Let the name “classical epistemic modal logic” stand for any such and only such epistemic modal logic in which $(K\alpha \rightarrow \alpha)$ is a theorem. If this convention is accepted then the above-formulated axiomatic epistemology system Σ represents a non-classical epistemic modal logic as according to the axiom-scheme-2, if $E\alpha$, then it is possible that $\neg(K\alpha \rightarrow \alpha)$.

Силлогистика фактических объемов и логических содержаний понятий

Маркин В. И. (Москва)

Самой распространенной семантикой силлогистических систем является *экстенсиональная* семантика, в которой общим силлогистическим терминам в качестве значений сопоставляются множества объектов, т.е. объемы понятий, а силлогистические константы трактуются как знаки отношений между этими множествами, т.е. как знаки объемных отношений между понятиями. Например, в фундаментальной силлогистике константе a соответствует отношение включения объема субъекта в объем предиката, константе i – отношение объемной совместимости субъекта и предиката (непустота пересечения этих множеств).

Однако существует и иная, *интенсиональная* интерпретация силлогистики, идея которой восходит к Г. Лейбницу. Значениями общих терминов выступают при этом не объемы понятий, а их содержания, а силлогистические константы репрезентируют определенные отношения между понятиями по содержанию. Сам Лейбниц трактует содержание понятия традиционно – как некую совокупность признаков (положительных и отрицательных). Тогда высказывание вида SaP выражает утверждение о том, что содержание предиката P есть часть содержания субъекта S (т.е. каждый признак, входящий в содержание P , входит также и в содержание S). Высказывание вида SiP можно трактовать как утверждающее логическую

совместимость содержаний субъекта и предиката (т.е. отсутствие в S и P противоречащих признаков).

Интенсиональная семантика силлогистики может строиться и иначе. Так, В.И. Шалак [2] предложил приписывать в качестве значений общим терминам формулы языка логики высказываний, не содержащие иных связок, кроме \neg , \wedge и \vee . Условия значимости (истинности) атомарных силлогистических формул он определяет с использованием отношения классической выводимости. SaP значима, е.т.е. из пропозициональной формулы, являющейся значением субъекта S , выводима формула, приписанная предикату P . SiP значима, е.т.е. из пропозициональных формул, которые являются значениями S и P , не выводимо противоречие (иначе говоря, из формулы, сопоставленной S , не выводимо отрицание формулы, сопоставленной P). Например, если термину S приписана формула $q \wedge r$, а термину P формула $q \vee r$, то силлогистическая формула SaP значима, так как из первой формулы выводима вторая. Если же термину S приписана формула $q \vee r$, а термину P формула $\neg q \wedge \neg r$, то силлогистическая формула SiP не является значимой, поскольку из первой выводимо отрицание второй.

Сам В.И. Шалак называет свою интерпретацию силлогистики *синтаксической*, однако, ее можно считать *новой версией интенсиональной семантики для силлогистических систем*. Дело в том, что нет никакой разницы в приписывании общим терминам пропозициональных формул ($q \vee r$, $q \wedge r$, $\neg q \wedge \neg r$ и т.п.) и в приписывании им бескванторных формул одноместной логики предикатов с единственной свободной переменной x (например, $Q^1(x) \vee R^1(x)$, $Q^1(x) \wedge R^1(x)$, $\neg Q^1(x) \wedge \neg R^1(x)$). С тем же успехом, в качестве значения общему термину можно сопоставлять предикатную формулу $A(x)$, которая либо является атомарной и содержит единственную переменную x , либо представляет собой булеву комбинацию подобных атомарных формул. Но, согласно Е.К. Войшвилло, первопорядковая формула $A(x)$ как раз и фиксирует *содержание понятия $xA(x)$!*

В своем докладе на Московской международной конференции “Аристотелевское наследие как конституирующий элемент европейской рациональности” (17-19 октября 2016 г., Институт философии РАН) В.И. Шалак обратил внимание на некоторые парадоксальные факты, с которыми мы сталкиваемся при использовании интенсиональной семантики для оценки конкретных атрибутивных высказываний. Так, высказывание “Некоторые клоуны являются долларовыми миллиардерами” ложно, если использовать экстенсиональную семантику, ведь пересечение множеств клоунов и долларовых миллиардеров фактически пусто. Но содержания понятий о клоунах и о долларовых миллиардерах логически совместимы, в них нет противоречащих друг другу признаков. Поэтому, с точки зрения интенсиональной семантики, данное высказывание следует признать истинным.

Аналогичную ситуацию имеем и с высказываниями типа SaP . Приведем пример, который в своих лекциях часто использовал Е.К. Войшвилло. Высказывание “Все жвачные животные являются парнокопытными” в экс-

тенсиональной семантике истинно, т.к. объем понятия “жвачное животное” включается, по факту, в объем понятия “парнокопытное животное”. Однако содержание понятия “парнокопытное животное” не составляет часть содержания понятия “жвачное животное”, поэтому, с позиций интенсиональной семантики, это высказывание следует оценить как ложное.

В чем же причина данного парадокса? Дело в том, что в экстенсиональной семантике устанавливаются отношения между *фактическими* объемами понятий, а в интенсиональной – между их *логическими* содержаниями. А утверждения “фактический объем S включается в фактический объем P ” и “логическое содержание P есть часть логического содержания S ” неэквивалентны, из второго вытекает первое, но не наоборот. Закон обратного отношения действует лишь при условии, что речь идет либо о фактических объемах и фактических содержаниях, либо о логических объемах и логических содержаниях двух понятий. Аналогично, утверждения “пересечение фактических объемов S и P непусто” также неэквивалентно утверждению “логические содержания понятий S и P не содержат противоречащих признаков”, из первого вытекает второе, но не наоборот.

Таким образом, в экстенсиональной и в интенсиональной семантиках силлогистики с атомарными формулами связываются разные, неэквивалентные друг другу суждения. В первом случае *фактофиксрующие* суждения, а во втором, по существу, *модальные* суждения, основанные на понятиях аналитичности, логических необходимости и возможности.

В связи со сказанным, если мы хотим при оценке атрибутивных высказываний сочетать их экстенсиональную и интенсиональную трактовку, необходимо уже на уровне синтаксиса различить два их типа: высказывания, фиксирующие отношения между фактическими объемами понятий, и высказывания, фиксирующие отношения между их логическими содержаниями. Первым будет даваться экстенсиональная интерпретация, вторым – интенсиональная. Для записи *фактофиксирующих* высказываний будем использовать стандартные силлогистические константы a, e, i, o , а для интенсиональных – модализированные константы $a^\Box, e^\Box, i^\Diamond, o^\Diamond$.

Пусть функция δ сопоставляет каждому общему силлогистическому термину S некоторую формулу подъязыка первопорядковой логики, содержащего бесконечный список одноместных предикаторных констант, единственную предметную переменную x , пропозициональные связки \neg, \wedge и \vee . С неформальной точки зрения, δ связывает с S некоторое логическое содержание – конструкцию вида $A(x)$, не учитывающую фактических значений предикаторных символов в ее составе. Выбирается также предметный универсум D – произвольное непустое множество. На нем задается интерпретация φ предикаторных констант первопорядкового языка: $\varphi(Q^1) \subseteq D$. Тройка $\langle \delta, D, \varphi \rangle$ образует модель M .

Для того, чтобы установить фактические объемы общих силлогистических терминов в модели M , задается специальная функция Φ , сопоставляющая формулам указанного выше первопорядкового языка подмноже-

ства универсума \mathbf{D} : $\Phi(Q^1(x)) = \varphi(Q^1)$; $\Phi(\neg A) = \mathbf{D} \setminus \Phi(A)$; $\Phi(A \wedge B) = \Phi(A) \cap \Phi(B)$; $\Phi(A \vee B) = \Phi(A) \cup \Phi(B)$. Фактическим объемом общего силлогистического термина S в модели \mathcal{M} будет множество $\Phi(\delta(S))$.

Определяем условия истинности силлогистических формул в модели \mathcal{M} . Функция оценки, сопоставляющая каждой силлогистической формуле значение **1** или **0** в модели \mathcal{M} , задается для элементарных формул так:

1. $|Sa^\square P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\delta(S) \vdash \delta(P)$;
2. $|Se^\square P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\delta(S) \vdash \neg\delta(P)$;
3. $|Si^\diamond P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\delta(S) \not\vdash \neg\delta(P)$;
4. $|So^\diamond P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\delta(S) \not\vdash \delta(P)$;
5. $|SaP| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\Phi(\delta(S)) \subseteq \Phi(\delta(P))$;
6. $|SeP| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\Phi(\delta(S)) \cap \Phi(\delta(P)) = \emptyset$;
7. $|SiP| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\Phi(\delta(S)) \cap \Phi(\delta(P)) \neq \emptyset$;
8. $|SoP| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\Phi(\delta(S)) \setminus \Phi(\delta(P)) \neq \emptyset$.

Условия истинности сложных силлогистических формул стандартные.

Силлогистическая формула α общезначима, е.т.е. $|\alpha| = \mathbf{1}$ в любой модели \mathcal{M} указанного типа.

Логикой экстенсионально трактуемых силлогистических констант является известная система фундаментальной позитивной силлогистики **ФС** [1, с. 66]. Интенсионально трактуемые константы подчиняются той же логике. В принципе, варьируя условия истинности атомарных силлогистических формул, можно получить другие сочетания логик фактических объемов и логических содержаний.

К числу общезначимых относятся формулы $Sa^\square P \supset SaP$, $Se^\square P \supset SeP$, $SiP \supset Si^\diamond P$, $SoP \supset So^\diamond P$, которые фиксируют определенные взаимосвязи экстенсионально и интенсионально интерпретируемых силлогистических констант и правомерны, с содержательной точки зрения. Обратные импликации общезначимыми не являются. Требует решения проблема адекватной аксиоматизации класса формул, общезначимых в данной семантике.

Интересным представляется вопрос о возможности обобщения данного подхода для построения модальной силлогистики. Для этого необходимо ввести в язык силлогистические константы a^\diamond , e^\diamond , i^\square , o^\square и подобрать подходящие условия истинности для соответствующих элементарных формул.

Литература

- [1] Бочаров В. А., Маркин В. И. *Силлогистические теории*. М.: Прогресс-Традиция, 2010.
- [2] Шалак В. И. *Синтаксическая интерпретация категорических атрибутивных высказываний* // Логические исследования. 2015. Т. 21, № 1. С. 60–78.

Логическая и когнитивная модели семантических процедур

Микиртумов И. Б. (Санкт-Петербург)

Компьютерная метафора при моделировании мыслительных актов появилась как эвристика при изучении соответствующих процессов. Её привлекательность связана с двусторонней адаптацией: совершенствованию инструментов обработки языка (*natural language processing*) идёт навстречу приспособление презентации знания к таким инструментам. Это делает ещё более привлекательной вычислительную или процедурную трактовку значения вообще и смысла как его компонента, в частности. Но вычислительная метафора перестаёт быть метафорой при моделировании процесса установления денотата выражения. Интерпретация как реализация программы требует, во-первых, точного описания метода построения такой программы для данного выражения, во-вторых, описания способов её вычисления. Решение этой задачи может быть дано в терминах абстрактных алгоритмов или семантических программ. Инструменты для этого разработаны Яннисом Московакисом [1] и недавно применены Якубом Шиманеком [2] для эмпирического исследования процессинга, связанного с интерпретацией суперпозиций квантов.

Основная гипотеза состоит в наличии гомоморфизма между ментальными процессами, в той или иной форме их репрезентации, и композициональными или рекурсивными операциями, которые мы осуществляем при установлении значения. К этой гипотезе примыкает естественное предположение, согласно которому большая синтаксическая или семантическая сложность выражения должна влечь за собой большую сложность ментальных операций по его обработке, более масштабные затраты времени и ресурсов памяти. Это предположение, впрочем, получает экспериментальное подтверждение.

«Математическое» понимание композициональности вовлечено в формирование когнитивной модели. Для осуществления композициональной интерпретации или же для идентификации некомпозициональности мы должны уметь распознавать структуру сложного выражения, определять тип и функции термов, уметь пользоваться рекурсивными определениями, а также производить синтаксические замены, а также располагать достаточной семантической компетентностью для распознавания цикличности семантических процедур. Соотнесение единиц формального анализа с когнитивными способностями и навыками или же с ходом процессинга пока ещё основывается только на упомянутых гипотезах как на эвристиках, что придаёт принципу композициональности «двоесмысленный статус в качестве формально желаемого, с одной стороны, и как гипотезы процессинга, с другой» [3, 659].

Репрезентация дискурса требует обязательного использования временных, причинных и интенциональных параметров. При этом возникает

иерархический порядок событий и объектов, которые представлены в различной детализации, определяемой мотивами и целями коммуникации. Значение имеет динамический характер, и результаты интерпретации получают вероятностные оценки в зависимости от того, сбываются или нет когнитивные ожидания. Успех даёт нейтральную реакцию, неудача снижает степень определённости. Вследствие этого предиктивный вывод более сложен, нежели объясняющий, и задача по построению логической формы выражения требует значительно больше ресурсов, нежели задача по её интерпретации или уточнению.

Всё это не позволяет дифференцировать модель и субстрат процессинга, что делает логическую и когнитивную модели семантических процедур неразличимыми.

Доклад подготовлен в рамках проекта РГНФ 15-03-00321.

Литература

- [1] Moschovakis, Y. *A logical calculus of meaning and synonymy* // Linguistics and Philosophy. Vol. 29, 2006. P. 27–89.
- [2] Szymanik J. *Quantifiers and Cognition Logical and Computational Perspectives*. Berlin: Springer, 2016.
- [3] Baggio G., van Lambalgen M., Hagoort P. *The Processing Consequences of Compositionality*. // The Oxford Handbook of Compositionality. Eds.: Hinzen W., Machery E., Werning M. Oxford, New York: Oxford University Press, 2012. P. 655–674.

On some logics with modalised negations

Mruczek-Nasieniewska K., Nasieniewski M. (Poland)

In [1] J.-Y. Béziau formulated a logic named **Z**. It has been syntactically expressed by means of an axiomatic system **HZ** in the propositional language For with constants $\{\sim, \wedge, \vee, \rightarrow\}$. **HZ** can be formulated as follows:

Definition 1. Axioms of the *system HZ* are axioms of any pure-modus ponens axiomatic formulation of full positive classical logic and for any $A, B \in \text{For}$ the following formulas:

$$A \vee \sim A \tag{AZ1}$$

$$(A \wedge \sim B) \wedge \sim(A \wedge \sim B) \rightarrow (A \wedge \sim A) \tag{AZ2}$$

$$\sim(A \wedge B) \rightarrow (\sim A \vee \sim B) \tag{AZ3}$$

$$\sim \sim A \rightarrow A \tag{AZ4}$$

where rules of the system **HZ** are:

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B} \quad (\text{MP})$$

$$\frac{A \rightarrow B}{\sim(A \wedge \sim B)} \quad (\text{RZ})$$

Standardly one defines a notion of a thesis and consequence relation:

- Definition 2.** 1. A formula A is a thesis of **HZ** (in symbols $\vdash_{\mathbf{Z}} A$) iff there is a finite sequence of formulas B_1, \dots, B_n such that $B_n = A$ and B_i ($1 \leq i \leq n$) is an axiom of **HZ** or a result of application of a rule whose all premisses are among formulas B_1, \dots, B_m ($m < i$).
2. A formula A is deducible in **HZ** from a set T (notation $T \vdash_{\mathbf{Z}} a$ iff there are $n \geq 0$, $B_1, \dots, B_n \in T$ such that $\vdash_{\mathbf{Z}} B_1 \wedge \dots \wedge B_n \rightarrow A$.

As regards semantical notions we have:

- Definition 3.** 1. **Z-model** is a non-empty set \mathbf{C} of valuations such that: $\alpha \in \mathbf{C}$ iff classical conditions for $\wedge, \vee, \rightarrow$ hold, while for \sim we have:

$$\alpha(\sim A) = 0 \quad \text{iff} \quad \forall_{\beta \in \mathbf{C}} \beta(A) = 1. \quad (\sim f)$$

2. A formula A is *valid in Z-model* (called **Z**-cosmos) \mathbf{C} iff $\forall_{\alpha \in \mathbf{C}} \alpha(A) = 1$.
3. A formula A is **Z**-valid (notation $\models_{\mathbf{Z}} A$) iff it is valid in all **Z**-models.
4. A formula a is a consequence of a theory (set) T in a **Z**-model \mathbf{C} iff for any valuation v of \mathbf{C} if $v(b) = 1$, for all formulas b of T , then $v(a) = 1$.

Theorem 1 (Completeness, [1]). $T \vdash_{\mathbf{Z}} A$ iff $T \models_{\mathbf{Z}} A$.

In [1] we read:

the axiomatic system for **Z** is an axiomatization of S5 using as only primitive connectives, conjunction, disjunction, implication and the paraconsistent negation which corresponds to the classical negation of necessity of S5.

It appears that the above Béziau's observation can be generalized (it is done independently in [10] and [11]). A family of logics to which **Z** belongs is denoted in [11] by \mathcal{K} . In particular, in [10] and [11] it has been shown that there is a correspondence between normal modal logics and logics from the class \mathcal{K} .

A class \mathcal{K}

Definition 4 (Class \mathcal{K}). Let \mathcal{K} denotes a family of logics such that each of them contains positive classical logic in the language $\{\wedge, \vee, \rightarrow\}$, contains de Morgan law:

$$\sim(p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q) \quad (\text{dMi}_{\rightarrow})$$

the following version of *Ex falso quodlibet*:

$$\sim(p \rightarrow p) \rightarrow p \quad (\text{EFQ})$$

and closed under *modus ponens*, substitution and rule of contraposition:

$$\frac{\vdash A \rightarrow B}{\vdash \sim B \rightarrow \sim A} \quad (\text{CONTR})$$

Class \mathcal{K} – semantics

- Definition 5.** 1. A *frame* is an ordered pair $\langle W, R \rangle$, where W is a non-empty set and R is a binary relation (*accessibility relation*) on W .
 2. A *valuation* is any function $v : \text{Var} \rightarrow 2^W$.
 3. A *model* is any triple $\langle W, R, v \rangle$, where $\langle W, R \rangle$ is a frame and v — a valuation.

Definition 6. A formula A is *true* at a world $w \in W$ by a valuation v (notation: $w \models_v A$) iff

- if A is a variable, then
 $w \models_v A \iff w \in v(A)$.
- if A is of the form $\sim B$ for some $B \in \text{For}$, then
 $w \models_v \sim B \iff$ there is a world w' such that wRw' and it is not the case that $w' \models_v B$ (i.e. $w' \not\models_v B$).
- the cases of \wedge , \vee and \rightarrow are defined classically.

- Definition 7.** 1. A formula A is *true* in a model $M = \langle W, R, v \rangle$ (notation $M \models A$) iff $w \models_v A$ for every $w \in W$.
 2. A formula A is *valid* in a frame $\langle W, R \rangle$ iff it is true in every model built over $\langle W, R \rangle$.

The completeness for \mathbf{P}_K

Definition 8. Logic \mathbf{P}_K Let \mathbf{P}_K be the smallest logic in \mathcal{K} .

Theorem 2 (Completeness). For any $A \in \text{For}$:

$$A \in \mathbf{P}_K \text{ iff } A \text{ is valid in every frame.}$$

The above semantical characterisation \mathbf{P}_K that corresponds to semantical characterisation of the smallest normal logic K can be generalised.

A general result for the normal case

Below let For^M denote the standardly meant set of all modal propositional formulas.

Definition 9 ([11]). Let $-^u : \text{For}^M \rightarrow \text{For}$ be a function satisfying for any $a \in \text{Var}$, $A, B \in \text{For}$ following conditions:

1. $(a)^u = a$

2. $(\neg A)^u = ((A)^u \rightarrow \sim(p \rightarrow p))$
3. $(A \S B)^u = (A^u \S B^u)$, for $\S \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$
4. $(A \leftrightarrow B)^u = (A^u \rightarrow B^u) \wedge (B^u \rightarrow A^u)$
5. $(\Diamond A)^u = \sim((A)^u \rightarrow \sim(p \rightarrow p))$,
6. $(\Box A)^u = (\sim((A)^u) \rightarrow \sim(p \rightarrow p))$.

Definition 10. For $X \subseteq \text{For}^M$, let $K[X]$ be the smallest normal modal logic containing the logic K and the set X . For a given logic $S = K[X]$, let P_S be the smallest element in \mathcal{K} which contains P_K and the set of ‘new’ axioms $X^u = \{A^u : A \in X\}$.

Theorem 3 (Mru-Nas., Nas. 2005). Let $S = K[X]$. If logic S is complete with respect to some class of frames with accessibility relation fulfilling a given condition C , then for the logic R_S the following holds:

For any $A \in \text{For}$: A is true in every frame with accessibility relation fulfilling the condition C iff A is a theorem of the logic R_S .

Examples of correspondence results

The Logic P_T

Let P_T denote an extension by P_K by:

$$(\Box p \rightarrow p)^u.$$

i.e. $(\sim p \rightarrow \sim(p \rightarrow p)) \rightarrow p$.

Corollary 1 (Completeness for P_T). A formula A is valid in every frame with a reflexive accessibility relation iff $A \in P_T$.

We can simplify the formulation of the logic P_T :

Theorem 4 (Mru-Nas., Nas. 2005). The logic P_T is the smallest logic in \mathcal{K} containing the formula $p \vee \sim p$.

The Logic P_{K5}

The logic P_{K5} is obtained by adding to P_K an extra axiom:

$$(\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p)^u.$$

Corollary 2 (Completeness for P_{K5}). A formula A is true in every frame with Euclidean accessibility relation iff A is theorem of the logic P_{K5} .

Theorem 5 (Mru-Nas., Nas. 2005). The logic P_{K5} is the smallest logic in \mathcal{K} containing the formula $\sim p \wedge \sim \sim p \rightarrow q$.

Corollary 3. The logic Z equals the smallest logic in \mathcal{K} that contains $p \vee \sim p$ and $\sim p \wedge \sim \sim p \rightarrow q$

We will present some other general correspondence results which can be obtained by means of non-normal logics ([12, 13]) as well as by the usage of impossibility connective denoted here by ‘ \sim ’ ([14]). If in the definition of the class \mathcal{K} we remove the axiom (EFQ) we obtain a class of logics that correspondents to regular logics, however the obtained results lack of generality since we do not have a formula that could be used as a bottom constant. On the other hand, there is a connection between classes \mathcal{K} and \mathcal{R} analogous to a relation expressed by a known Segerberg theorem indicating a connection of normal and regular modal logics ([13, 15]).

It appears that one can formulate results, similar to the mentioned above, that can be obtained by means of the usage of ‘ \sim ’ as the solely negation. An interesting role in this respect is played by an extension \mathbf{N}^+ of a logic \mathbf{N} defined by axioms of positive intuitionistic logic, the right-to-left part of the second de Morgan law $\sim p \wedge \sim q \rightarrow \sim(p \vee q)$, and the rules of modus ponens, contraposition and substitution. \mathbf{N}^+ is obtained by extending \mathbf{N} to the full positive classical logic and adding the formula $((p \rightarrow \sim(p \rightarrow p)) \rightarrow \sim(p \rightarrow p)) \rightarrow p$ as an additional axiom. It appears that extensions of \mathbf{N}^+ correspond to regular logics being extensions of the regular deontic logic $\mathbf{D2}$. As a result, using respective translations we have a possibility to pass from completeness results for regular logics to respective results for corresponding extensions of the logic \mathbf{N}^+ .

Bibliography

- [1] Jean-Yves Béziau, *The paraconsistent logic Z*, Logic and Logical Philosophy, Vol. 15 (2006): 99–111.
- [2] George Edward Hughes and Max Cresswell, *A New Introduction to Modal Logic*, Routledge, London and New York, 1996.
- [3] Kosta Došen, *Negative modal operators in intuitionistic logic*, Publications de L’Institut Mathématique. Nouvelle série, 35(49) (1984): 3–14.
- [4] Kosta Došen, *Negation as modal operator*, Reports in Mathematical Logic, Vol. 20 (1986): 15–27.
- [5] Kosta Došen, *Negation in the light of modal logic*, in: Dov M. Gabbay and Heinrich Wansing, What is Negation?, Dordrecht, Kluwer, 1999, P. 77–86. DOI: 10.1007/978-94-015-9309-0.
- [6] Stanisław Jaśkowski, *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sect. A, I, No 5 (1948): 57–77. In English: *Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems*, Studia Logica, Vol. 24 (1969): 143–157 and *A Propositional Calculus for Inconsistent Deductive systems*, Logic and Logical Philosophy, Vol. 7 (1999): 35–56.
- [7] Stanisław Jaśkowski, *O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sect. A, I, № 8 (1949): 171–172. In English: *On The Discursive Conjunction in the Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems*, Logic and Logical Philosophy, Vol. 7 (1999): 57–59.

- [8] Edward J. Lemmon, *New fundations for lewis modal systems*, The Journal of Symbolic Logic, 22(2) (1957): 176–186. DOI:10.2307/2964179.
- [9] Edward J. Lemmon, *Algebraic Semantics for Modal Logics I*, The Journal of Symbolic Logic, 31(1) (1966): 46–65.
- [10] João Marcos, *Nearly every normal modal logic is paranormal*, Logique et Analyse, 48(189–192) (2005): 279–300.
- [11] Krystyna Mruczek-Nasieniewska and Marek Nasieniewski, *Syntactical and Semantical Characterization of a class of Paraconsistent Logics*, Bulletin of the Section of Logic, 34(4) (2005): 229–248.
- [12] Krystyna Mruczek-Nasieniewska and Marek Nasieniewski, Paraconsistent logics obtained by J.-Y. Béziau’s method by means of some non-normal modal logics, *Bulletin of the Section of Logic* 37(3–4) (2008): 185–196.
- [13] Krystyna Mruczek-Nasieniewska and Marek Nasieniewski, *A Segerberg-like Connection between Certain Classes of Propositional Logics*, Bulletin of the Section of Logic, Volume 42(1–2) (2013): 43–52.
- [14] Krystyna Mruczek-Nasieniewska and Marek Nasieniewski, *Some Logics with Impossibility as a Negation*, submitted.
- [15] Krister Segerberg, *An Essay in Classical Modal Logic*, vol. I and vol. II, Uppsala 1971.

Modal logics defining Jaskowski’s and Jaskowski-like discussive logics

Nasieniewski M., Pietruszczak A. (Poland)

Jaśkowski’s propositional logic D₂ was mainly meant to be applied to the inconsistent systems in such a way that inconsistency not always entails their overfilling. D₂ has been formulated by means of S5 as follows (see [10] and [11]):

$$A \in \mathbf{D}_2 \text{ iff } \Box A^{\bullet} \neg \in \mathbf{S5},$$

where (–)[•] is a translation of discussive formulae into the set of modal formulae For_m fulfilling the following conditions:

1. (a)[•] = a, for any propositional letter a,
2. and for all discussive formulae A, B:
 - (a) $(\neg A)^{\bullet} = \Box \neg A^{\bullet} \neg$,
 - (b) $(A \vee B)^{\bullet} = \Box A^{\bullet} \vee \Box B^{\bullet} \neg$,
 - (c) $(A \wedge^d B)^{\bullet} = \Box A^{\bullet} \wedge \Diamond B^{\bullet} \neg$,
 - (d) $(A \rightarrow^d B)^{\bullet} = \Box A^{\bullet} \rightarrow \Box B^{\bullet} \neg$,
 - (e) $(A \leftrightarrow^d B)^{\bullet} = \Box(A^{\bullet} \rightarrow B^{\bullet}) \wedge \Box(B^{\bullet} \rightarrow A^{\bullet}) \neg$.

Thus, (–)[•] is a transformation that translates connectives of conjunction and implication into forms with the use of modal constants. These two are so-called discussive connectives. Other connectives ‘behave’ classically. The key role in the definition of the logic D₂ is played by the logic S5. However, it appears that the usage of S5 is in a sense not essential. In the literature there are

considered other modal logics that are also defining the very same logic D_2 . Standardly, modal logics are certain sets of formulae. Precisely, a *modal logic* (see for example [3, 5]) is any set \mathbf{L} of modal formulae satisfying following conditions:

- $\text{Taut} \subseteq \mathbf{L}$,
- \mathbf{L} includes the following set of formulae

$$\left\{ \vdash C[\neg \Box \neg A] /_{\Diamond A} \leftrightarrow C^\neg : A, C \in \text{For}_m \right\}. \quad (\text{rep}^\Box)$$

- \mathbf{L} is closed under the following two rules: *modus ponens* for ' \rightarrow :

$$\frac{A \quad A \rightarrow B}{A} \quad (\text{mp})$$

and *uniform substitution*:

$$\frac{A}{sA} \quad (\text{sb})$$

where Taut is the set of all classical tautologies and sA is the result of uniform substitution of formulae for propositional letters in A .

Let PL denote the set of all modal formulae which are instances of classical tautologies. A modal logic \mathbf{L} is an *rte-logic* iff \mathbf{L} is closed under replacement of tautological equivalents, i.e., for any $A, B, C \in \text{For}_m$

$$\text{if } \vdash A \leftrightarrow B^\neg \in \text{PL} \text{ and } C \in \mathbf{L}, \text{ then } C[A/B] \in \mathbf{L}. \quad (\text{rte})$$

A modal logic is called *classical modal* (see ([3], *cm-logic* for short)) iff it is an rte-logic which contains

$$\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q) \quad (\text{K})$$

and

$$\Box(p \rightarrow p) \quad (\text{N})$$

A modal logic is *congruential* iff it is closed under the congruence rule

$$\frac{A \leftrightarrow B}{\Box A \leftrightarrow \Box B} \quad (\text{cgr})$$

As one can see, every congruential logic is an rte-logic.

We say that a modal logic is *monotonic* iff it is closed under the monotonicity rule:

$$\frac{A \rightarrow B}{\Box A \rightarrow \Box B} \quad (\text{mon})$$

We say that a modal logic is *regular* iff it is closed under the regularity rule:

$$\frac{A \wedge B \rightarrow C}{\Box A \wedge \Box B \rightarrow \Box C} \quad (\text{reg})$$

A modal logic is *normal* iff it contains (K) and is closed under (nec)

$$\frac{A}{\Box A} \quad (\text{nec})$$

Let us recall that S4 and S5 are respectively the smallest normal logic containing (T), (4) and (T), (5).

$$\begin{aligned} \Box p \rightarrow p & \quad (\text{T}) \\ \Box p \rightarrow \Box \Box p & \quad (4) \\ \Diamond \Box p \rightarrow \Box p & \quad (5) \end{aligned}$$

Getting back to the issue of modal logics connected to D₂, first, Furmanowski shown that also the normal logic S4 defines D₂, while Perzanowski indicated the smallest normal logic, **S5^M**, defining D₂. Following this idea Nasieniewski and Pietruszczak in a series of papers considered other modal logics defining D₂, among others, have given examples of such non-normal logics. In particular in [14] the weakest regular modal logic rS5^M defining D₂ was indicated.

There is also a general method allowing for indication of the smallest modal logic in a given family of logics fulfilling some specific conditions. In [17] the smallest rte-, cm-, congruential and monotonic logics were given, denoted respectively as rteS5^M, cmS5^M, eS5^M, mS5^M. Finally, the smallest modal logic defining D₂ was also indicated ([18]).

The logic D₂ is connected with discussive deductive systems based on the following consequence relation:

$$A_1, \dots, A_n \vdash_{D_2} B \text{ iff } \Diamond A_1^*, \dots, \Diamond A_n^* \Vdash_{S5} \Diamond B^*,$$

where \Vdash_{S5} is modus-ponens-style consequence based on S5. Analogous investigations to those referring to the logic D₂, were also made for the case of discussive consequence relation. It appears that **KD45** is the minimal among normal logics which define the same consequence relation \vdash_{D_2} ([19]). Neither **S5^M** nor S4 is appropriate for this purpose. Similarly, it was shown that in other classes of logics, the minimal logics defining the logic D₂ and D₂-consequence were also different ([20]).

In the literature there are considered other translations that are determining other Jaśkowski's like logics. In [8] and [12] for example, instead of the original, right, discussive conjunction, the left discussive conjunction is treated as Jaśkowski's one: $(A \wedge^d B)^* = \lceil \Diamond A^* \wedge B^* \rceil$. The other connectives are defined by the same conditions as in the case of the transformation $(-)^*$. In [6], it has been shown that the transformation $(-)^*$ yields a logic different from D₂. Ciuciura denotes the obtained logic by 'D₂^{*}'. There are two other possibilities as regards the internal translation of conjunction:

$$(A \wedge^d B)^* = \lceil A^* \wedge B^* \rceil.$$

$$(A \wedge^d B)^\times = \neg \Diamond A^\times \wedge \Diamond B^\times \neg.$$

Logics obtained by the above possible translations of conjunction are denoted as D_2^- and D_2^{**} . A natural question arises (which was stated by João Marcos), what does it change if we consider the weakest in the mentioned classes, modal logics that determine the obtained logics. It appears that previously mentioned logics $rteS5^M$, $cmS5^M$, $eS5^M$, $mS5^M$, $rS5^M$ and $S5^M$ i.e. respectively, the smallest rte-, cm-, congruential, monotonic, regular and normal logics defining D_2 are also resp. the smallest rte-, cm-, congruential, monotonic, regular and normal modal logics defining D_2^* , D_2^- , and D_2^{**} .

Thus, the difference as regards modal logics defining respective Jaśkowski-like discussive logics can appear only in the case of logics weaker than rte-logics. To achieve this, as in the case of D_2 one can indicate the weakest modal logics defining logics D_2^* , D_2^- and D_2^{**} (denoted respectively as A , A^* , A^- , A^\times). For each of these modal logics, there are formulas of the form $\neg \Diamond \varphi \neg$ that belong to $S5$, but do not belong to those logics. As an outcome we see that none of them is an rte-logic. Finally, it can be shown that every two logics among A , A^* , A^- , A^\times cross each other.

In the paper we summarise the results recalled above as well as present basic ideas that led Jaśkowski to his development of the logic D_2 and discussive consequence.

Bibliography

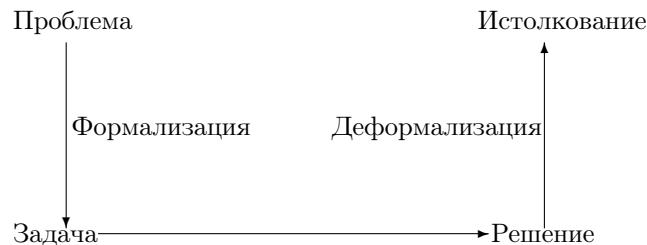
- [1] Błaszczyk, J. J., and W. Dziobiak, *Remarks on Perzanowski's modal system*, Bulletin of the Section of Logic 4 (1975): 57–64.
- [2] Błaszczyk, J. J., and W. Dziobiak, *Modal logics connected with systems $S4_n$ of Sobociński*, Studia Logica 36 (1977): 151–175.
- [3] Bull, R. A., and K. Segerberg, *Basic Modal Logic*, in: Handbook of Philosophical Logic, vol. II, D. M. Gabbay and F. Guenther (eds.), D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1984, P. 1–88.
- [4] Chellas, B. F., *Modal Logic. An Introduction*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.
- [5] Chellas, B. F., and K. Segerberg, *Modal logics in the vicinity of $S1$* , Notre Dame Journal of Formal Logic 37 (1996): 1–24.
- [6] Ciuciura, J., *On the da Costa, Dubikajtis and Kotas' system of the discursive logic, D_2^** , Logic and Logical Philosophy 14 (2005): 235–252.
- [7] Ciuciura, J., *A new real axiomatization of the discursive logic D_2* , in: J. Y. Beziau, W. Carnielli, and D. M. Gabbay (eds.), Handbook of Paraconsistency, College Publications London, 2007, pp. 427–437.
- [8] da Costa, N. C. A., and L. Dubikajtis, *On Jaśkowski's discursive logic*, in: A.I. Arruda, N.C.A. da Costa, R. Chuaqui (eds.), Non-Classical Logics, Model Theory and Computability, North-Holland Publishing, Amsterdam, 1977, P. 57–73.
- [9] Furmanowski, T., *Remarks on discursive propositional calculus*, Studia Logica 34 (1975): 39–43.

- [10] Jaśkowski, S., *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, 1948 (Sect. A, I, no. 5), 57–77. The first English version: “Propositional calculus for contradictory deductive systems”, *Studia Logica* 24 (1969): 143–157. The second English version: Logic and Logical Philosophy, 7 (1999): 35–56.
- [11] Jaśkowski, S., *O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, Sect. A, vol. I, no. 8 (1949): 171–172. The English version: ‘On the discussive conjunction in the propositional calculus for inconsistent deductive systems’, *Logic and Logical Philosophy* 7 (1999): 57–59.
- [12] Kotas, J., N. C. A. da Costa, *On some modal logical systems defined in connexion with Jaśkowski’s problem*, in: A. I. Arruda, N. C. A. da Costa, R. Chuaqui (eds.), *Non Classical Logics, Model Theory and Computability*, North-Holland Publishing, Amsterdam, 1977, P. 57–73.
- [13] Kotas, J., *The axiomatization of S. Jaśkowski’s discussive system*, *Studia Logica* 33 (no 2) (1974), P. 195–200.
- [14] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *The weakest regular modal logic defining Jaśkowski’s logic D₂*, *Bulletin of the Section of Logic* 37, 3/4 (2008): 197–210.
- [15] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *New axiomatizations of the weakest regular modal logic defining Jaśkowski’s logic D₂*, *Bulletin of the Section of Logic* 38, 1/2 (2009): 45–50.
- [16] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *Semantics for regular logics connected with Jaśkowski’s discussive logic D₂*, *Bulletin of the Section of Logic* 38, 3/4 (2009): 173–187.
- [17] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *A method of generating modal logics defining Jaśkowski’s discussive logic D₂*, *Studia Logica* 97, 1 (2011), P. 161–182.
- [18] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *On the weakest modal logics defining Jaśkowski’s logic D₂ and the D₂-consequence*, *Bulletin of the Section of Logic*, 41 2012, 215–232.
- [19] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *On modal logics defining Jaśkowski’s D₂-consequence*, chapter 9, in: K. Tanaka, F. Berto, E. Mares, F. Paoli (eds.), *Paraconsistency: Logic and Applications*, series: “Logic, Epistemology and the Unity of Science”, Volume 26, Springer 2013, pp. 141–161.
- [20] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *A method of generating modal logics defining Jaśkowski’s discussive D₂-consequence*, in: E. Weber, D. Wouters, J. Meheus (eds.), *Logic, Reasoning & Rationality*, Chapter 6; *Logic, Argumentation & Reasoning*, Vol. 5 Springer, 2014, P. 95–123.
- [21] Perzanowski, J., *On M-fragments and L-fragments of normal modal propositional logics*, *Reports on Mathematical Logic* 5 (1975): 63–72.

Формализация и деформализация как неотъемлемые части логики

Непейвода Н. Н. (Переславль-Залесский)

Исключительно важными для всех применений логики и для использования её как инструмента формирования высокоуровневого критического мышления являются два двойственных процесса: формализация и деформализация. Эти процессы присутствуют при каждом решении проблем с помощью точных методов. При этом мы должны сначала дать формулировку нашей проблемы как задачи в точном языке, а затем истолковать полученное решение в содержательных терминах.



Тем не менее оба этих процесса остаются практически вне внимания научной литературы и учебников по логике.

В докладе рассматриваются на примерах следующие особенности логической формализации.

1. Выбор логики (классическая, многозначная, конструктивная (какая?), модальная (какая?), прочие).
2. Огрубление исходных понятий до терминов.
3. Удаление мешающих данной формализации содержательных характеристик
4. Обеспечение приемлемого времени поиска решения

Полученное решение обладает обманчивым свойством полной обоснованности. Но формальное доказательство базируется как на явных сделанных нами огрублениях при формализации, так и (самое коварное) на неявных онтологических допущениях, лежащих в основе выбранной логики. Почти всегда самая эффективная для получения формального решения классическая логика одновременно является едва ли не самой богатой на неявные онтологические допущения. Показываются нежелательные эффекты допущений, лежащих в основе логики.

Анализ решения на содержательную приемлемость является той частью процесса деформализации, которая лежит на грани между логикой и другими областями знания, поскольку зачастую здесь приходится применять нелогические средства. А после того, как решение условно принято как приемлемое и адекватное, возникает проблема, как перевести его на

содержательный язык. Этого требует как объяснение его другим людям, так и понимание самого решившего задачу, что же он получил в результате и как это практически использовать. Доклад в основном ограничивается логическими аспектами деформализации.

В частности, рассматриваются следующие вопросы:

1. Истолкование кванторов и вложенных кванторов.
2. Истолкование логических связок.
3. Истолкование общей структуры сложного высказывания.
4. Литературное редактирование результата деформализации.

The bounds of logic in late Wittgenstein's conception of certainty

Nevdovenko O. (Moscow)

In his unfinished work “On Certainty” Wittgenstein gives a fresh approach with novel arguments against skepticism (rather in its methodic-doubt-mode than that of antique skepticism). This way he remarkably comes up to the problem of the bounds of logic. The bounds of logic are established in the context of what Kant called the scandal of philosophy and grasping the concept of certainty on the whole. The bounds of logic for late Wittgenstein are defined by the bound of (meta)description of language games functioning. The very possibility for language games functioning is always based according to Wittgenstein on the fact that a series of conditions and demands are taken for granted, unanalyzed. (“If you want the door to turn, the hinges must stay put” On Certainty 343).

In his unfinished work “On Certainty” Wittgenstein gives a fresh approach with novel arguments against skepticism (rather in its methodic-doubt-mode than that of antique skepticism). This way he remarkably comes up to the problem of the bounds of logic. The bounds of logic are established in the context of what Kant called the scandal of philosophy and grasping the concept of certainty on the whole.

The bounds of logic for late Wittgenstein are defined by the bound of (meta)description of language games functioning. The very possibility for language games functioning is always based according to Wittgenstein on the fact that a series of conditions and demands are taken for granted, unanalyzed. (“If you want the door to turn, the hinges must stay put”, On Certainty 343).

But in the tractate he does introduce one more “bound”. This bound is defined by the answer to the question: What cannot be doubted?

Wittgenstein marks an important purely formal property of some empirical sentences which reminds the property of logical contradiction in paraconsistent logics logical false implies anything. In the case of the mentioned sentences we have the following property: the doubting in them leads to the verbal default. As examples of such sentences the philosopher gives these ones for instance: “My name is Ludwig Wittgenstein” (with the substitution of the name for

another person naturally), “I live in . . .”, “I’ve got two hands” (for a person who has two hands). As this property is of a purely formal character Wittgenstein even inclines to define them as only seemingly empirical. “I am inclined to believe that not everything that has the form of an empirical proposition is one”, On Certainty 308. Thereby the function in the system of language games “outweighs” the fact of empiriciness of the contents of the statements. We will also call such sentences basic, or explosive.

Thus the possibility for a language game to exist has the following necessary presupposition: in any language game there are basic sentences which one cannot doubt or if one does, at the cost of loss of any meaningful links and valid utterance on the whole. These are the bound in work, functioning, existence of any language game and hence as it was remarked above this is (for late Wittgenstein) the bounds of logic. Yet as the their content is quite empirical, not abstract, we may well say that the bound is inside the language.

Let’s indicate the most important properties of basic/ explosive/ boundary-line sentences.

The characteristic property: They lead to the trivialization of utterance, to the speech default if being doubted.. They are the background of validating, justification and proof. The essential characteristics as far as the concept of proof is concerned is this: No justification for an explosive sentence is more valid than the very explosive sentence.

There are no “strict” deduction among basic sentences and the others. (Strict meaning here that any non-basic sentence is by all means derived from some basic ones and by no means vice versa.) “It is not single axioms that strike me as obvious, it a system in which consequences and premises give one another mutual support”, On Certainty 142.

They have a special formal role in language operating. “. . . of the form of empirical propositions, and not only propositions of logic, form the foundation of all operating with thoughts (with language)”, On Certainty 401.

Doubting in them is unclear.

“Moore chooses precisely a case in which *we all seem to know the same as he, and without being able to say how*”, On Certainty 84 (highlighted by me), “We don’t arrive at any of them as a result of investigation”, On Certainty 138.

The existence of basic sentences with their specific properties is the condition under which only any utterance can happen. “If I don’t trust myself here, why should I trust anyone else’s judgment? Is there a why? Must I not begin to trust somewhere? That is to say: somewhere I must begin with not-doubting; and that is not, so to speak, hasty but excusable: it is part of judging”, On Certainty 150.

One can not explain an error in such sentences this way: I haven’t checked it up. E.g. “That I am a man and not a woman can be verified, but if I were to say I was a woman, and then tried to explain the error by saying I hadn’t

checked the statement, the explanation would not be accepted”, On Certainty 79.

There is no complete list of such sentences (even for one person).

The sentences can be empirical and non-empirical (say, 0 1), although most of Wittgenstein’s examples are empirical ones.

Let’s highlight some essential features of Wittgenstein’s approach to certainty and its (certainty) relation to the bounds of logic is as follows. There are sentences doubting which leads to the trivialization of the whole bulk of knowledge of a (doubting) person or to nullifying their speech ability (as far as speech is the result of thinking and meaningful utterance). They form the base of a person’s whole of knowledge and beliefs.

The certainty turns to be totally systematic and consequently the bounds of logic are also totally systematic, however not in a deductive sense because as it was indicated basic and non-basic statements mutually support each other. Yet according to late Wittgenstein the bounds of logic are built not only out of structural and abstract stuff but out of sentences with empirical contents as well.

About Unified Semantics of Boolean logic and Fregean Semantics

Pavlov S. A. (Moscow)

The main aim of my report is to unify semantics of Boolean logic and Fregean semantics.

Boole supposed that the truth is represented by 1 and the Universe, and the false is represented by 0 and nothing and {} empty set (class). 1 and 0 are logical values.

We consider the language of classical sentential logic L with negation \neg and conjunction \wedge . Sentential variables: p, q, ... Rules of formulae formation are standard. P, Q – meta-variables for the formulae.

Consider the semantics of Boolean logic, based on the algebra of sets. SA-interpretation (set algebra-interpretation).

The valuation function V is the mapping of the set of formulae of logic *For* to the set { U, {} } (short *For* \longrightarrow { U, {} }). Designated value: U. *Var* is the set of sentential variables.

1. $Var \longrightarrow \{ U, \{ \} \}$;
- 2.1. $V(\neg P) = \{ \}$, if $V(P) = U$;
- 2.2. $V(\neg P) = U$, if $V(P) = \{ \}$;
- 3.1. $V(P \wedge Q) = U$, if $V(P) = U$ and $V(Q) = U$;
- 3.2. $V(P \wedge Q) = \{ \}$, otherwise.

The operations of Boolean logic are associated with the operations of the algebra of sets. So for the operations \wedge and \cap we have: The equality for the formulae $V(P \wedge Q)$ and $(V(P) \cap V(Q))$ is followed from the above semantic rules:

$$V(P \wedge Q) = (V(P) \cap V(Q)).$$

From the point of view of Fregean semantics, sentences stand for either *truth* or *false*. Set theory-interpretation (short ST-interpretation) of Fregean logic, similar to the SA-interpretation of Boolean logic, we construct to compare them.

- $V : For \rightarrow \{\{truth\}, \{false\}\}$. Designated value: *{truth}*.
1. $Var \rightarrow \{\{truth\}, \{false\}\}$;
 - 2.1. $V(\neg P) = \{false\}$, if $V(P) = \{truth\}$;
 - 2.2. $V(\neg P) = \{truth\}$, if $V(P) = \{false\}$;
 - 3.1. $V(P \wedge Q) = \{truth\}$, if $V(P) = \{truth\}$ and $V(Q) = \{truth\}$;
 - 3.2. $V(P \wedge Q) = \{false\}$, otherwise.

The equality for formulas $V(P \wedge Q)$ and $(V(P) \cap V(Q))$ is **not** followed from these semantic rules in contrast to similar formulas of Boolean logic semantics, that is:

It **does not** hold that $V(P \wedge Q) = (V(P) \cap V(Q))$.

Hence it follows that the SA-interpretation differs from the ST-interpretation. The question arises:

Is it possible to eliminate this difference?

The answer is yes. To do this, we relate the following sets to each other: U and $\{truth\}$, $\{\}$ and $\{false\}$.

Further, the semantic rules of the ST-interpretation are modified as follows: $\{false\}$ replace by $\{\}$ in these semantic rules. (This corresponds to the modification of the semantics of Frege, the rejection of the reference *false* as non-existent.)

SA^T-interpretation

- $V : For \rightarrow \{\{truth\}, \{\}\}$. Designated value: *{truth}*.
1. $Var \rightarrow \{\{truth\}, \{\}\}$;
 - 2.1. $V(\neg P) = \{\}$, if $V(P) = \{truth\}$;
 - 2.2. $V(\neg P) = \{truth\}$, if $V(P) = \{\}$;
 - 3.1. $V(P \wedge Q) = \{truth\}$, if $V(P) = \{truth\}$ and $V(Q) = \{truth\}$;
 - 3.2. $V(P \wedge Q) = \{\}$, otherwise.

Thus, the unified Boolean and Fregean semantics is obtained.

The proposed approach can be generalized to non-classical cases, for which the bivalence principle doesn't take place. Then the sentences $A, \neg A$ stand (or doesn't stand) for *truth* independently. Four logical values can be introduced contextually:

$V_4 : For \rightarrow \{ T, F, B, N \}$, where

$$V_4(P) = T \text{ iff } V(P) = \{truth\} \text{ and } V(\neg P) = \{\},$$

$$V_4(P) = F \text{ iff } V(P) = \{\} \text{ and } V(\neg P) = \{truth\},$$

$$V_4(P) = B \text{ iff } V(P) = \{truth\} \text{ and } V(\neg P) = \{truth\},$$

$V_4(P) = N$ iff $V(P) = \{\}$ and $V(\neg P) = \{\}$.

Thus, the generalization of unified semantics of Boolean logic and Fregean semantics is obtained to the non-classical case.

Dialogues for Minimal Logic

Pavlova A. M. (Saint Petersburg, Paris)

Introduction

In the present paper we propose a dialogue logic that corresponds to the minimal propositional calculus. Then we come up with our proof of the theorem that states the above correspondence. By a dialogue logic we understand the approach proposed by Paul Lorenzen and Kuno Lorenz for intuitionistic and classical calculi that establishes the corresponding types of validity. A major work has already been done to prove correspondence between dialogue games and sequent calculi for intuitionistic and classical logic, for instance, by Fermüller [4], Felscher [3], Sørensen and Urzyczyn [12].

Minimal propositional logic can be obtained by rejecting not only the classical *law of excluded middle* (as intuitionistic logic does), but also *the principle of explosion* (*ex falso quodlibet*) $A, \neg A \vdash B$, where B is arbitrary. We define a sequent calculus for minimal logic as an intuitionist calculus (like *LJ* of Gentzen) but without *the right weakening* (*WR*) of the form:

$$\frac{\Gamma \longrightarrow \emptyset}{\Gamma \longrightarrow \mathfrak{D}} \text{ WR} \emptyset$$

where \mathfrak{D} is an arbitrary formula. It is easy to see that this rule corresponds to the Gentzen *NJ* rule of the form: $\frac{\perp}{\mathfrak{D}}$, as $\Gamma \longrightarrow \emptyset$ means $\Gamma \longrightarrow \perp$ [5], [6]. We also provide the proof of the correspondence between the minimal sequent calculus $G_3^{\min} a$ and minimal natural deduction calculus NM^1 .

Finally, we come up with a proof of the correspondence between the winning strategies for the Proponent in that class of games and the validity in minimal propositional logic. In our proof we use a modified version of Kleene intuitionistic system $G_3 a$ [3] without structural rules. The axiom now has the following form: $\mathfrak{A}, \Gamma \longrightarrow \Theta, \mathfrak{A}$. Furthermore, the inference rules are modified in such a way that we keep the main formulae.

Sequent Calculus for Minimal Logic $G_3^{\min} a$

We introduce sequent calculus for minimal logic $G_3^{\min} a$. Our new calculus is based on the Kleene logic $G_3 a$. We have chosen this system proposed by Kleene because it doesn't have separate structural rules [3].

¹We use *Gentzen-style* Natural Deduction.

Definition 1. The axiom of the system $G_3^{min}a$ is

$$\mathfrak{A}, \Gamma \longrightarrow \Theta, \mathfrak{A} \quad (Ax.)$$

where \mathfrak{A} is atomic and $\Theta = \emptyset$ ², thus we can reformulate it as follows:

$$\mathfrak{A}, \Gamma \longrightarrow \mathfrak{A} \quad (Ax.^{Int})$$

In Gentzen style natural deduction the minimal system is set up by the rules of intuitionistic one without *ex falso quodlibet*, i.e.

$$NM = NJ - \frac{\perp}{\mathfrak{D}}$$

We argue that in Genzen style sequent calculus the rule of *ex falso quodlibet* is represented by a particular case of *the right weakening (WR)* structural rule where $\Theta = \emptyset$.

Minimal Dialogue Logic

We introduce a dialogue interpretation for minimal logic that we call D^{min} . We base our system on the Intuitionistic Dialogue Logic as it is presented by Krabbe in [8]. To the standard intuitionistic set of rules we add the following minimal restriction:

Definition 2 (Minimal rule). Each attack should be defended if it is possible according to the logical rules³.

There is only one exception represented by the attack on the negation because there is no way to perform a defense against this attack.

The Correspondence between $G_3^{min}a$ and D^{min}

We argue that sequent calculus $G_3^{min}a$ represents strategies for proponent in dialogue logic, thus, in case of a universally valid formula, it encodes winning strategies for proponent. We can show that by providing an effective algorithm that transforms a dialogue into a branch of a derivation in a sequent calculus.

Theorem 1 (Minimal validity). *Let A be any formula of propositional logic. The following conditions are equivalent:*

1. *There is a winning strategy for Proponent in dialogue $\mathcal{D}(A)$;*
2. *There exists a $G_3^{min}a$ derivation of the formula A (i.e., $\Gamma \longrightarrow A$, where γ is empty). Furthermore, there exists an algorithm turning Proponent's winning strategy into the $G_3^{min}a$ derivation and visa versa.*

²This restriction is used both for minimal and intuitionistic calculi, but not for classical one.

³That means that attack against \neg can be left without defense, as there is no possible defense against this attack. This rule applies only to the minimal system as it is analogous to *ex falso quodlibet*

Theorem 2 (Correspondence result). *Every winning strategy τ for $\mathcal{D}(A, \Gamma)$ (i.e., for a dialogue with initially disputed formula A , where the Opponent initially grants the formulae in the multiset Γ) can be transformed into a G_3^{\min} -a derivation of $\Gamma \rightarrow A$ and visa versa.*

We prove theorem 2 in two steps, by establishing two lemmata.

Bibliography

- [1] Alama J., Knoks A., Uckelman S. L. *Dialogue Games for Classical Logic* (short paper). In M. Giese and R. Kuznets (Eds.), *TABLEAUX 2011: Workshops, Tutorials, and Short Papers*. P. 82–86, 2011.
- [2] Alama J., Uckelman S. L. *What Is Dialogical About Dialogical Logic?* In H. J. Ribeiro (Ed.), *Inside Arguments: Logic and the Study of Argumentation*, P. 207–222. Newcastle: Cambridge Scholars Publication, 2012.
- [3] Felscher W. *Dialogues, strategies, and intuitionistic provability*. Annals of Pure and Applied Logic, Vol. 28, P. 217–254, 1985.
- [4] Fermüller C. G. *Parallel Dialogue Games and Hypersequents for Intermediate Logics*. In M. C. Mayer, F. Pirri (Eds.), *TABLEAUX 2003 Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods*. P. 48–64, 2003.
- [5] Gentzen G. *Untersuchungen über das logische Schließen. I*. Mathematische Zeitschrift. Vol. 39, № 2, 176–210, 1934.
- [6] Gentzen G. *Untersuchungen über das logische Schließen. II*. Mathematische Zeitschrift. Vol. 39, № 3, 405–431.
- [7] Kleene S. C. *Introduction to Metamathematics*, the Netherlands, 1952.
- [8] Krabbe E. C. W. *Dialogue Logic*. In D. M. Gabbay and J. Woods (Eds.), *Handbook of the History of Logic* Vol. 7, P. 665–704. New York, Elsevier, 2006.
- [9] Lorenzen P., Lorenz K. *Dialogische Logik*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1978.
- [10] Pavlova A. M. *Truth in Dialogue Logic and Game-Theoretical Semantics (GTS)*. In Logical Investigations. Vol. 21, № 2. P. 107–133, 2015.
- [11] Rahman S., Clerbout N., Keiff L. (2009): On Dialogues and natural Deduction. In G. Primeiro, S. Rahman (Eds.), *Acts of Knowledge: History, Philosophy and Logic* (P. 301–355). London: College Publications.
- [12] Sørensen M. H., Urzyczyn P. *Sequent calculus, dialogues, and cut elimination*. In: Reflections on Type Theory, λ -Calculus, and the Mind, P. 253–261. Universiteit Nijmegen, 2007.
- [13] Troelstra A. S., Schwichtenberg H. *Basic Proof Theory*. Cambridge University Press, 2nd edn., 2000.

Система натурального вывода для логики бессмыслинности **Z**

Петрухин Я. И. (Москва)

In this report, we present a Fitch-style natural deduction system for Hałkowska's logic of nonsense **Z**.

В нашем докладе речь пойдет о логике бессмыслиности **Z**, описанной в [2] К. Халковской. Логика **Z** строится в пропозициональном языке \mathcal{L} , алфавиту которого принадлежат только следующие элементы: множество пропозициональных переменных $\mathcal{P} = \{p_1, \dots, p_n, \dots\}$, правая и левая круглые скобки, отрицание (\neg), дизъюнкция (\vee) и конъюнкция ($\&$). Множество всех \mathcal{L} -формул \mathcal{F} определяется стандартно. Множество истинностных значений \mathcal{V} содержит только следующие элементы: 1 (истина), $1/2$ (бессмыслица), 0 (ложь). Единственным выделенным значением является 1. Отношение следования определяется через сохранность выделенного значения. Значения логических связок определяются в соответствии со следующими логическими матрицами:

φ	\neg	\vee	1	$1/2$	0	$\&$	1	$1/2$	0
1	0	1	1	1	1	1	1	$1/2$	0
$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	0	0	0	0	$1/2$	0

Множеству всех правил вывода системы натурального вывода для логики **Z** принадлежат только следующие элементы ($\varphi, \psi, \chi \in \mathcal{F}$):

$$\begin{aligned}
 (EFQ) \quad & \frac{\varphi \& \neg\varphi}{\psi} \quad (\neg\neg I) \quad \frac{\varphi}{\neg\neg\varphi} \quad (\neg\neg E) \quad \frac{\neg\neg\varphi}{\varphi} \quad (\vee I_1) \quad \frac{\varphi}{\varphi \vee \psi} \quad (\vee I_2) \quad \frac{\psi}{\varphi \vee \psi} \\
 (\vee E) \quad & \frac{[\varphi] \quad [\psi]}{\varphi \vee \psi \quad \chi \quad \chi} \quad (\& I) \quad \frac{\varphi \quad \psi}{\varphi \& \psi} \quad (\& E_1) \quad \frac{\varphi \& \psi}{\varphi} \quad (\& E_2) \quad \frac{\varphi \& \psi}{\psi} \\
 (\neg \vee E) \quad & \frac{\neg(\varphi \vee \psi)}{\neg\varphi \vee \neg\psi} \quad (\neg \vee I_1) \quad \frac{\neg\varphi}{\neg(\varphi \vee \psi) \vee \psi} \quad (\neg \vee I_2) \quad \frac{\neg\psi}{\neg(\varphi \vee \psi) \vee \varphi} \\
 (\neg \vee I_3) \quad & \frac{\neg\varphi \& \neg\psi}{\neg(\varphi \vee \psi)} \quad (\neg \& E_1) \quad \frac{\neg(\varphi \& \psi)}{\neg\varphi \vee \neg\psi} \quad (\neg \& E_2) \quad \frac{\neg\varphi \& \neg(\varphi \& \psi)}{\psi \vee \neg\psi} \\
 (\neg \& E_3) \quad & \frac{\neg\psi \& \neg(\varphi \& \psi)}{\varphi \vee \neg\varphi} \quad (\neg \& I_1) \quad \frac{\varphi \& \neg\psi}{\neg(\varphi \& \psi)} \\
 (\neg \& I_2) \quad & \frac{\neg\varphi \& \psi}{\neg(\varphi \& \psi)} \quad (\neg \& I_3) \quad \frac{\neg\varphi \& \neg\psi}{\neg(\varphi \& \psi)}
 \end{aligned}$$

Выводом в системе натурального вывода для логики **Z** называем непустую линейно упорядоченную последовательность формул, такую, что каждая формула является либо посылкой, либо допущением, либо получена из предыдущих формул по одному из правил вывода, и при применении правила $(\vee E)$ все формулы от φ до χ включительно, а также все формулы от ψ до χ включительно являются исключенными из вывода.

Автором была доказана следующая теорема.

Теорема. Для всяких $\Phi \subseteq \mathcal{F}$ и $\varphi \in \mathcal{F}$ имеем $\Phi \vdash \varphi$, е. и т.е. $\Phi \vDash \varphi$.

Литература

- [1] Карпенко А.С. *Развитие многозначной логики*. ЛКИ, Москва, 2010.
- [2] Hałkowska K. *A note on matrices for systems of nonsense-logic*. // Studia Logica. 1989. Vol. 48, № 4. P. 461–464.

Completeness via Correspondence for Extensions of Paraconsistent Weak Kleene Logic

Petrushin Y. I., Shangin V. O. (Moscow)

In this report, we present a uniform approach to construct natural deduction systems for all the possible truth-functional binary extensions of three-valued Paraconsistent Weak Kleene logic **PWK** (we follow [1], using this name). This approach is called *correspondence analysis*. In [4] and [7] Kooi and Tamminga presented it for Priest's logic of paradox **LP** [6] and strong Kleene's logic **K₃** [3], respectively. **PWK** is a paraconsistent neighbor of paracomplete weak Kleene logic **K₃^w** [3] and was studied by Halldén [1] as a logic of nonsense. It is built over a propositional language \mathcal{L} which contains a set $\mathcal{P} = \{p_1, \dots, p_n, \dots\}$ of propositional variables, left and right parentheses, negation (\neg), disjunction (\vee), and conjunction (\wedge). A set \mathcal{F} of all \mathcal{L} -formulas is defined in a standard way. A natural deduction system for **PWK** is presented in [5].

Correspondence analysis allows us to obtain sound and complete natural deduction systems for **PWK** being extended by any possible binary truth-functional operator \circ . The idea of this method is as follows: (1) for each single entry E of \circ 's truth table f_\circ we find such an inference scheme $\Gamma \vdash \varphi$ that $\Gamma \vDash \varphi$ iff E is f_\circ 's entry (this inference scheme is said to characterize E); (2) we consider these inference schemes as inference rules and add them to a natural deduction system for **PWK**; (3) we prove soundness and completeness of the resulting natural deduction systems.

The second author is supported by the Russian Foundation for Humanities, project № 16-03-00749.

Bibliography

- [1] Bonzio S., Gil-Férez J., Paoli F., Peruzzi L. *On Paraconsistent Weak Kleene Logic: Axiomatisation and Algebraic Analysis*. // Studia Logica. 2016. Online first article. P. 1–45.
- [2] Halldén S. *The Logic of Nonsense*. Lundequista Bokhandeln, Uppsala, 1949.
- [3] Kleene S. *On a notation for ordinal numbers*. // The Journal of Symbolic Logic. 1938. V. 3, № 4. P. 150–155.
- [4] Kooi B, Tamminga A. *Completeness via Correspondence for Extensions of the Logic of Paradox*. // The Review of Symbolic Logic. 2012. V. 5, № 4. P. 720–730.

- [5] Petrukhin Y. *Natural Deduction for Three-Valued Regular Logics.* // Logic and Logical Philosophy. 2016. Online first article. P. 1–10.
- [6] Priest G. *The logic of paradox.* // Journal of Philosophical Logic. 1979. V. 8, № 1. P. 219–241.
- [7] Tamminga A. *Correspondence Analysis for Strong Three-Valued Logic.* // Logical Investigations. 2014. V. 20. P. 255–268.

Особенности трактовки суждений о несуществующих объектах в теории неполных символов Б. Рассела

Рейнгард А. М. (Москва)

Рассел проводит четкое разграничение между подлинными собственными именами, являющимися простыми символами, прямо обозначающими индивидный объект, и дескрипциями, состоящими из нескольких слов с фиксированными значениями, из которых создается то, что может быть принято за “значение” дескрипции. Особый интерес представляет предлагаемое Расселом решение проблемы, касающейся суждений о несуществующих объектах: “анализируя суждения, мы прежде всего делаем операции с символами, и, приписав значение группам символов, которые на самом деле его лишены, мы тем самым допустим существование несуществующего в единственно возможном смысле, а именно в качестве описаний предметов”. Суждения типа “*x* is unreal” осмыслиены только тогда, когда является дескрипцией.

Наибольший интерес при рассмотрении проблемы существования представляет тот раздел расселовской концепции, который посвящен первичному и вторичному вхождению дескрипций, или иначе – области действия дескрипций. Это разграничение состоит в следующем: первичное употребление соответствует тем случаям, когда содержащее дескрипцию суждение является результатом подстановки дескрипции на место переменной в некоторой пропозициональной функции φx ; вторичное употребление соответствует тем случаям, когда в результате подстановки дескрипции на место переменной в φx создается только часть суждения. Смешение первичного и вторичного вхождение составляет один из главных источников ошибок в отношении дескрипций, в частности, именно игнорирование области действия дескрипции может вызвать у нас затруднения при анализе следующего примера: по закону исключенного третьего либо “*A* есть *B*”, либо “*A* не есть *B*” должно быть истинным. Следовательно, истинным должно быть либо “Нынешний король Франции лыс”, либо “Нынешний король Франции не лыс”. Однако, если мы перечислим вещи, которые являются лысыми, а затем вещи, которые не являются лысыми, то мы ни в одном списке не найдем нынешнего короля Франции, Рассел в этом случае шутит: “тегельянцы, обожающие синтезы, вероятно, заключили бы, что он носит парик”. Различие между первичным и вторичным вхождени-

ем облегчает рассмотрение этой проблемы и вообще проблем с логическим статусом дескрипций, которые не обозначают ничего.

Если “ C ” является обозначающей фразой, скажем “определенный [the] элемент, имеющий свойство F ”, тогда “ C имеет свойство f ” подразумевает, согласно интерпретации Рассела, “один и только один элемент имеет свойство F , и этот элемент имеет свойство f ”. Если же свойство F не относится к элементам, что и имеет место в рассмотренном нами случае, или относится сразу к нескольким, отсюда следует, что “ C имеет свойство F ” является ложным для всех значений f . Поэтому высказывание “Нынешний король Франции лыс” может быть проинтерпретировано одним единственным образом — как ложное, а вот истинность высказывания “Нынешний король Франции не лыс” зависит от того, как мы определим область действия входящей в него дескрипции. Итак, “Нынешний король Франции не лыс” — ложно, если подразумевает: существует какое-то лицо, которое является нынешним королем Франции и не является лысым, или иначе

$$\neg[\]\mathcal{L}((\iota x)(Kx)) \equiv \exists!x(K(x) \& \forall x(K(x) \supset \neg\mathcal{L}(x))),$$

где \mathcal{L} — “быть лысым”, K — “быть королем Франции”. Такой вид примет логическая структура утверждения при первичном вхождении дескрипции “нынешний король Франции”. Поскольку первый конъюнкт ложен, то и всё утверждение оказывается ложным. Но данное высказывание будет истинным при вторичном вхождении дескрипции:

$$[\]\neg\mathcal{L}((\iota x)(Kx)) \equiv \neg(\exists!x(K(x) \& \forall x(K(x) \supset \mathcal{L}(x)))),$$

мы видим, что в зависимости от интерпретации области действия дескрипции меняется смысл высказывания. При вторичном вхождении отрицается существование такого лица, которое является королем Франции, а не просто тот факт, что данное лицо является лысым, как это было при первичном вхождении дескрипции.

О некоторых затруднениях в семантике событий

Смирнов М. А. (Москва)

The problem of logical consequence in natural language contexts and its treatment in event semantics are discussed. Some cases bring about the need in further refinement of the problem statement and the approach to its solution. It's shown that the distinguishing of different semantic levels is necessary.

Одним из решающих преимуществ семантики событий — направления в семантике естественного языка, основывающегося на дэвидсоновском подходе (или его модификациях), — считается эффективное решение проблемы логического следования в естественно-языковых контекстах.

При стандартном подходе логическая форма предложений о действиях и событиях трактуется как частный случай логической формы предложений о свойствах и отношениях индивидов (1):

$$(1) P^n[a_1, \dots, a_n] \text{ («аргументный подход»)}$$

Проблема связана с тем, что предложения об одном и том же событии могут описывать его с разной детальностью: $\varphi_1 = \text{«Брут убил Цезаря»}$, $\varphi_2 = \text{«Брут убил Цезаря кинжалом»}$ и т. д. Как кажется, в подобных случаях имеет место логическое следование $\varphi_2 \models \varphi_1$. Однако аргументный подход не позволяет показать, как это обеспечивается логической формой [2].

В качестве решения проблемы Д. Дэвидсоном в [1] было предложено ввести в анализ предложений о событиях переменную, представляющую событие как логический индивид (ранее предложено в [4]), и вводить «помощники» с помощью конъюнкции в дополнительных клаузах с этой переменной, имеющими собственные предикаты (2):

$$(2) \exists e [P_0(a_1, a_2, e) \wedge P_1(e, c_1) \dots \wedge P_n(e, c_n)] \text{ («дэвидсоновский подход»),}$$

где e – «событийная переменная», a_1, a_2 – основные аргументы (актанты), $c_1 \dots c_n$ – второстепенные аргументы (сирконстанты).

Искомое следование здесь обеспечивается простым правильным способом рассуждения: $\varphi \wedge \psi \models \varphi$.

При этом парадигмальным образцом для Дэвидсона стали описания физических объектов («Дом в центре города, с четырьмя спальнями, с двумя каминами» и т. д.), что соответствует его пониманию событий как конкретных пространственно-временных сущностей.

Однако некоторые случаи показывают, что подобное решение проблемы, а также сама ее постановка нуждаются если не в пересмотре, то в корректировке *ad hoc*.

1. Предложения с опровергающими обстоятельствами: «Джонс убил Смита во сне». По мысли Р. Монтегю, из этого предложения не следует «Джонс убил Смита», – а значит, сама идея о формальном обеспечении подобного следования неверна [3]. Впрочем, можно предположить, что такие примеры не опровергают дэвидсоновский подход, а являются особым случаем; тогда необходимо выявить и формализовать логическую роль «опровергающих обстоятельств».
2. Предложения с некумулятивно распределенными обстоятельствами: «Джон намеренно поцеловал Мэри или Сьюзан». Если Мэри и Сьюзан – сестры, у которых есть только одна маска на двоих, то Джон, встретив на маскараде девушку в этой маске и поцеловав ее, намеренно поцеловал Мэри или Сьюзан (но не именно Мэри или именно Сьюзан) [5]. Случай можно «примирить» с дэвидсоновским подходом, если представить Мэри или Сьюзан как единый аргумент.
3. Предложения с условными обстоятельствами: «Иван выходит на улицу только в выходные дни». Если это верно, то, при условии что у Ивана

никогда не бывает выходных, неверно, что «Иван выходит на улицу». Логическая форма подобных предложений не сводится к конъюнкции, а содержит импликацию. Их семантика представляет не конкретные события, а, скорее, особый вид свойств, а именно – привычки и способности агентов.

Изложенное показывает, что при логико-семантическом анализе необходимо учитывать многоуровневую структуру семантики естественноязыковых контекстов. Семантика категориального уровня (для глаголов, на наш взгляд, ей является семантика свойства и отношения, что соответствует аргументному подходу) взаимодействует с семантикой грамматического и лексического уровней (которая иногда может адекватно передаваться обычным дэвидсоновским подходом, а иногда требовать других решений), а также контекстуальными значениями.

Работа подготовлена в результате проведения исследования (№ 17-05-0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2017 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5–100».

Литература

- [1] Davidson D. *The Logical Form of Action Sentences* // The Logic of Decision and Action. Pittsburg, 1967, pp. 81–95.
- [2] Kenny A. *Action, Emotion and Will*. London: Clarendon Press, 1963. 250 p.
- [3] Montague R. *On the Nature of Certain Philosophical Entities* // Formal Philosophy. Selected Papers of Richard Montague. New Haven: Yale University Press, 1974, pp. 188–221.
- [4] Reichenbach H. *Elements of Symbolic Logic*. New York: Macmillan, 1947. XIII + 444 p.
- [5] Thomason R., Stalnaker R. *A Semantic Theory of Adverbs* // Linguistic Inquiry, 1973, Vol. 3, no. 2, P. 195–220.

Многозначная модальная логика Фиттинга, трудности построения многозначной модальной логики Роговского по образцу Фиттинга

Стешенко Н. И. (Ростов-на-Дону)

The many-valued logic M. Fitting is considered. It is built on the Heyting algebras basis. The basis of difficulty of building the many-valued modal logic Rogowski through M. Fitting sample is specified.

Многозначная модальная логика М. Фиттинга была представлена им в трех статьях [1, 2, 3]. Укажем на два способа соединения модальной логики и многозначной логики на основе понятия крипковского фрейма: непустое

множество возможных миров с бинарным отношением достижимости на них. Первый способ состоит в том, что в каждом возможном мире действует некоторая многозначная логика, а бинарное отношение достижимости является двухзначным, классическим. Этот способ – оказался исторически первым. Краткую информацию об этом способе построения многозначных модальных логик можно найти в работе Карпенко А. С. [4, С. 264–265].

Второй способ построения многозначных модальных логик строится на задании многозначного отношения достижимости. Этого способа придерживается М. Фиттинг. При семантическом описании таких логик многозначность удваивается (относительно фиксированной n -значной логики): многозначными, кроме отношения достижимости, являются и возможные миры, в которых немодальным формулам приписывается некоторое истинностное значение. Естественно, для истинностной оценки модальных формул в некотором возможном мире требуется многозначное отношение достижимости. По мнению некоторых логиков [5], Фиттинг был первым, кто предложил второй способ создания многозначных модальных логик.

В качестве мотивации для создания многозначной модальной логики Фиттинг привел пример об экспертах, находящихся в отношении доминирования. Детали этих рассуждений Фиттинга об экспертах, которые я опускаю, находятся в [2, раз. 1], [3, раз. 2]. Он предложил две модальные модели, связанные с этим примером об экспертах: двухзначную модальную модель и многозначную импликативную модель. Двухзначная модальная модель (multiple-expert modal models) построена на основе объединения крипковской интуиционистской модели с крипковской модальной моделью [2, раз. 3].

Во фрейме многозначной импликативной модели (implicational modal models) задается многозначное отношение достижимости R . Но сначала введем нужные понятия. Фрейм есть пара $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$, \mathcal{H} – конечная алгебра Гейтинга (псевдобулева алгебра), т. е. импликативная решетка с наименьшим элементом. Более детально: $\mathcal{H} = \langle H, \cap, \cup, \Rightarrow, 0 \rangle$, где H есть множество, элементами которого являются истинностные значения, наименьший элемент (0) и наибольший элемент (1) [2, раз. 4]; \cap – пересечение, \cup – объединение, \Rightarrow – относительное псевдодополнение есть бинарные операции над любыми элементами множества H . Псевдодополнение элемента a относительно элемента b определяется стандартно: $a \Rightarrow b = \max_{c \in H} | a \cap c \leq b$. Детальные описания свойств указанных операций в псевдобулевых алгебрах имеются в классической монографии [6, С. 66–82, 147–170].

Многозначное отношение достижимости R в $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$ определяется Фиттингом так: R есть отображение $W \times W$ в \mathcal{H} , и называется им как \mathcal{H} -значное отношение достижимости между возможными мирами [2, раз. 4].

Язык многозначной модальной логики, основанный на алгебре гейтинга \mathcal{H} , состоит из (1) констант t_1, \dots, t_n , обозначающих элементы множества H алгебры \mathcal{H} (т.е. константы есть синтаксические копии истинностных

значений), Фиттинг называет их пропозициональными константами; (2) пропозициональных переменных P, Q, S, \dots ; (3) логических связок \wedge — конъюнкция, \vee — дизъюнкция, \supset — импликации,

\Box — оператор необходимости; $(,)$ — технических знаков. Определение правильно построенной формулы For опускаем. Заметим, что отрицание вводится определением $\neg A = (A \supset 0)$.

Модель есть тройка $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$, где $\langle W, R \rangle$ есть фрейм с \mathcal{H} -значным отношением достижимости, а v есть *отображение*, называемое оценкой, которое сопоставляет каждой константе (каждой пропозициональной переменной) из For и каждому возможному миру из W фиксированный (некоторый для пропозициональной переменной) элемент множества H алгебры \mathcal{H} . Символически: $v(t_i, w) = t_i$ ($v(P, w)$ есть некоторое $t, t \in H$).

Распространим отображение v на множество сложных формул:

$$\begin{aligned} v(A \wedge B, w) &= v(A, w) \cap v(B, w); \\ v(A \vee B, w) &= v(A, w) \cup v(B, w); \\ v(A \supset B, w) &= v(A, w) \Rightarrow v(B, w); \\ v(\neg A, w) &= v(A, w) \Rightarrow 0; \\ v(\Box A, w) &= \cap\{R(w, w^*) \Rightarrow v(A, w^*) | w^* \in W\} \end{aligned}$$

В последнем условии надо иметь в виду, что $R(w, w^*)$ также принимает некоторые истинностные значения из множества H . Пересечение же осуществляется по всем w^* , которые достижимы из w и в которых подформула A формулы $\Box A$ принимает истинностные значения из H .

Формула A называется общезначимой в многозначной модальной логике Фиттинга, тогда и только тогда в каждой \mathcal{H} модели $\langle W, R, v \rangle$ над фреймом $\langle W, R \rangle$ и каждом $w \in W$ имеет место, что $v(A, w) = 1$.

Многозначную модальную логику Фиттинг формализовал посредством секвенционального исчисления [1, 2] и методом аналитических таблиц [3], доказал их полноту. В [3], кроме табличного правила для оператора \Box , было также сформулировано правило для оператора \Diamond на основе такой истинностной оценки: $v(\Diamond A, w) = \cup\{R(w, w^*) \cap v(A, w^*) | w^* \in W\}$.

Фактически Фиттинг создал многозначный аналог K минимальной нормальной модальной логики, т.е. никаких ограничений на отношение достижимости типа рефлексивности, транзитивности и т.д. не устанавливались.

F. Bou, F. Esteva and L. Godo в статье [5] рассмотрели, имеющиеся в литературе (на 2008 г.), примеры построения многозначных модальных логик: конечной алгебры Гейтинга, пример только что рассмотренный; стандартной (бесконечной) алгебры Геделя; конечной алгебры Лукасевича. В двух последних примерах также представлены многозначные аналоги K минимальной нормальной модальной логики. Авторы статьи [5] также ищут, если я их правильно понял, общий алгебраический подход к построению K минимальной многозначной модальной логик.

При алгебраическом рассмотрении логика Роговского является ограниченной 4-х элементной решеткой Де Моргана с неравенством Клини. Воз-

можно ли на такой алгебраической основе (т.е. используя 4-х значное отношение достижимости в крипковском фрейме) формализовать в логике Роговского, по меньшей мере, формулы минимальной нормальной логики K ? Сложность, в частности, состоит в том, как комбинировать модальный оператор \square с операторами логики Роговского.

Литература

- [1] Fitting M. *Many-valued modal logics*. // Fundamenta Informaticae. 1992. Vol. 15. P. 235–254.
- [2] Fitting M. *Many-valued modal logics, II*. // Fundamenta Informaticae. 1992. Vol. 17. P. 55–73.
- [3] Fitting M. *Tableaus for many-valued modal logic*. // Studia logica. 1995. Vol. 55, № 1. P. 55–74.
- [4] Карпенко А.С. *Развитие многозначной логики*. ЛКИ, Москва, 2010.
- [5] Bou F., Esteva F., Godo L. *Exploring a syntactic notion of modal many-valued logics*. // Mathware & soft computing. 2008. Vol. 15. P. 175–188.
- [6] Расева Е., Сикорский Р. *Математика метаматематики*. М. 1972.

Виды дедуктивных задач и их решение

Шалак В. И. (Москва)

The concept of proof a formula from premises naturally leads to the appearance of three types of tasks: proof checking, proof search, and search for premises that can serve as a justification for the proof-thesis. All three kinds of tasks are important in scientific practice. Particular attention will be paid to the task of finding the justification for the thesis.

Формула A выводима из множества Γ , е. и т. е. существует такая непустая конечная последовательность формул A_1, \dots, A_n , что каждая из них есть либо аксиома, либо посылка, либо ранее доказанная теорема, либо следует по одному из правил вывода из предшествующих формул последовательности, и A_n есть A . Так выглядит известное определение вывода из посылок. Запись $\Gamma \vdash A$ служит для обозначения того, что такой вывод существует.

В связи с таким определением вывода естественным образом возникают три вида задач: проверка вывода, поиск вывода и поиск обоснования тезиса.

Проверка вывода

При кажущейся тривиальности первого вида задач на практике он оказывается далеко не тривиальным и в настоящее время приобретает все большее значение. Дело в том, что в реальной практике никто не строит доказательства в логических формализмах, где каждый шаг элементарен и доступен автоматической проверке. Реальные доказательства не легки

для понимания, так как могут содержать пропуски, требовать рассмотрения большого числа случаев и пр. Именно с этим связано то, что правильность многих из известных математических результатов последнего времени подтвердили лишь единицы авторитетных ученых, а все остальные вынуждены были поверить им на слово. Дополнительным фактором, затрудняющим проверку доказательств, является то, что они могут занимать тысячи и даже десятки тысяч страниц.

Поиск вывода

Необходимо найти вывод, который бы подтвердил, что имеет место $\Gamma \vdash A$. Этот вид задач активно исследуется в теории поиска доказательств. Может показаться, что с поиском вывода все хорошо, но это ошибочное впечатление. Достаточно вспомнить знаменитую теорему Ферма, которая следует из аксиом арифметики, но на решение которой ушло слишком много времени. Теория поиска доказательств в данном случае не оказала заметной помощи.

Помимо чисто теоретического интереса, этот вид задач важен и с практической точки зрения в системах Искусственного Интеллекта, автоматическом синтезе программ, планировании действий, восполнении обнаруженных пропусков в доказательствах.

Поиск обоснования тезиса

Есть тезис A и требуется найти множество посылок Γ , чтобы имело место $\Gamma \vdash A$. Этот вид задач очень часто встречается в творческой научной практике, но в настоящее время исследован очень слабо.

Если подходить чисто формально, то в качестве множества Γ можно взять $\{A\}$, и тем самым успешно решить задачу $\{A\} \vdash A$. Однако, такое решение не имеет никакой познавательной ценности. Если кто-то занят доказательством бытия Бога, то он вряд ли обрадуется факту, что из предложения «*Бог существует*» выводимо «*Бог существует*». Очевидно, под доказательством бытия Бога он имеет в виду нечто другое, что-то вроде редукции к высказываниям, в истинности которых нет никаких сомнений. Один из способов заключается в доказательстве от противного, когда из отрицания тезиса требуется вывести следствия, противоречащие другим истинным высказываниям. Но предложение «*Бог существует*» является атомарным и ничего, что противоречило бы другим высказываниям, из него не вывести.

Подобного вида задачи встречаются в практике каждого творчески работающего ученого. Полученные им интересные результаты, как правило, берут начало с возникновения некоторой идеи, относящейся к области его научных интересов. Эта идея кажется ему верной, но он не знает, как ее обосновать. Уходит много времени, чтобы уточнить ее, связать с другими направлениями исследований и в конце концов доказать. При этом неизбежно происходит выход за рамки того, что первоначально мыслилось. Это отличительная характеристика творческих задач.

В докладе будет предложен подход по алгоритмизации решения задач, направленных на поиск обоснований тезиса.

Реляционная семантика, ассоциированная алгебре эффектов

Шишов К. В. (Москва)

В работе [2] представляется *алгебра эффектов*, которая является алгебраической семантикой для некоторой квантовой логики [3]. Принимая во внимание свойства, которыми обладает эта алгебраическая структура, предлагается, основываясь на методе, предлагаемом в [1], *реляционная семантика* с тернарным отношением, которая ассоциируется с указанной алгебраической семантикой.

Определение 1. Реляционной структурой для алгебры эффектов будем называть упорядоченную пятерку $\mathfrak{F} = \langle \mathcal{S}, \mathcal{R}, *, 0, 1 \rangle$, где

\mathcal{S} является непустым множеством состояний на гильбертовом пространстве H ;

\mathcal{R} является тернарным отношением на множестве состояний ($\mathcal{R}^3 \subseteq \mathcal{S}^3$);

$*$ является унарной операцией на множестве $\mathcal{S}(* : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S})$;

$0, 1$ являются выделенными состояниями в \mathcal{S} .

Для тернарного отношения \mathcal{R} будут верны следующие определения:

- D1. $a \leq b \Leftrightarrow \exists c \mathcal{R} a c b$
- D2. $a \perp b \Leftrightarrow \exists x \mathcal{R} a b x$
- D3. $\mathcal{R}^2 a b c d \Leftrightarrow \exists x (\mathcal{R} a b x \& \mathcal{R} x c d)$
- D4. $\mathcal{R}^2 a (b c) d \Leftrightarrow \exists x (\mathcal{R} a x d \& \mathcal{R} b c x)$

Также будут верны следующие постулаты, верифицирующие частичный характер операций в алгебре эффектов:

1. $\mathcal{R} a b c \Rightarrow \mathcal{R} b a c$
2. $\mathcal{R}^2 (a b) c d \Leftrightarrow \mathcal{R}^2 a (b c) d$
3. $\forall a \exists! x \mathcal{R} a x 1$
4. $\mathcal{R} a 1 1 \Rightarrow \mathcal{R} 0 1 1$
5. $\mathcal{R} 0 0 0$
6. $\mathcal{R} a a^* 1$
7. $a \leq b \Rightarrow b^* \leq a^*$
8. $a^{**} = a$

Определение 2. Реляционной моделью для алгебры эффектов будем называть упорядоченную семерку $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{S}, \mathcal{R}, *, \rho, 0, 1 \rangle$, где

$\langle \mathcal{S}, \mathcal{R}, *, 0, 1 \rangle$ является реляционной структурой

ρ является функцией верификации $\rho : \mathcal{A} \times \mathcal{S} \rightarrow [0, 1]$, которая всякому эффекту в некотором состоянии сопоставляет действительное число из интервала $[0, 1]$ - его борновскую вероятность;

$0, 1$ являются выделенными состояниями в \mathcal{S} .

Функция ρ описывается как функция, которая всякой пропозициональной переменной или формуле A , находящейся в состоянии φ , сопоставляет действительное число из интервала $[0,1]$, и которая обозначает ту вероятность, с которой A выполнима в состоянии φ .

Обозначим за $\|A\|_a$ множество $\{\varphi \in S : \rho(A, \varphi) = a\}$ всех состояний, в дальнейшем называемое *a-пропозицией* или *a-экстенсионалом эффекта*, в которых борновская вероятность эффекта A имеет значение a .

Покажем, как образуются пропозиции :

$$\|\alpha\|_a = \{\varphi \in S : \rho(\alpha, \varphi) = a\} \subseteq \mathcal{P}(S);$$

$$\|A'\|_a = \{\psi^* \in S : \mathcal{R}\varphi\psi x \& \rho(A, \varphi) = a \& \rho(A, \psi) = 1 - a\}$$

$$\|A \oplus B\|_a = \{\psi \in S : \mathcal{R}\varphi_1, \varphi_2, \psi \& \rho(A, \varphi_1) = b \& \rho(B, \varphi_2) = c \& (a = b + c \& b + c \leq 1) \vee a = 1\}$$

Обозначая множество всех экстенсионалов как Π , зададим функцию оценки v , которая сопоставляет всякому эффекту значение его экстенсионала из Π :

$$v(A) = \|A\|$$

$$v(A') = \|A'\|$$

$$v(A \oplus B) = \|A \oplus B\|$$

Учитывая постулаты 3, 6 можно определить операцию ' и \oplus на экстенсионалах, получая:

$$v(A') = v(A)'$$

$$v(A \oplus B) = v(A) \oplus v(B)$$

Будем говорить, что A влечет B в реализации в алгебре эффектов E , записывая это как $A \models_E B$, тогда и только тогда, когда $A \leq B$. A алгебраически влечет B ($A \models_A B$) тогда и только тогда, когда для любой E имеет место $A \models_E B$.

Будем говорить, что A реляционно влечет B в крипкевской модели для алгебры эффектов $\mathfrak{M} = \langle S, \mathcal{R}, ^*, \rho, 0, 1 \rangle$, записывая это как $A \models_{\mathfrak{M}} B$, тогда и только тогда, когда $\forall \varphi \in S (\rho(A, \varphi) \leq \rho(B, \varphi))$. A реляционно влечет B ($A \models_{\mathcal{R}} B$) тогда и только тогда, когда для любой \mathfrak{M} имеет место $A \models_{\mathfrak{M}} B$.

Определение 3 (Крипкевская реализация для квантовой логики эффектов). Крипкевская реализация **QLE** представляет собой систему $K = \langle S, \mathcal{R}, ^*, \rho, 0, 1, \Pi, v \rangle$, где:

- (1) $\langle S, \mathcal{R}, ^*, \rho, 0, 1 \rangle$ есть крипкевская модель, а Π является множеством экстенсионалов, содержащим \emptyset, S и замкнутым относительно ' и \oplus ;
- (2) v есть функция, сопоставляющая любой формуле (эффекту) экстенсионал из Π , удовлетворяющий следующим условиям:

$$v(A') = \|A'\|$$

$$v(A \oplus B) = \|A \oplus B\|$$

Вместо $i \in v(A)$ условимся писать $i \models_K A$ и будем читать "А имеет борновскую вероятность в состоянии i ".

Для того, чтобы ассоциировать построенную реляционную семантику с алгеброй эффектов формулируется и доказывается следующая теорема:

Теорема 1. (i) Если $A \models_E B$, то существует такая крипкевская реализация \mathcal{K}^E , что $A \models_E B$ тогда и только тогда, когда $A \models_{\mathcal{K}^E} B$.
(ii) Если $A \models_K B$, то существует такая реализация в алгебре эффектов E^K , что $A \models_K B$ тогда и только тогда, когда $A \models_{E^K} B$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ. Проект «Логические и эпистемологические аспекты конструктивного знания» № 16-03-00364

Литература

- [1] Васюков В. Л. *Квантовая логика*. // М., 2005
- [2] Foulis D. J., Bennett M. K. *Effect Algebras and Unsharp Quantum Logics*. // Foundation of Physics. 1994. Vol. 24, No 10. C. 1331-1352.
- [3] Dalla Chiara M. L., Giuntini R., Greechie R. *Reasoning in Quantum Theory*. // Springer, 2004

О модусах повествовательного предложения

Шиян Т. А. (Москва)

On the modi of declarative sentence. Author problematises the status of judgments as the only sense type of the declarative sentences. From the author's point of view, judgment connects with a particular (theoretical or reflexive) attitude and special considers (Setzung). The author points to the presence of other types of such considers (Setzungen), that he call "detection" (Konstatierung) and "postulation".

Под высказыванием обычно понимают повествовательное предложение, смыслом которого является суждение. Под суждением же – такой смысл предложения, который может быть оценен как истинный или ложный. Известны классы повествовательных предложений, которым отказано или может быть отказано в статусе «высказываний» на том основании, что их смысл не является суждением. Например, перформативные «высказывания», неполно или плохо сформулированные предложения, утверждения о будущих случайных событиях и др. В отличие от них предложения, обычно вполне уверенно и однозначно трактуемые как высказывания, будем называть «нормальными повествовательными предложениями» (НПП) и ограничимся их рассмотрением. Выдвигаемый **тезис** состоит в том, что *НПП не во всех ситуациях выражают суждения, суждение – лишь один из возможных pragматических типов смысла НПП*. В зависимости от типа такого выражаемого смысла будем говорить о тех или иных модусах НПП. Модусы зависят не от формы самого предложения, а от смыслового, ментального действия, порождающего это предложение и одновременно наделяющего его смыслом. Можно выделить как минимум три модуса НПП: модус постулирования, модус констатации, модус суждения.

Констатация – наиболее привычный способ функционирования НПП: актор описывает, выражает то, что он «воспринимает» в момент порождения предложения. Констатация является частным случаем семиотической операции замещения. В отличие от суждения констатация может быть удачной или неудачной, добросовестной или фиктивной, но не истинной или ложной. На бытовом уровне мы чаще всего воспринимаем предложения именно как констатации: как выражение, словесную фиксацию того, что есть (было), как уведомление о случившемся. Особую роль констатаций в методологии науки выделяли некоторые участники Венского кружка (М. Шлик и Б. Юхос).

Постулирование фактически является «созданием мира по слову», всегда может быть выражено при помощи императива. Основные виды ситуаций использования: 1) осуществляется при установлении «фактов» в детских играх и обычно выражается фразами типа «Пусть (чур) будет (есть, было) так-то»; 2) мыслится в связи с магическими мирами и обычно выражается фразами типа «Да будет так-то!» (в сопровождении некоторых магических манипуляций и как их часть); 3) осуществляется при принятии аксиом в формализованных теориях, а также в формальных теориях, правовых системах и др. формализованных контекстах при помощи pragmatische номинальных определений. Будучи неявной формой императива, постулирование является частным случаем перформатива в смысле Дж. Остина.

Суждение связано с особым, рефлексивным или теоретическим отношением к предложению и его содержанию, в результате которого происходит разрыв «наивной» дейктической или продуктивной связи между «словом» и «миром». Возникает в результате переноса уже порожденного предложения в иной контекст, в частности, за счет перехода участника коммуникации в рефлексивную позицию по отношению к исходной ситуации, в результате чего становится возможным проблематизация связи между планом выражения и его предметом и постановка вопроса об истинности, ложности, неопределенности и т.п. исходного предложения.

Повествовательное предложение само по себе не выражает суждения, констатации или постулирования (в этом можно согласиться с Г. Фреге). Все, что можно приписать предложению самому по себе, вне конкретной коммуникативной ситуации (если вообще что-то можно ему приписать в таком случае) – это описание некоторого абстрактного положения дел, без каких-либо экзистенциальных, pragmatischen и т. п. полаганий. Тогда как соотнесение этого положения дел с некоторой предметной областью \mathcal{U} , утверждение о существовании или несуществовании в \mathcal{U} данного положения дел (суждение), конституирование \mathcal{U} , постулирование наличия в ней данного положения дел (постулирование), описание \mathcal{U} , вербализация ее структуры (констатация) задается только в контексте некоторой конкретной коммуникативной ситуации.

История логики

Теория суждения в психологизме М. Хайдеггера

Азарова Ю. О. (Харьков)

My analysis of Martin Heidegger's PhD Dissertation "Theory of judgment in psychologism. A critically-positive contribution to logic" (1913) allows to claim that: (1) the division of the spheres of logic and psychology can only be shown, and not proven; (2) the logical is manifested in the categorical sense of judgment; (3) the sense provides a logical basis for judgment.

В 1913 г. Мартин Хайдеггер защищает диссертацию «Теория суждения в психологизме. Критически-позитивный вклад в логику» [1]. Изучая труды Антона Марти, Вильгельма Вундта, Теодора Мейера и Теодора Липпса, он отмечает, что предлагаемая в них теория суждения может быть квалифицирована как психологизм.

Логический психологизм – это теория, кладущая психологию в основу логики. Она опирается на три постулата: 1) эмпирический опыт – исходный пункт научного анализа; 2) законы логики являются законами психологии; 3) верификация истины – достаточный критерий познания.

Хайдеггер исследует три компонента психологизма: (1) теория суждения; (2) теория истины; (3) теория познания. Однако главный акцент он делает на истине. Позже в 1939 г. в статье «Мой путь» Хайдеггер ретроспективно отметит, что «ключевой вопрос, который я ставлю в "Die Lehre vom Urteil im Psychologismus", это вопрос об истине» [2, С. 364–365].

В первой части диссертации Хайдеггер детально разбирает теорию суждения на примере 4 типов суждения: утвердительного, отрицательного, гипотетического и безличного. Особое внимание он уделяет отрицательному суждению, полагая, что оно работает с такой же степенью логического обоснования, как и положительное суждение.

Хайдеггер отмечает, что главная проблема, с которой сталкивается психологизм, это путаница между актом суждения и содержанием суждения. Причина путаницы вызвана тем, что психологизм укореняет суждение в субъективной деятельности человека, а не в объективной закономерности.

Соответственно, Хайдеггер ставит вопрос о необходимости разделения сфер (*Geltung*) логики и психологии. В то же время он четко осознает, что

разделение двух регионов «не может быть доказано, но только показано» (*kann nicht bewiesen werden, sondern nur aufgewissen*) [1, С. 165]¹.

Хайдеггер признает, что психологизм – главная проблема философии логики. Она не разрешается в рамках конкретной логической системы. В данной ситуации можно действовать лишь эмпирически, показывая, как логическое обнаруживает свою очевидность именно в суждении.

Во второй части диссертации Хайдеггер предлагает «практическое» объяснение суждения. Рассматривая логическое как то, что противостоит психическому, он фокусирует внимание на *категориальном* смысле суждения, где «логическое предстает в своей максимальной чистоте» [1, С. 165].

Хайдеггер начинает анализ не с дефиниции суждения, как обычно принято, а с примеров, которые, раскрывая структуру суждения, обеспечивают очевидность логической области, к которой они принадлежат. «Нас интересует не само суждение, а то, как оно открывает доступ к логическому *par excellence*» [1, С. 166–167.].

Хайдеггер приводит простой пример: «обложка книги – желтая». Это суждение мы можем высказывать в самых разных случаях, ситуациях и контекстах. Очевидно, – но не доказуемо (!), – что во всех случаях остается нечто неизменное, а именно: «желтизна поверхности» (см.: [1, С. 168–170.]).

Такое постоянство (или константа) имеет автономный характер. Оно совершенно не зависит от окружающей среды. Мы удивляемся такой очевидности и понимаем, что именно она обеспечивает нам исходное основание (пусть даже не верифицируемое) для любых логических теорий.

Хайдеггер отмечает, что всегда существует «нечто» такое, что доступно нам со всей очевидностью, и это «нечто» имеет логический характер. Это «нечто» – не физическое и не психическое, а именно логическое. Оно «сохраняет в себе логическую валидность (*logische Validität*)» [1, С. 170.].

«В процессе суждения мы открываем то, что может быть логически валидным» [1, С. 170.]. Логически валидное Хайдеггер называет «смыслом» (*Sinn*). Смысл обеспечивает логическое основание суждения. Без смысла суждение работать не будет. Поэтому «смысл может быть назван логической стороной суждения» [1, С. 172.].

Хайдеггер утверждает, что именно смысл, который фиксирует наличие чего-то общего, свойственного всем случаям высказывания суждения, конституирует их сущностное ядро. Смысл представляет собой «каркас» суждения. В таком статусе смысл также может стать предметом познания.

По мнению Хайдеггера, «вопрос смысла “смысла” не бессмыленен» (*Die Frage des Sinnes “des Sinnes” ist nicht sinlos*)» [1, С. 171.]. Смысл – это то, что может быть понято, ибо понять выражение – значит усвоить его смысл. Смысл имеет объективную природу и не может быть ассилирован субъектом.

¹Это феноменологическое прозрение относительно того, что психологизм не может быть опровергнут исключительно логическим образом, Хайдеггер подробнее развернет в лекционных курсах по логике в 1920-е гг.

Итак, смысл – это главный фактор, иллюстрирующий логическую природу суждения. Сам же смысл соотносим с дилеммой «истинное – ложное», которая приложима только к суждению. Однако есть еще один момент, который эксплицирует логическую структуру смысла: смысл имеет некую исходную и нередуцируемую данность.

В третьей части диссертации Хайдеггер рассматривает природу суждения. Любое суждение валидно лишь в том случае, если оно истинно или ложно. Истинное суждение представляет знание. Следовательно, мы можем сказать, что все наше знание покоятся на суждении.

Здесь Хайдеггер приводит «проблематические» безличные суждения. Он считает, что они могут иметь собственную структуру обоснования. Например, суждение «дождит!» фиксирует происходящее событие, показывая, что «сейчас идет дождь». Безличные суждения также представляют знание, если их очевидность бесспорна.

Завершая диссертацию, Хайдеггер подчеркивает, что логика принципиально отличается от психологии. Фундамент логики – рациональное мышление. Законы мышления не могут быть редуцированы к законам психики, т. к. они имеют объективную природу, сродни синтаксису и грамматике языка.

«Изучая проблемы суждения, – резюмирует Хайдеггер, – мы видим, что логическое может быть раскрыто через различный смысл (*Sinn*) высказывания» [1, С. 186.]. «Главная забота логики связана не . . . с происхождением идей, а с поиском новых правил вывода и прояснением значения слов» [1, С. 186.].

Соответственно, логика должна совершенствовать приемы построения умозаключений, разрабатывать способы доказательства и опровержения, расширять свой методологический инструментарий, уточнять схему категорий, пролагать пути к достижению истины.

«Лишь тогда, когда логика развивается на подобной основе, мы будем способны решать эпистемологические проблемы более успешно, различая *тотальную* область бытия в ее *частных* регионах, а также будем способны четко показать специфику знания этих областей» [1, С. 186.].

Таким образом, изучая теорию суждения, Хайдеггер выходит к базовым проблемам логики. Специфику его подхода определяет акцент на отношении между примordialной истиной и истиной суждения. Обоснование чисто логической природы суждения характеризует *modus operandi* Хайдеггера в молодые годы.

Литература

- [1] Heidegger M. *Die Lehre vom Urteil im Psychologismus. Ein kritisch-positiver Beitrag zur Logik. Dissertation (1913)*// Heidegger M. Gesamtausgabe. [Hrsg. Friedrich Wilhelm von Herrmann]. – Frankfurt-am-Main: Vittorio Klostermann, 1976. – Bd. 1. Frühe Schriften. – S. 59–188.

- [2] Heidegger M. *My Path Hitherto* // Heidegger M. Mindfulness. [Transl. by Parvis Emad and Thomas Kalary]. – London: Continuum, 2006. – P. 361–369.

О некоторых логических идеях ат-Туси в «Тахрири Усул Уклидис» («Изложение Евклида»)

Бабаев А. А., Меджслумбекова В. Ф. (Азербайджан)

Takhriiri Usul Uklidis of Nasireddin at-Tusi is one of numerous Arab-Muslim version of Elements of Euclid. For an explanation of essential changes in a logico-conceptual part of this treatise and in character of the proofs authors used logical works of at-Tusi Tadjhridul mantiq (Estraction from logic), and Asas-al-Iktibas (Bases of acquisition of knowledge).

«Тахрири Усул Уклидис» (Изложение, Комментарии, Редакция Евклида) [1] выдающегося ученого XIII века Восточного Средневековья представляет собой переработку «Начал» Евклида [2], точнее переводов «Начал», принадлежащих Сабиту ибн Кура и ал-Хаджжаджу. Комментарии ат-Туси затрагивают не только чисто математическую часть (доказательства теорем), но и логико-понятийную часть, касающуюся трех составных элементов геометрии (по Аристотелю): определения, общепризнанные истины, свойства, которые непосредственно связаны с логикой предмета.

Для анализа тех изменений и замечаний, которые внес ат-Туси в свою версию «Начал», были привлечены его логический трактат «Таджридуль мантиг» («Извлечение из логики») [3] и фрагменты из его девяносточастного канона «Асас аль-Иктибас» («Основы приобретения знаний») [4].

Логико-методологическое учение Туси о суждении, доказательстве аргументации и основных положениях науки послужило основой для объяснения той структуры и характера положений, которые он приводит в базисной аксиоматической части. Так, он подчеркивает отличие понятия от определения. По поводу последнего ат-Туси пишет: «при этом используется анализ предмета по сути до достижения его наивысших родов и видовых отличий-распределителей, делением на части и частицы, чтобы постичь то, что преследуется».

Во Введение Туси дает логическое определение точки: «То что не имеет частей и постигается через фигуры». Туси выводит определения геометрических объектов из метагеометрической сферы, где предмет «анализируется», на субъектный уровень постулируемым утверждением: «Во-первых, обязательно должно быть обусловлено, что точка, линия, поверхность, а также круг существуют».

Его тезис о «началах наук», в котором говорится об основных положениях, которые либо категорические (аксиомы), либо «источники», которые используются в данной науке, либо «коренные начала» (постулаты). По поводу последних, ат-Туси говорит: «Обучающемуся надлежит признать их, независимо от того, признает он их или снисходителен к ним».

В некоторых вариантах «Начал» после списка аксиом, то есть тех положений, которые, как говорит Аристотель, «необходимо иметь каждому, кто будет что-то изучать», послесписка аксиом Евклид помещает три положения, имеющие дело с геометрическими объектами: в том числе аксиому 11, которая впоследствии исследователями была перенесена в список постулатов и известна как «пятый постулат о параллельных». Туси не считает это положение постулатом. В [5] ат-Туси говорит по поводу этого положения: «Он (Евклид) считал, что геометр не может доказать это свойство, наиболее существенное для предмета искусства, оно получается необходимо в высшем искусстве». Но это высшее искусство не есть философия, но те самые «источники» о которых говорит Туси в своем определении основ науки, в поле которых происходят обсуждения, формируются представления и вырабатываются понятия.

Литература

- [1] Н. ат-Туси. *Тахрири Усул Уклидис* (*Изложение Евклида*). Тегеран, 1981.
- [2] Евклид. *Начала*. М-Л, 1946.
- [3] Н. ат-Туси. *Таджридуль мантыг* (*Извлечение из логики*). Баку, 2015.
- [4] Н. ат-Туси. *Аас-аль Иктибас* (*Основы приобретения знаний*). Тегеран, 1956.
- [5] Н. ат-Туси. *Трактат, исцеляющий сомнение по поводу параллельных линий* // Историко-математические исследования, XIII в. 1960, с. 483–527.

К истории логико-математических методов в нейронауке: вклад фон Неймана

Бажсанов В. А., Шевченко Т. В. (Ульяновск)

The Abstract deal with the first logico-mathematical approaches to neuroscience, namely John von Neumann. We discuss his ideas related to automata theory and heuristic cues from the real brain structure and functioning, his standpoint that either the computer, or the brain are digital devices under certain logical control. We claim that the further development of information technique followed the path different from that predicted by von Neumann.

1. Середина XX века ознаменовалась бурным прогрессом физики и математики. Значительный вклад в этот прогресс принадлежит Дж. фон Нейману. Выдающиеся способности фон Нейман демонстрировал с юных лет, но его становление как зрелого ученого фактически проходило вне каких-либо известных школ: он был самоучкой. Однако нельзя не обратить внимание, что фон Нейман в Будапеште закончил лютеранскую гимназию, из которой вышла по меньшей мере дюжина выдающихся исследователей, из них шесть Нобелевских лауреатов.

2. Фон Нейман оставил заметный след во многих фундаментальных областях физико-математического знания: от теории множеств и квантовой

механики до эргодической теории и экономики. Фон Нейман принадлежал редкой в XX веке породе представителей этого знания – энциклопедистов. В 1940-х годах он стал живо интересоваться прикладными вопросами, особенно связанными с разработкой вычислительной техники, которые он рассматривал под углом зрения, задаваемым особенностями функционирования мозга.

3. Еще в 1948 году фон Нейман в Калифорнийском технологическом институте выступает с программным докладом «Механизмы мозга в поведении». Последнее десятилетие его жизни проходило в стремлении объединить дискретную и непрерывную математику путем создания новой теории информации, которая бы охватывала системы любой природы и, прежде всего, мозг. Эта программа колоссальной сложности так и не была полностью реализована ввиду безвременной кончины ученого в возрасте 53 лет. Незавершенная книга фон Неймана «Вычислительные машины и мозг», которая включала отдельные заметки и соображения автора по этой проблеме, все-таки увидела свет в 1958 году [1].

4. Фон Нейман высоко ценил теорию формальных сетей У. МакКаллока и У. Питтса, в которой логика связывалась с нейронными сетями и демонстрировалось, что однозначное грамматическое (синтаксическое) описание выражало посредством конечной нервной сети, что эти сети могут выполнять любые преобразования, которые реализуются на дискретных устройствах с конечной памятью. Продолжая эту аналогию, которая фиксирует факт работы мозга как целостной системы в условиях отказа (травмы) ряда областей мозга, фон Нейман выдвинул революционную идею построения надежной (т.е. действующей без сбоев) вычислительной машины на основе элементной базы из ненадежных компонентов. До фон Неймана считалось, что функции каждого элемента потенциальной вычислительной системы жестко детерминированы: выход из строя какого-либо элемента означает прекращение работы всей системы и поэтому все элементы должны быть надежными.

5. По существу, в своей теории автоматов, которая должна была бы охватывать все (живые и искусственные) системы, приспособленные для передачи информации, фон Нейман продолжал линию, намеченную еще Лейбницием и продолженную Дж. Булем, которая бы объединяла мышление, логику, язык на основе алгебраических структур (и технических систем – имея в виду XX век). В этом же направлении работали и современники фон Неймана – А. Тьюринг, К. Шенон, В. И. Шестаков, которые следовали идею своего рода изоморфизма логики и электрических цепей.

6. Любой компьютер (цифровой или аналоговый) по мнению фон Неймана представляет собой систему, которая оперирует дигитальными (цифровыми), а не символьными данными в процедурах, задаваемых определенной логикой. Таким образом, мозг некоторым образом совершает громадное число сложных вычислений. Число элементов мозга существенно превышает число элементов компьютера, хотя для искусственных систем

работа в параллельном режиме может быть трудно реализуемой. При этом надо отдавать отчет, что «логический подход и структура естественного автомата ожидаемо значительно отличается от искусственного автомата ... Нервная система передает численные данные посредством периодических или близким к таковым, сериями импульсов ... это позволяет ей делать надежно сложнейшую работу на довольно низком уровне точности операций первичных элементов» [1, р. 52, 77]. В то же время фон Нейман выражал разочарование техническими возможностями наблюдения динамики нейроструктур. Эффективные методы исследования мозга (фМРТ, ПЭТ и т.д.) были разработаны позже. Эти методы позволили выяснить, что мозг кодирует и обрабатывает информацию иными способами, нежели предполагал фон Нейман [2].

7. Вопреки ожиданиям фон Неймана развитие теории автоматов пошло не совсем тем путем, который он предполагал. Более востребованными оказались наработки А. Тьюринга, и в определенной мере К. Шеннона и В. И. Шестакова. Среди пионеров компьютерной техники следует назвать и В. Атанасова.

Работа поддерживалась грантом РФФИ/РГНФ 16-03-00117а «Социально-культурная революция в нейронауке: предпосылки и значение для логики, эпистемологии и философии науки».

Литература

- [1] von Neumann J. *The Computer and the Brain*, second edition. New Haven: Yale University press, 2000.
- [2] Lyons I. M., Ansari D., Beilock S. L. *Qualitatively Different Coding of Symbolic and Nonsymbolic Numbers in the Human Brain* // Human Brain Mapping. 2015. Vol. 36. P. 475–488.

Комментарии Стефана Александрийского на 9 главу «Об истолковании»

Воробьев В. В. (Москва)

In this paper the author considers Stephan's commentary on Aristotle's point of view on truth values of contingent propositions about future events as well as associated problem of determinism. He also deals with the analysis of the Reaper Argument in the above "Stephani in librum Aristotelis De Interpretatione commentarium".

Стефан Александрийский (вторая половина 6 в. – начало 7 в. н. э.) был учеником учеников Аммония Гермия (435/445 – 517–526 г.г.). Особого внимания историков философии он до сих пор не привлекал, несмотря на то, что сохранились его достаточно многочисленные сочинения по философии и логике (комментарии к Аристотелю и Порфирию), медицине, астрономии (см. [4]). Высокий уровень научных знаний Стефана был подтвержден,

когда византийский император Ираклий (годы правления: 610–641) пригласил его для преподавания в столице.

Современные исследователи считают, что в Александрии к началу 6 в. н.э уже сформировалась целая «комментаторская» школа неоплатоников, основателем и главой которой был Аммоний, и к ней в той или иной степени были причастны (или непосредственно участвовали) такие известные (прежде всего в качестве комментаторов Аристотеля) философы, как Иоанн Филопон, Олимпиодор, Симпликий, Дамасский и ряд других. Аммоний же «дал модель для метода интерпретации Аристотеля и Платона», а «его комментарий на «Об истолковании» был особенно важен и послужил источником для Стефана и других комментаторов» ([11], статья «Аммоний», ч. 4).

В начале комментария Стефан излагает обычные отношения между высказываниями, как они устанавливаются по логическому квадрату. Затем он рассматривает взгляды Аристотеля (в близком соответствии с комментарием Аммония – см. мою статью «9 глава «Об истолковании» Аристотеля и фатализм» в сб. Логико-философские исследования. Вып. 7) по поводу истинностных значений случайных высказываний, относящихся к настоящему и прошлому и устанавливает, что эти значения существенно отличны от истинности случайных высказываний, относящихся к будущему.

Стефан излагает также «парадокс жнеца», почти дословно повторяя соответствующий текст из комментария Аммония. В статье комментарии Стефана и, в частности, «парадокс жнеца» рассматриваются текстуально и достаточно подробно проанализированы.

Исследование осуществляется при содействии РГНФ, проект № 15-03-00138 «Античная логика и византийская интеллектуальная традиция: аспекты рецепции»

Литература

- [1] *Ammonius in Aristotelis De Interpretatione Commentarius*, A. Busse (ed.), *Commentaria in Aristotelem Graeca IV*, 5. Berlin, 1897.
- [2] *Ammonius On Aristotle's On Interpretation 9 with Boethius On Aristotle's On Interpretation 9*, transl. by D. Blank and N. Kretzmann. London and Ithaca, 1998.
- [3] *Stephani in librum Aristotelis De Interpretatione commentarium. Commentaria in Aristotelem Graeca*, vol. XYIII, pars III, Berolini, MDCCCLXXXV.
- [4] Болгов Н. Н. «Последний схоларх» Стефан Александрийский и круг его знания. // Империя римеев во времени и пространстве: центр и периферия. Тезисы докладов XXI Всероссийской научной сессии византинистов. Белгород 20–23 апреля 2016 г. С. 30–32.
- [5] *Ammonius and the Seabattle. Texts, Commentary and Essays*. Ed. By G. Seel. W. de Gruyter. Berlin. New York, 2001.
- [6] *Aristotle Transformed. The Ancient Commentators and Their Influence*. Ed. by R. Sorabji. N-Y, 1990.

- [7] *A Brief History of the Paradox: Philosophy and the Labyrinths of the Mind.* Oxford, 2003.
- [8] *Byzantine Philosophy and its Ancient Sources.* Ed. by K. Ierodiakonou. Oxford, 2002.
- [9] *The Cambridge history of later Greek and early Medieval philosophy.* Cambridge, 1967.
- [10] Marko V. *Some Sketchy Notes on the Reaper Argument.* Organon F: Medzinárodný Časopis Pre Analytickú Filozofiu 19 (3): 361–387 (2012). Bratislava.
- [11] The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Principal Editor: Edward N. Zalta. URL: <http://plato.stanford.edu/>, Stanford.

The History of Definition Theory in Byzantium

Goncharko O. Yu. (Perm)

The report is proposed to represent the history of definition theories within the Greek (Byzantine) Medieval period up to the 12th century and to establish their modern logical reconstructions. The goal is to explore the ways Byzantine scholars constructed their definition theories commenting on the *Categoriae* and *Isagoge* and reconstruct these theories using modern logic and linguistic systems concerning the theory of definition meanwhile tracing out the relationship between non-classical Medieval logical ideas and the foundations of the modern non-classical logics.

Recently I have managed to analyze the commentaries on Porphyry's and Aristotle's theories of definition by John of Damascus, John Italus, and Theodoros Prodromos in terms of set theory concerning the Russell's paradox [2]. I argued that the Byzantine scholars performed different original implementations of basic logical notions concerning Porphyrian definition theory and discovered their self-referential property. The special attention was paid to the five *predicabilia* notions applications in logical, philosophical, and theological perspectives [3].

While much of the literature on the Byzantine logics examines the manuscripts concentrating on the editing and interpreting problems, my own analysis is situated within a small but growing number of studies which consider a reconstruction of ancient logical ideas by means of modern logic systems (for example, Stamatios Gerogiorgakis reconstructed the Byzantine liar paradox solutions in terms of game semantics [1]; Basil Lourié recently reconstructed the Cappadocian triadology in terms of paraconsistent number theory; he also reconstructed the name theory by Dionysius the Areopagite using intensional semantics and modal logics [4], etc.).

The primary purpose of my report is to trace out the history of Medieval Greek commentaries on Aristotelian and Porphyrian definition definitions. My core interests can be encapsulated in a following basic questions: how should

we bring out the main definition theory ideas of Byzantine scholars? which are the definition theory points of inquiry in Byzantine commentaries? to what extent are these ideas the reception or the anticipation of their Western Latin counterparts? which modern logical techniques should be used to reconstruct them? These questions get to the heart of ongoing discussions about the history of Byzantine logics as well as debates over its distinctions and independence from other logical Medieval traditions. This research is a part of a broader effort in the recent investigations studying the interactions linking Modern and Medieval logics.

The author is supported by the Russian Foundation for Humanities, project RFH № 15-03-00138.

Bibliography

- [1] Gerogiorgakis S. *The Byzantine Liar* // History and Philosophy of Logics. 2009. vol. 30. P. 313–330.
- [2] Goncharko O. Yu., Romanenko Yu. M. *A Brief History of Self-Reference Notion Implementation in Byzantium: Did the Byzantine Theologians and Scholars Formulate the Russell's Paradox?* // Scrinium. 2016. T. 12. P. 244–260.
- [3] Goncharko O. Yu. Slinin Ya. A., Chernoglazov D. A. *Theodoros Prodromos Logical Works: Xenedemos and Voices* // Logical Investigations. 2016. Vol. 22, № 2. P. 91–122.
- [4] Lourié, B. *Philosophy of Dionysius the Areopagite. Part One: An Approach to Intensional Semantics* // Georgian Christian Thought and Its Cultural Context Memorial Volume for the 125th Anniversary of Shalva Nutsubidze (1888–1969). 2014. P. 81–128.

Aristotle's logic and theology: communicative aspects of mutual influence

Griftsova I. N., Sorina G. V., (Moscow)

There are numerous interpretations of Aristotle's logic, its major characteristics, the correlation between its deductive and inductive components, its theoretical and practical aspects, the connection between formal and informal logic, and other contentious issues. The communicative space of such issues seems inexhaustible. The only incontrovertible fact is that, as an independent field of knowledge and a science, logic was first introduced in the 4th century BC in the works of Aristotle. This fact is unanimously recognised in the academic community. At the same time, the question as to how the field of knowledge described by Aristotle and later known in the history of culture as the Organon started to be called logic has not finished answer. The paper puts forward a hypothesis connected with the problem, examines it in the context of the communicative capabilities of Aristotle's logic and its relation to theology.

Questions on Vasil'ev's ontological hypothesis

José Veríssimo Teixeira Da Mata (Brazil)

The aim of my presentation in Smirnov's Conference is to think the place of Vasil'ev's ontological hypothesis for his work and for the development of logic.

What is the most characteristic of Vasil'ev's ontological hypothesis? A imaginary world where the law of logic are different from logical laws in our world. In this imaginary world the law of contradiction doesn't act. In this imaginary world, there is the indifferent judgment

The secret why this new logic doesn't collapse is the indifferent judgment. Here we have intrastatemental contradictions and not the interstatemental contradiction: the contradictions, when they are intrastatemental, can preserve a logical system from the collapse.

It is to discuss the advantages and disadvantages of Vasil'ev's hypothesis for logic, in its complexity, considering its relations with philosophy. Why did Vasil'ev appeal to the hypothesis of imaginary world? What was the function of this hypothesis? What is the basic difference between Lobatchevsky's appeal to imaginary geometry and Vasil'ev's appeal to imaginary logic, specially in what concerns the logic of contradiction?

It is quite remarkable that Vasil'ev didn't limit his exposition of his invention on a presentation of a new logic. He presents it linked with a ontological hypothesis. What is the most characteristic of Vasil'ev ontology? It is his ontological hypothesis: a imaginary world where the laws of logic are, in someway, different from the logical laws that we can recognize in our world. Specially, in this imaginary world the law of contradiction doesn't act, then Vasil'ev's hypothesis absolutely doesn't concern our reality.

Why did Vasil'ev need this hypothesis? What is its meaning? What are its advantages and disadvantages? What is the first consequences of Vasil'ev's ontological hypothesis? What is the characteristic of the logic in the imaginary world? How can we think the Vasil'ev's invention from the Aristotle's contribution to logic? Can we approach Aristotle's subcontraries propositions to Vasil'ev's invention?

The Vasil'ev's ontological hypothesis is very complex event, if we pay regard to its effects. It remember us that logic suppose ontological hypothesis, and it allows the emergence of new kind of logics, but, by another side, it puts a limit to the development of the new logic, in particular, to the logics that operate with the contradiction that doesn't collapse the logical system. If it would be true that logic with indifferent judgment could be only imaginary, then the development of this new direction of logic would only a minor impact.

Although Vasil'ev refers to Lobatchevsky's creation o new logic, as a inspiration to his creations of imaginary logic, there is a enormous difference between the paths to these two new disciplines. Imaginary geometry was something quite new, when Lobatchevsky founded it. None before him has supported the idea of new laws for the space. There is yet a stronger reason: Lobatchevsky

was empirist, and thought his inventions as a new skill to think our space (1). In opposition to this fact, contradiction, as a ontological and logical hypothesis, has a long history with famous supporters in ancient and modern times, for example: Heracleitos and Hegel, or even Aristotle when he thinks the logic of possibility (Tomorrow will be and will not be a battle in Salamine (2)).

In particular, hegelianismus had a great influence in Russia in the Vasil'ev's times. Although Hegel was idealist, he admitted real contradictions, and this was not a problem for him, as all appears as a development of idea.

In Vasil'ev's hypothesis we have something like a continuity of the dualism in the world, where we have a logical sphere for God and logical sphere for us.

Someone has supported that God could even change the past and he could so give back to a deflowered girl the lost virginity. Consequently, the hypothetical necessity would not valid to the God's logic (3). There is then a logic for us, and a logic for God.

Vasil'ev concede us the chance to think the contradiction in a coherent logical system, as in Kant's thought we can think the things in themselves (*Dinge an sich*), but we could not experience the objective contradictions in our world, as we could not experience the *Dinge an sich* or the contradiction in Kant.

God that could see the essences remains himself absconditus in Kant's thought and in Vasil'ev's ontological hypothesis concerning contradiction.

Логика Аристотеля в Китае: первая попытка перевода и интерпретации

Кварталова Н. (Москва)

Speech in the report is about the first translation of Aristotle's works into Chinese and the difficulties of interpreting the concepts of European logic in the Chinese tradition.

История проникновения логики в Китай весьма интересна в силу изначального различия между китайским языком и языковыми традициями, в которых зарождались логические системы от Аристотеля до Дигнаги. (Переводы учения последнего, хотя и появились в Китае в VII веке, не оказали влияния на учения китайских философов.)

Отсутствие формализма и символов достаточно абстрактных, как показал А. И. Кобзев [1], более усложнило адаптацию силлогистики для китайского восприятия. Практики рассуждения и умозаключения были в китайской философии, расцвел их пришелся на время «ста школ» (ок. V–III вв. до н. э.) и отражен в трудах Гунсунь Луна, моистов и Конфуция. Но эти рассуждения не имели формального выражения и основывались на содержании терминов посылок. Китайцев интересовала прагматическая сторона рассуждения, но не формальный аспект.

В XVII веке иезуиты принесли в Китай труды европейских ученых, и впервые на китайский язык были переведены «Начала» Евклида и начались попытки перевода логической терминологии. Знакомство Китая с логикой началось не с Аристотеля, а с Евклида. Хотя перевод португальского сочинения по аристотелевской логике «Inquiries into the principles of names» был сделан уже в 1631 г. португальским миссионером Франческо Фуртадо (1587–1653) при помощи Ли Чжицзао (1565–1630). Название уже говорит о неразработанности логической терминологии – трактат был переведен как Ming li tan, (первоначально название – «Очерки об аристотелевском диалектическом методе») где мин ли – термин, позаимствованный из учения еще «школы имен».

Профессор Юань Цзинмэй предполагает, что знакомство китайцев с европейской логикой через геометрию имело серьезные последствия для последующего восприятия логики, а также превратило аристотелевскую логику в «китайскую аристотелевскую логику» [2]. И виной тому термин чжи «указывать на...», использованный для введения остативных определений в переводе «Начал», сделанном Маттео Ричи (1552–1610) и китайским математиком Сюй Гуанци (1562–1633). Этот термин уже встречался в Китае, и именно в связи с логическими умозаключениями. Весьма известный в эпоху «ста школ» Гунсунь Лун (IV–III вв. до н. э.), которого сейчас принято называть «диалектиком» или «спорщиком», посвятил этому термину целую главу трактата, к счастью, дошедшую до нас и считающуюся самой сложной для интерпретации. По нашей версии перевода, чжи (указатели) – понятие, позволяющее конструировать сущности наподобие платоновских идей, и при такой интерпретации становится понятным, как вводятся в трактате Гунсунь Луна объекты метаязыка при отсутствии средств выражения таких объектов в китайском письме того времени.

Однако тот факт, что в первых переводах трактатов по геометрии и логике используется именно терминология «школы имен», о которой столь долго не было никакой информации, позволяет предполагать, что идеи номиналистов не были забыты, просто из плоскости философского знания они переместились в область научную (китайский переводчик португальских книг был, к слову сказать, астрономом). Если удастся найти и другие подтверждения, этот факт может оказать серьезное влияние понимание тенденций логического мышления в Древнем Китае.

Но вернемся к первому знакомству китайцев с европейской логикой. Аристотелевые категории, как и многие другие понятия, очевидные для греков, не имели аналогов в китайской мысли. Одного определения через «указатель», как это сделал Ли Чжицзао, было недостаточно, чтобы описать идеальные объекты, и эта неточность, несомненно, повлияла на восприятие китайскими читателями этого учения всей силлогистики Аристотеля, и может быть, вследствие этого учение несколько веков не было популярным в Китае.

Литература

- [1] Кобзев А.И. *Логика и диалектика в Китае.*
http://www.synologia.ru/a/Логика_и_диалектика_в_Китае
- [2] Yuan J. *Aristotelian logic in China – a case study of the Chinese translations of Euclid's Elements* Journal of East-West Thought. P. 81–94. <http://www.cpp.edu/jet/Documents/JET/Jet3/Yuan81-94.pdf>

Суппозиция в пропозициях с пустыми терминах в номиналистических онтологиях высокой схоластики: к чему отсылают химеры?

Копылова А. О. (Москва)

Как замечает Маккорд Адамс [3], в «SL Оккам ни разу не дает определения того, что он называет пропозицией (*propositio*), но делает ясным то, какие лингвистические единицы следует считать таковыми посредством структурирования и описания их видов».

Термин *propositio* вошел в латинскую традицию благодаря Цицерону, хотя он и употреблял его в ином смысле (см. [1]). В позднесхоластической логике терминологическая трактовка *propositio* (как в равной степени субъекта и предиката) отталкивается от определений, предложенных Боэцием, и связывается в первую очередь с предложением или высказыванием (если под последним иметь в виду то, что *высказывается*). То есть, *propositio* понимается как нечто, выраженное в языке (в традиции средневековой логики – соответственно в латинском) и обладающее истинностным значением. Некоторые современные исследователи (см. напр. [2]) характеризуют значение схоластического *propositio* через аналогию с современным различием *type-token*¹, причем *propositio* соответствует *token*, т.к. для него всегда принципиально иметь некоторую выраженную материальную языковую природу (быть термином устной речи, письменной речи или ментальным термином – все они, согласно средневековым схоластам, являются знаками, различающимися по своей чувственной материальной природе, что касается даже ментального термина²). Это отличает схоластическую традицию понимания *propositio* от современного использования термина «пропозиция», который носит более абстрактный характер, а не является тождественным конкретному, воплощенному материально лингвистическому объекту.

Деление пропозиций, которое предлагает Оккам, выглядит достаточно традиционным (похожую схему мы находим у Петра Испанского, Уильяма Шервуда как предшественников Оккама, так и Буридана, как его после-

¹ Одним из наиболее близких эквивалентов можно считать дистинкцию тип/конкретный представитель

² Это различие будет подробнее прояснено позднее в данной главе

дователя): он делит индикативные пропозиции на разные типы в соответствии с разными критериями.³

1. Категорические и гипотетические (молекулярные): первые являются простыми, в то время как вторые имеют составную структуру и включают в себя несколько категорических предложений.
2. Гипотетические в свою очередь подразделяются на соединительные (конъюнктивные), дизъюнктивные, условные, каузальные (причинные), темпоральные

Далее все классификации касаются категорических пропозиций:

1. De inesse и de modo – ассерторические и модальные. Модальным высказыванием Оккам считает то, в котором присутствует modus (подробнее об этом далее).
2. В соответствии с видом субъектного термина и его соотнесением с «квантификационным» знаком: универсальные, частные, неопределенные, единичные.
3. В зависимости от модификации копулы: пропозиции о настоящем времени или о будущем и прошлом.
4. В зависимости от наличия дополнительных компонентов (например, «кто», «кроме» и др.) внутри предложения

Важно отметить, что основной логической единицей, согласно Оккаму, является именно пропозиция, причем речь идет о категорической пропозиции. Данный тип высказывания в схоластической традиции, базирующейся на аристотелевском описании речевых элементов в трактате «Об Истолковании», состоит из субъекта, предиката и копулы. Иными словами, он включает в себя два имени (субъект и предикат), разделенные глаголом (копулой)⁴. Например, «Sortes est animal»: здесь «Sortes» является субъектом, est стандартной утвердительной копулой настоящего времени, a animal – предикатом.

Целью данной работы является рассмотрение суппозиции субъектного и предикатного термина в пропозициях с пустыми понятиями и негативных пропозициях в логике У. Оккама, У. Бурлея и Ж. Буридана. Задачей автора будет показать, как работает суппозиция в сложных случаях у схоластов, руководствуясь номиналистической и реалистической онтологией и установить, как определяются условия истинности данных пропозиций. В результате интерпретация данных «сложных случаев» даст возмож-

³Если у Буридана эти критерии соответствуют делению в соответствии с аристотелевскими категориями (См.: Буридан. *Summae Dialectica*), то у Оккама мы не находим четко эксплицированных критериев. Данная классификация носит несколько хаотичный характер

⁴Эту так называемую «двух-именную» теорию уже сложно охарактеризовать как аутентично аристотелевскую, подобное понимание отношения субъекта и предиката как исключительно двух имен является схоластической новацией и было обусловлено, по их мнению, возможностью конверсии.

ность показать, может ли пониматься суппозиция как «экстенсиональная» или «интенсиональная» теория.

Тезисы подготовлены в результате проведения исследования (№ 17-05-0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (НИУ ВШЭ)» в 2017 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100». Статья подготовлена в результате проведения исследования (№ 17-05-0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (НИУ ВШЭ)» в 2017 г. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100»

Литература

- [1] Kneale M., Kneale W. *The Development of Logic*. Clarendon Press, 1962.
- [2] Lagerlund H. *Modal Syllogistics in the Middle Ages*. Brill, 2000.
- [3] McCord Adams M. *William Ockham*. University of Notre Dame Press, 1987, P. 180
- [4] Ockham W. *Opera Philosophica*. Gedeon Gál et al. (eds.), 7 vols. The Franciscan Institute, 1974–88. Vol. 1

Прогностическая форма дедукции в Древнем Китае

Крушинский А. А. (Москва)

From the point of view of Confucian philosophers of antiquity cognitive value of the reasoning is determined by its efficiency, so the highest cognitive status belongs to an unmistakable prognostic reasoning. This type of reasoning, where the exactness of the forecast is founded on the realization of a certain winning strategy may be called a prognostic form of deduction.

Логика, отвечающая стратегической направленности китайского менталитета, становится понятной лишь, будучи рассмотренной в стратегической перспективе – одной экзистенциально нерелевантной «правильности» рассуждений здесь явно не достаточно. Действительно, главное выражение конфуцианской традиции против софистики направлены не столько против неправильности практикуемых ей способов рассуждения, сколько против их неэффективности: ведь победы софистов ограничиваются исключительно сферой словопрений. Так, можно переспорить жителей целого царства, защищая тезис о том, что «белая лошадь не лошадь», но потом – при проезде на этой самой белой лошади через заставу – все же, исправно заплатить за нее пошлину как все-таки за лошадь. Вот почему аргументация софистов при всей своей неотразимости воспринималась китайской

мыслью как ущербная: неотразимая (букв. «способная побеждать уста»), но не убеждающая («не способная покорять сердца»).

Итак, поскольку с точки зрения конфуцианских мыслителей познавательная значимость рассуждения определяется его эффективностью, поскольку высочайшим познавательным статусом наделяется прогностическое рассуждение, увенчивающееся заведомо безошибочным прогнозом: судьба важнее препирательств, и ее предведение ценнее выигрыша в словесном состязании. Подчеркну, что речь здесь идет не о каком-то вероятностном, правдоподобном умозаключении, а о стопроцентно достоверном выводе, т. е. о дедукции. Очевидно, что истоки подобной прогностической формы дедукции в Древнем Китае следует возводить отнюдь не к публичным дебатам, а к эзотерической практике дивинации, характеризуемой «свойством чудесной прозорливости». Восходящая к мантической традиции прогностическая дедукция явилась, по-видимому, рационализацией культа предвиденья, свойственного синоцентричной цивилизации.

Говоря языком современности, рациональное переосмысление мантики руководствовалось, теоретико-игровыми соображениями. Достоверность прогностического рассуждения обосновывалась реализацией выигрышной стратегии, предварительно опознанной и просчитанной прогнозистом. Именно успешность претворения в жизнь выигрышной стратегии, подтверждающая и материализующая ее выигрышность, гарантирует непрекращающую истинность соответствующего прогноза. Иначе говоря, фактическая реализация выигрышной стратегии, превращающая посылку об использовании выигрышной стратегии одним из игроков в истинное утверждение, с необходимостью вынуждает прогностическое суждение следовать из этой посылки.

Типичный пример прогностической (когда по началу, уже знают конец) дедукции, опирающейся на своевременное опознание заведомой проигрышности игры для затеявшего ее игрока А и предсказание его неизбежного (в случае ее продолжения) проигрыша, дает древнекитайский философ Хань Фэй (280–233 до н. э.). Последний император династии *Инь*, впоследствии в историю под именем Чжоу-синь (XI в. до н. э.) на заре своего правления распорядился, чтобы ему изготовили из слоновой кости палочки для еды. Заключительным звеном в цепи событий, индуцированных императорским заказом эксклюзивных палочек, явились гибель самого Чжоу-сина и падение династии *Инь*, ознаменовавшие окончательный проигрыш безрассудно испытывавшего судьбу (игрок Б) монарха. Хань Фэй приводит безошибочный прогноз современника этих событий относительно как последовательности действий Чжоу-сина (игрока А), так и рокового финала (триумф игрока Б), мысленно сконструированных провидцем на основе первоначального экстравагантного поступка императора, ставшего первым ходом гибельной игры в безудержную расточительность.

Особенно любопытны случаи *нормативно* прогностической дедукции, т.е. дедуктивного прогноза в предположении успешности стратегического

плана, нацеленного на достижение заранее поставленной цели. Наибольшая цена ошибки прогнозирования – на войне, поэтому неудивительно, что подобная форма дедукции наиболее часто у китайских военных теоретиков древности, напр., в текстах *Сунь-цы* (VI–V вв. до н. э.) и *Сунь Биня* (IV до н. э.). Первому приписывают основополагающий постулат относительно выигрыша еще до сражения: «побеждающее войско сначала побеждает, а уж потом ищет сражения», второй прославился хитроумно спланированной победой на скачках, когда рискованность его прогноза компенсировалась уверенностью в реализации выигрышной стратегии, фундированной изобретенной им же стратагемой.

От алгебры логики к математической логике. Последние шаги

Кузичева З. А. (Москва)

In Boolean algebra conditional propositions were revealed only in interpretations. The establishment of propositional calculus dates from the second part of the 19th century. We will especially treat one of the variants proposed by McCall in 1877–1881. The axiomatic foundation of propositional and predicative calculus was carried out by G. Frege [1].

В алгебре логики, - исторически первой форме математической логики, первые варианты которой относятся к середине 19 столетия, – условные суждения выявлялись лишь в интерпретации. Становление исчисления высказываний относится ко второй половине указанного столетия. Отметим один из вариантов, предложенных Мак Коллом в 1877–81 гг. Аксиоматическое построение исчислений высказываний и предикатов осуществлено Г. Фреге [1].

Мак Колл формулирует свой вариант логики высказываний как систему определений. Высказывания у него обозначается малыми латинскими буквами, умножение (конъюнкция) – «крестиком» или отсутствием символа операции, сложение, т.е. дизъюнкция – знаком +, отрицание – штрихом ' ; $a = 1$ означает истинность a , $a = 0$ – ложность a . Выражение $a : b$ означает, что высказывание a имплицирует высказывание b , поэтому, если a истинно, b должно быть истинно. Знаком = обозначается эквивалентность высказываний. Мак Колл замечает: легко доказать соотношение $a = b = (a : b)(b : a)$, которое он называет законом импликации. Он полагает далее $(a : 1) = (0 : a) = 1$, что, учитывая его обозначения истинности и ложности высказываний, означает: истина следует из чего угодно, и из лжи следует все, что угодно [2]. Иными словами, налицо те самые парадоксы материальной импликации. Итак, Мак Колл вводит и материальную импликацию, следовательно, получает исчисление высказываний.

Как уже отмечено, аксиоматическое построение исчислений высказываний и предикатов осуществил Г. Фреге в [1]. Эта работа привлекает внимание необычной символикой. Построение исчисления отличается мини-

мализмом выразительных средств: используются только (материальная) импликация, отрицание и квантор общности.

Разработанную таким образом логику Фреге использовал для *обоснования* арифметики. Подробности отложим до доклада. Здесь хотелось бы отметить еще следующее. В «Наследии» приведена работа Фреге, озаглавленная «Логика в математике», предположительно написанная в 1914 г. В ней, в частности, дается определение «цепочек выводов» (*Schlussketten*), близкое к известному определению понятия «доказательство», сформулированному Гильбертом для (формализованных) исчислений. Здесь под словом «*Schluss*» понимается «звено» цепочки, одношаговый вывод. В качестве посылок в таких выводах принимается одна или две истины. Вся цепочка таких одношаговых «выводов» представляет собой *доказательство* последней в цепочке истины. Продвигаясь по такой «цепочке выводов» от доказанной истины вспять, мы придем к истине, с которой начинается цепочка, и может случиться, что эта истина не следует ни из каких других истин, что она является «изначальной» (*Urwahrheit*). Эти изначальные истины и служат тем зародышем, из которого развивается вся математика [3, Р. 220–221]. Значит, надо пытаться отыскать такие исходные истины и вывести из них математику. Представляется, удар, нанесенный парадоксом Рассела, не заставил Фреге отказаться от надежды, что разрешима проблема строгого обоснования математики. И последнее. В докладе не ставится задача изложения *всех* событий в логике конца 19 – начала 20 столетий.

Литература

- [1] Frege G. *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. 1879. Перевод на русский язык: Фреге Г. *Логика и логическая семантика*. М.: Аспект-Пресс, 2000, (2-е изд. 2012). С. 63–142.
- [2] McColl H. *Symbolical Reasoning*. // Mind. 1880. V. 5. P. 45–60.
- [3] Frege G. *Logik in der Mathematik* // Frege G. Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel Bd. 1, Hamburg, 1969. P. 119–170.

A. Zinoviev and A. Esenin-Volpin: two trends in deontic logic and in the Anti-Soviet activism

Lysanyuk E. N. (Saint-Petersburg)

In this talk I first propose a two-step distinction among the formalisms designed to model reasoning with deontic modalities, about norms or with normative constraints, which are employed in legal or moral discourse; and then apply this distinction to two deontic contributions made independently by two eminent Russian logicians, Alexander Zinoviev (1922–2006) and Alexander Esenin-Volpin (1924–2016).

The distinction is based on two aspects characterizing the deontic conceptions and it results in three kinds of conceptions: deontic logic proper, logic of

/ for normative systems and logic of actions with the deontic constraints. The distinction between the deontic logic proper and the conceptions belonging to the rest two trends is often portrayed as pure and applied trends in logic and it amounts to what logicians call formal systems per se and systems' applications for modelling practical issues.

The deontic logic proper is the most abstract study of norms as expressed by the deontic propositions. Its formalisms differ from those belonging to two other kinds in two important aspects connected to each other, compositional, or structural, and conceptual. The compositional aspect defines the deontic proposition consisting of a deontic character and its propositional content as an atom for the formalisms whereas in the two other kinds of formalisms the deontic propositions are regarded molecular well-formed formulas along with their non-modal propositional elements as atoms. Among other conceptual consequences of that, the abstract approach prevents the deontic formalisms from the so-called deontic paradoxes and results in that unlike the systems in the two other trends, the deontic logic systems are characterized by the principles of the deductive closure and the deontic completeness.

The conceptual distinction generally amounts to how the notion of norm is stated and symbolized, although this distinction is seldom put in these terms. In the deontic logic proper norms are kinds of modal predicates and are symbolized by means of the deontic propositions; in the logic of normative systems norms are treated as the special deontic relations connecting the two kinds of factual descriptions, those triggering a norm's enforcement and those satisfying it; in the deontic logic of actions norms are constraints restricting the alternatives of an agent's lines of behavior.

In mid-XXc., Zinoviev and Esenin-Volpin proposed their deontic ideas which, if they were developed into proper formalisms, would have paved the ways to two different kinds of the deontic systems. Zinoviev's ideas were similar to the deontic logic, and those of Esenin-Volpin were closer to the logic of normative systems. In my talk I reconstruct their deontic ideas and show how Zinoviev's and Esenin-Volpin's conceptually and formally diverse contributions to the development of deontic logic in the USSR influenced two different trends in the Anti-Soviet movement, which to a large extent have been shaped up by political activities of these scholars.

The support from the Russian foundation for Humanities, grant № 15-03-00321, is kindly recognized.

Пример как способ обоснования в традиционной логике

Малюкова О. В. (Москва)

The talk is devoted to the analysis of logical examples used in traditional logic to substantiate and explain logical material.

Нынешний 2017 год оказался годом юбилейным для всего логического сообщества. Исполняется 70 лет со времени реального создания кафедры логики в рамках философского факультета МГУ, а также 70 лет со дня выхода в свет первого советского учебника по логике, написанного профессором В.Ф. Асмусом. Оказывается, что 1947 год стал годом великого возрождения логики в Советском Союзе. Как это происходило на практике? Вскоре после окончания войны 4 декабря 1946 года было принято Постановление ЦК ВКП/б/ о преподавании логики и психологии в средней школе. Текст Постановления гласил: «ЦК ВКП(б) обсудил вопрос о преподавании логики и психологии в средней школе и принял постановление по этому вопросу. ЦК ВКП(б) признал совершенно ненормальным, что в средних школах не преподаются логика и психология. ЦК ВКП(б) признал необходимым ввести в течение четырех лет, начиная с 1947/48 учебного года, преподавание психологии и логики в выпускных классах средней школы. Логика и психология должны преподаваться квалифицированными преподавателями, получившими специальную подготовку в области психологии и логики...».

Для подготовки преподавателей логики были созданы специальные курсы в г. Химки, одним из слушателей которых был Е.К. Войшвилло, а в 1947 году был выпущен учебник «Логика» В.Ф. Асмуса. Этот учебник сразу вызвал множество нареканий, его несколько раз обсуждали на различных совещаниях старых и новоиспеченных специалистов по логике. Одним из самых серьезных замечаний стали примеры, использованные в учебнике. Их не поленились подсчитать, оказалось более тысячи примеров, из них всего 8 примеров по современной общественно-политической тематике. В.Ф. Асмус выступал в ответ на эту критику, каялся, обещал примеры упростить, общественно-политические примеры вставить и т.д. В общем ситуация развивалась по традиционному для тех лет сценарию совещаний по различных предметам, в том числе и по философии. Однако нас будет интересовать совсем другой вопрос. Почему учебники по логике содержат такое большое количество примеров? Каков статус примера в процессе преподавания и изучения логики? Попытаемся ответить на эти вопросы.

Для начала следует привести один любопытный пример из истории отечественного преподавания логики. Существует традиционная точка зрения, утверждающая, что дедуктивные рассуждения не дают нового знания, ибо все знание уже имплицитно содержится в общем положении. Для опровержения этого тезиса известный российский логик, автор самого популярного учебника по логике, А.А. Старченко использовал следующее рассуждение. Он предлагал слушателям ответить на вопрос: чем цветет бамбук? Для россиянина вопрос непростой, растущий, а уж тем более цветущий, бамбук мало кто из нас видел. Далее он строил силлогизм: «Все злаки цветут колосками; Бамбук – злак; Следовательно, бамбук цветет колосками». С помощью этого примера А.А. Старченко подтверждал тезис

о том, что силлогизм дает новое знание. Можно привести достаточное количество логических примеров, которые делают понятными утверждения, плохо понимаемые до приведения примера. Скажем, ситуация семиотического треугольника. Чаще всего она объясняется следующим образом: приводятся примеры о нынешнем лысом короле Франции, об улыбке Чеширского кота и фразе отечественного лингвиста, академика Л. В. Щербы «глокая куздра ...». Для объяснения сути интенциональных контекстов традиционно приводятся примеры о поисках Шлиманом Трои, о Вальтере Скотте как авторе романа «Веверлей», хотя русскому читателю он известен больше как автор «Айвенго».

Обычный пример, в соответствии с определениями, которые приводят энциклопедические словари, представляет собою факт или частный случай, используемый в качестве отправного пункта для последующего обобщения и для подкрепления сделанного обобщения. Использование фактов или частных случаев в качестве примера нужно отличать от использования их в качестве иллюстрации или образца. Логический пример обычно выступает именно в качестве собственно примера. Более того, его использование существенно включается в саму ткань повествования или объяснения. Цель примера – подвести к формулировке общего положения и быть серьезным доводом в поддержку последнего. Именно поэтому избираемый в качестве примера факт или частный случай должен выглядеть ясным и неоспоримым. В любом случае, логический пример оказывается существенным способом обоснования логической теории, что отличает его от примеров других наук. Именно поэтому логические примеры кочуют из произведения в произведение, передаются из рук в руки. Иногда это приводит к забавным, а то и печальным результатам утраты подлинного содержания примера.

В заключение хотелось бы отметить то обстоятельство, что выше-приведенный пример о цветении бамбука на самом деле принадлежит В. Ф. Асмусу, пример можно найти на стр. 103 его учебника «Логика», хотя В. Ф. Асмус и не использовал данный пример с той целью, которую поставил для себя А. А. Старченко, а именно, подтвердить, что силлогизм дает новое знание. А вот вопрос о том, цветет ли бамбук колосками, пока остается плохо решаемым, ибо цветет бамбук один раз в 30 лет, после чего погибает.

Strategy of Academic Cooperation between Russian Logicians before Revolution

Orlova N. Kh., Soloviev S. V. (St. Petersburg, France)

In this paper we pay our main attention to the communicative strategies within the Russian scientific community, as well as in the larger context of its interaction with international science. Scientific communication and interaction

are a fundamental part of scientific research (some aspects were discussed in [1]).

Our choice of the problem of communication as a focal point permits to develop an appropriate (though preliminary) periodization, to introduce many sources that were, to our opinion, unjustly excluded from the corpus of texts studied by the history of science, to consider many curious examples of hot discussions, complimentary or critical exchanges on the pages of forgotten books that are more interesting now from the point of view of scientific communication than scientific content.

This allows us to reconstruct a social history of emergence of logic on Russian soil as an autonomous domain of science, with the “human monad”, the personality of a scientist, as a center of a complex communicative network, incorporated in multiple overlapping social structures, some prohibitive and some supportive for specific scientific activities.

During the XIXth century, and especially towards its end, the logical community expanded, and its interconnectivity grew considerably, as it may be seen from mutual references. A new aspect that we are now ready to consider, is the role of discussions in the development and, one may say, in the emergence of self-awareness of a science. For the development of logic in this period most important were the discussions related to the revolution in mathematics that started in the XIX-th century. By the beginning of the next century it produced the so called “crisis of foundations”. Logic had to play in this crisis a central role, and to be itself radically transformed.

The logical community in Russia at this time was already a highly integrated part of the scientific community in general. The academic community and the communication strategies within were influenced also by rapid social changes and ruptures in Europe and elsewhere.

Some questions of emergence and development of logical studies in Russia before Revolution are considered from the point of view of communication between scholars. A historical retrospective is reconstructed, that includes the peculiar canon applied to the educational literature in logic, the first steps of the tradition of scientific references, the practice to publish critical books in answer to publications by colleagues. Different kinds of publications are considered (translations, textbooks, monographs etc.) For Russian logicians books were a space for discussion and exchange, also with international scientific community. The interaction with other sciences such as psychology and mathematics, and gradual emancipation of logic are outlines. In particular it is considered the influence on the development of Russian logic of so called revolution in mathematics. The paper is based on multiple sources never reprinted after original publication.

In the article several aspects of logics development in Imperial Russia are under discuss from the point of view of communication inside the academic society. The author analyses traditions of writing critic books, sort of answers to “brothers in arms”.

The topicality of actual research is determined by the fact that on each level of scientific knowledge and studying institutes the reveal of traditions and trends of communication strategies inside the academic society is eminent.

The aim of this article is to show the huge potential and the value of polemic motivation for university scientists and academics' publication activity.

In the research numerous primary sources of the first quarter of the 20th century are engaged by the author, most part of them was not republished. Discussions what were unfolding between debaters being colleagues and friends (A. I. Vvedensky – N. O. Lossky – S. I. Povarnin – I. I. Lapshin) and debaters showing their dislike to the opponent (I. S. Prodan – A. I. Vvedensky) are reconstructed (read more about it in [2]).

There is a range of examples proving that for Russian Logicians in the beginning of the 20th century monographs, course book, articles' pages were the place for holding scientific controversy, opinions exchange with International scientific society as well. Controversy on books pages was kind of a "distance" conference holding in time.

Based on research results the author made a conclusion that the common logic situation in the beginning of the 20th century – it was the time of large scientific debates what were larger than the strict academic sphere. Academic society was focused controversy on different ideas in diverse manifestations, whose adepts were the most significant authors of that times. There was a specific canon for writing responses – it was obligatory to follow step by step the opponent's logic, revealing inaccurate citation, shift of accents and even plagiarism.

It seems important among the gained results what, besides the quite sharp response style to the address of opponents, opponency strategies technically supported the search of common places for further research. The scientific controversy became its-self a contribution to knowledge growing and concepts ranking. A book as a reply provided the specific responsibility level in a discussion, every word was imprinted in the history of science. Gained results are very important for researchers of logics social history in progress, the history of Russian academic society development, strategies for holding scientific controversy.

Bibliography

- [1] Orlova N. Kh., Soloviev S. V. *On the History of Logic in Russia Before Revolution: Strategies of Academic Interaction.* // Logical Investigations. 2016. V. 22, № 2. P. 123–154. (In Russian)
- [2] Orlova N. Kh. *We Argued a Long Time Until the Tears of Stress... (Publication Strategies of Scientific Controversy in the Community of Russian Logicians on the Pages of Public Press in the Early 20th Century).* // Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Gumanitarnye Nauki. 2016. V. 158, № 4. P. 1173–1184. (In Russian)

Некоторые идеи русских логиков начала XX века в контексте методологии гуманитарного познания

Попова В. С. (Калининград)

The place and methodological role of the concept “style of thinking”, and also role of logic, logical culture in it is defined. Proceeding from this understanding, some plots of logical and methodological experience of the Russian university philosophers of the early XX century are analysed. Some tendencies peculiar to style of thinking of the Russian philosophers dealing with logical and methodological problems are allocated. Parallels with a modern epistemology of humanities were drawn.

Методологическая вооруженность современной науки идет вперед, особенно это очевидно в области естествознания, NBIC. Но история методологических идей как культурно-исторический опыт, содержащий то, что в современной эпистемологии фиксируется как стиль научного мышления, представляется значимой ныне. Почему сегодня для нас важен логико-методологический опыт русских университетских философов начала XX? 1) Его изучение позволяет выявить основания для единства культурно-исторического пространство русской философии в её рационалистической тенденции (значимость, содержание и предлагаемые решения логико-методологических проблем отечественными философами на протяжении XX века). 2) Его изучение обнаруживает актуальные идеи, перекликающиеся с современными методологическими разворотами гуманитарного знания.

Для анализа логико-методологических идей будем использовать понятие *стиля научного мышления или эпистемологического стиля*. Стиль мышления (эпистемологический стиль) – методологическое понятие, в котором фиксируются интегральные характеристики исторически конкретных форм знания. Понятие стиля мышления активно используется современными эпистемологами (см., например, [1]). Однако, для анализа логико-методологических сюжетов понятие стиля мышления следует сузить до концепта логической культуры, реализовавшейся в поливариантных философских учениях. Поэтому, в приближении к логической проблематике понятие «стиль мышления» – это понятие философии науки, позволяющее анализировать логико-языковые структуры и учитывать выбор и использование логических средств как важных элементов познания и дискурса. Стиль мышления проявляется и как сознательно избираемая стратегия представления знания, и как неосознаваемая автором опора на имеющиеся предпосылки познания.

Современные исследователи отмечают наличие эпистемологической традиции в русской интеллектуальной культуре XIX-XX веков [1, С. 7]. Важно подчеркнуть значимость логики в этой преемственности. Оснований для признания этой значимости логики, формируемой ею логической культуры, можно привести множество (логика как часть образования, ат-

рибут университетской, академической культуры мышления и т. д.). Можно выделить, по крайней мере, следующие общие аспекты логической культуры в общем стиле научного мышления: 1) логика воспринималась как гносеологический аппарат, т.е. шире, чем только лишь формальная система; 2) логика имела методологический смысл, она помогала организовывать знание, выстраивать его.

Общие тенденции стиля мышления, в рамках которых значимы логико-методологические идеи русских мыслителей начала XX века:

1 тенденция: постановка вопроса о применимости аппарата традиционной логики к гуманитарному познанию. Пример: Н. О. Лосский о причинности и УКУ в «ретрессивном направлении».

2 тенденция: постановка вопроса о взаимодействии логики и иных форм познания при построении гуманитарного знания. Пример: исследование А. И. Введенским эвристической роли «сознательной» веры, «уполномоченной самим критическим рассудком»; исследование рациональной интуиции у Н. О. Лосского, рассмотрение соотношения этих форм познания с логически обоснованным знанием.

3 тенденция: постановка вопроса об эвристической роли логики применительно к гуманитарному знанию. Пример: Идея Г. Г. Шпета о том, что логика дает возможность различным отраслям знания определить свой предмет.

Итог: Выделенные идеи можно соотнести с некоторыми тенденциями в современной гуманитарной эпистемологии, а также провести параллели между присутствием логической культуры в академической среде начала XX века и современным восприятием роли логики в контексте построения рациональных дискуссий.

Литература

- [1] Эпистемологический стиль в русской интеллектуальной культуре XIX-XX вв.: От личности к традиции. Коллективная монография. М.: Политическая энциклопедия, 2013.

Кант, Гёдель и синтетические суждения априори

Пушкинский А. Г. (Калининград)

Kant's famous thesis on the existence of a priori synthetic judgments in mathematics put forward in his Critique of Pure Reason was sharply criticized by the supporters of neo-positivism in the early twentieth century. Nevertheless, Gödel's incompleteness theorems, as well as Church and Turing's related works served as arguments in defense of the existence of synthetic judgments a priori. However, it should be assumed that the solution to this problem depends substantially on the explicit or implicit acceptance of the image of logic and, respectively, the interrelation of logic and mathematics reliant on it.

В этом году исполняется 230 лет со времени выхода в свет второго издания «Критики чистого разума» Иммануила Канта. Этот труд признается всеми как одно из самых значительных философских произведений и занимает особое место в философии логики и математики. Сам Кант очень кратко определил главную задачу своего трактата так: «...как возможны априорные синтетические суждения?» [1, С. 117]. По мнению Канта, априорными синтетическими суждениями (АСС) являются математические суждения и суждения чистого естествознания. Математические суждения синтетические, так как дают нам новые знания и априорны, поскольку они не имеют отношения к эмпирическому опыту, а относятся к чистым формам чувственности.

Курт Гёдель как-то заметил в одной из своих работ: «...если неверное понимание Канта уже привело к тому, что представляет интерес в философии, и косвенным образом, в науке, чего мы можем ожидать от правильно понятого Канта?» [3, С. 211]. Сам он различает два понятия аналитичности в математике. Хотя ход мысли Гёделя в чем-то следует Канту, но он нигде не упоминает и не рассматривает проблему АСС.

Тем не менее, именно результаты работы Гёделя в области оснований математики послужили аргументами в защиту существования АСС. Так Ирвинг Копи [5] пытается защитить АСС при помощи первой теоремы Гёделя о неполноте. Поскольку любой достаточно богатый язык, включающий в себя элементарную теорию чисел, содержит неэмпирические и неиндуктивные высказывания, которые являются неразрешимыми в этом языке, они не могут быть аналитическими. Поэтому существует такая неаналитическая истина, которая также не эмпирична и неиндуктивна, т.е. является синтетической априори.

Говард Де Лонг [6] считает, что мета-арифметическое высказывание, утверждающее непротиворечивость арифметики следует классифицировать как АСС. А Чарльз Кастонгуэй [4] апеллирует к теореме и тезису Чёрча чтобы показать, что математическое знание является априорным синтетическим.

Ян Воленьский так характеризует все эти попытки: «Я пришел к выводу, что ни один из упомянутых аргументов не заставляет нас признать, что существуют синтетические априорные высказывания, поскольку все данные примеры можно интерпретировать как прагматические аналитические высказывания» [7, С. 821].

В одной из своих работ на примере некоторых исторических фактах из истории логики, мы попытались показать, что решение данной проблемы существенным образом зависит от принятия того или иного образа логики [2]. Ярким подтверждением такого предположения является небольшая работа Богуслава Вольневича, где он утверждает, что «исходя из наших предположений математика не отражает реальность и не является частью логического синтаксиса языка. Она есть проявление того как связаны язык и реальность. Логика же от этого не зависит ... вся математика – это про-

сто расширение логики» [8, С. 334]. И тогда: «Используя терминологию Карнапа, можно сказать, что ... «синтетические суждения априори Канта» – это «постулаты значения» языка L : Высказывания истинны лишь благодаря тому, что существует определенная смысловая связь между этим языком и реальностью» [8, С. 330].

Исследование подготовлено при поддержке фонда РФФИ, грант № 17-03-00707а

Литература

- [1] Кант И. *Сочинения в шести томах*. Т.3. М., «Мысль», 1964.
- [2] Пушкарский А.Г. *Проблема аналитических и синтетических суждений в истории и философии логики*. // Рацио.ru. 2012. Т. 8. С. 160–185.
- [3] Хинникка Я. *О Гёделе. Курт Гедель Статьи*. М., 2014.
- [4] Castonguay Ch. *Church's Theorem and the Analytic/Synthetic Distinction in Mathematics*. // Philosophica. 1976. V. 18, №2. P. 77–89.
- [5] Copi I. *Modem Logic and the Synthetic A Priori*. // The Journal of Philosophy. 1949. V. 46. P. 243–245.
- [6] DeLong H. *A Profile of Mathematical Logic*. Addison-Wesley Reading, 1970.
- [7] Wolen J. *Analytic vs. Synthetic and A Priori vs. A Posteriori*. // Handbook of Epistemology. 2004. P. 781–839.
- [8] Wolniewicz B. *On the Synthetic A Priori*. // Philosophical Logic in Poland. Kluwer, Dordrecht, 1994, P. 327–335.

Логическая концепция Са'дуддина Тафтазани.

Сайфуллаев Н. М., Муминзода Н. (Таджикистан)

The article has been compiled from original sources of one of great the philosophers Sa'duddin Taftazani. The authors had revealed his original ideas, which merits attention of modern researches. Taftazani's modal judgements is of particular interest on which based his modal syllogism.

В предлагаемом докладе рассматривается логическая концепция одного из крупнейших представителей средневекового таджикско-персидского мыслителя Са'дуддина Тафтазани (XIV в.). Основной его труд по логике называется «Тахзіб ал-мантиқ ва ал-калам» («Исправление логики и калама»), который по сей день изучается почти во всех медресах мира. Кроме того, его перу принадлежит известное комментарие к книге Қатиби Қазвіні «ар-Рисала аш-Шамсийа фі кава'иди ал-матикийя».

Следует подчеркнуть, что если с X по XIII вв. в мусульманском Востоке логическое наследие Аристотеля изучалась посредством трудов Фараби, Авиценны и Туси, то начиная с XIV в. во всех научных школах и учебных заведениях основным средством изучения аристотелевской логики служили

труды Тафтазані. Определение, данное мыслителем предмету и задачам логики вполне согласуются с теми определениями, которые приводятся в современных учебниках. Им рассматривается проблема знака, значения и смысла, где он выделяет 3 способа обозначения термином своего значения. В этой связи, представляют большой интерес его семантические идеи.

Тафтазані рассматривая понятие истолковывает его с одной стороны, как важнейший методологический инструмент познания, а с другой, как универсалии. В целом, понятие рассматривается им как отражение предметов, вещей и явлений в душе человека.

Что касается суждения, то оно как мысль об утверждении или отрицании принимало одно из двух значений-истина или ложь, делятся на два вида: простые (предикативные или категорические) и сложные (условные, соединительные и разделительные). Простые в зависимости от характера субъекта делятся на индивидуальные или личностные (как например, «Али суть учёный»), естественные («Лев суть храбрый»), неопределённые (мухмала) (как например «Человек терпит убытку») и ограничительные (маньсур). Последние, с учётом качества и количества, мыслителем делятся на четыре вида: общеутвердительные («мұджибатун куллийатун»), общеотрицательные («сәлибатун куллийатун»), частноутвердительные («мұджибатун джуз'йатун»), общеотрицательные («са-либатун джуз'йатун»). Мыслитель простые суждения в зависимости от характера предиката делит на 3 вида: внешние («хариджийатун»), воображаемые или рассудочные («зехнийятун») и действительные («хаки-кийятун»). Тафтазані также приводит суждения, в которых присутствует отрицательная частица не («лә») называя их негативными или отрицательными («ал-қадийату ал-маъдулатун») суждениями.

Значительное место в его наследии занимает вопрос обратимости суждения, что связано с анализом фигур и модусов силлогизма. В частности, он доказывает правомерность модусов второй, третьей и четвертой фигуры путём сведений их к первой фигуре посредством обращений большей или меньшей посылки. Заметим, что арабофарсиязычные мыслители под условными суждениями понимают конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и эквиваленцию. Исходя из этого, Тафтазані обстоятельно анализирует различные виды сложного суждения. При этом его в большей мере интересует условие истинности импликаций и дизъюнкций, и на их основе он строит свою силлогистику.

Заслуживает особое внимание учение Тафтазані о модальностях, который в отличии от своих предшественников рассматривает 16 их видов. Из них 8 относятся к простым модальностям, а остальные к сложным. К простым модальностям относятся следующие: абсолютно необходимые («дарүратун мутлакатун»), общеусловные («машрутатун оматун»), абсолютно временные («вактиятун мутлакатун»), абсолютно распространенные («мунташиратун мутлакатун»), абсолютно постоянные («дайматун мутлакатун»), общепринятые («урфийатун ғамматун»),

общеабсолютные («мутлакатун ḥāmmatun»), общевозможные («мумкиннатун ḥāmmatun»). К сложным модальностям он относит: условно-особенное («машрутатун ḥāssatun»), временное («вактиятун»), распространенное («мунтасиранатун»), общепринято-особенное («’urfhiyatun хоссатун»), возможно-особенное («мумкинатун ḥāssatun»), не-необходимого существования («вуджудийату ло дарурияту»), непостоянного существования («вуджудийату ал-ла dāimatū»), возможно-особенное («мумкиннатун ḥāssatun»).

В заключении отметим, что учение Тафтāzānī о силлогизме, особенно о модальной силлогистике, об индукции, доказательстве и опровержении требует специального исследования.

Литература

- [1] Са’дуддина Тафтазанī. *Takhzīb al-mantik wa al-kalām* (*Исправление логики и калама*). Каир, 1912
- [2] Са’дуддина Тафтазанī. *Шарх ли Шамсия ли қаваиди-л-мантиқия*. Оман, 2011.

Логика и психология в России в конце 19 – начале 20 веков: перекрестья методологии

Сироткина Л. С. (Калининград)

In report the logic and psychology disengagement problem in Russian scientist ideas (19 – 20 cc.) is described. The singularities of approaches to the problem are revealed. The types of two science relations are appeared. The report underscored that in the late 19th century the cognitive objects are included in subject of logic and the logic is denounced as depended on psychology. Report states that the presentation about hierarchical connection between logic and psychology is replaced by assert their independence and it gets a conception at the turn of the 19 – 20 centuries.

В логических и психологических исследованиях российских философов конца 19 – начала 20 вв. значительное место занимали методологические проблемы, отражающие связи этих областей знания: демаркации предметов и объектов логики и психологии и ее концептуального оформления, соотношения методов логических и психологических исследований, психологических оснований логики, систематических отношений дух наук.

В конце 19 века заканчивается период, когда отечественные ученые, определяя научный статус логики и психологии, устанавливали иерархические связи между ними. Для методологически ориентированных трудов этого периода (Владиславлев, Гrot, Троицкий, Чичерин, Каринский) характерно: представление об общем объекте логических и психологических исследований (процесс познания или мышление); включение в предмет логики тех объектов и явлений, которые относятся к характеристике позна-

вательной деятельности (например, ступеней развития умственных процессов); включение наук в иерархические связи, признание зависимости логики от данных психологии и подчиненного положения логики. Однако проблема роли методов решается в пользу логики: ее методы признаются (кроме Грота) необходимым инструментом психологических исследований. В целом, имеет место значительная вариативность представлений о систематических отношениях двух наук. Логика рассматривается как: часть психологии (Чичерин); как ее продолжение - приложение психологического учения к решению некоторых вопросов суждений и умозаключений (Троицкий); как наука, положения которой выводимы из психологии (Гrot); как самостоятельная область знания.

В работах рубежа 19 – 20 и начала 20 вв. (Введенский, Лопатин, Лосский, Поварнин, Челпанов, Ягодинский, др.) имеет место тенденция к однозначному разграничению двух наук при сохранении методологических связей и психологистской интерпретации оснований логики. Эта тенденция выражается в уточнении предметных областей логики и психологии и в изменении представлений о содержании логической науки, из которого элиминируются компоненты познавательной деятельности (ощущения, восприятие, воображение, способности и творчество, бессознательные процессы, развитие познавательной деятельности в онтогенезе). Формируется образ логики, предмет которой распространяется на законы и формы мышления, его методы и приемы, учение о доказательстве. Грань между логическими и психологическими направлениями исследований концептуально оформляется в комплексах понятий:

- конституирующих сходства логики и психологии в сфере объекта исследований: познание, знание, мышление;
- конституирующих отличия в области предмета: истина, норма, закон, правильность, ошибка - для логики.

Систематические отношения двух наук выстаиваются на признании их самостоятельности, которая интерпретируется как:

- независимость логики от психологии,
- зависимость логики от данных психологии (Лопатин: «все философские науки основываются на данных психологии»),
- заимствование логикой методов психологии (генетического у Ягодинского).

В целом, в решении проблемы взаимоотношений двух наук младшим поколением ученых была продолжена методологическая линия, обозначенная Владиславлевым: несмотря на тот факт, что логика и психология исследуют один объект (мышление/познание/знание), их предметы не пересекаются, и каждая имеет собственную «нишу» в системе научного знания.

Whether Locke was a semantic idealist?

Скрипник К. Д. (Ростов-на-Дону)

1. В современной комментирующей литературе воззрения Дж. Локка на природу слов, равно как и языка в целом, обычно характеризуют как его философию языка, центром которой является обсуждение «значения слов». Правильнее говорить о «сигнификации языка» в соответствии с аутентичным выражением «signification of language». Согласно традиционной точке зрения в центре внимания Дж. Локка находится отношение сигнификации между словами и идеями, теория же сигнификации есть теория лингвистического значения.

2. В понимании сигнификации Дж. Локка единая точка зрения отсутствует.

2.1. Придерживающийся традиционной точки зрения Н. Кретцман [1] полагает, что локковское понятие сигнификации является понятием семантического отношения между словами и идеями, утверждая наличие определенных параллелей между первичной и вторичной сигнификацией и значением и смыслом у Г. Фреге.

2.2. Согласно М. Лосонски [2], использование Дж. Локком термина «meaning» в большей части идентично использованию термина «signification». То, что слово сигнифицирует, это идея, с которой слово изначально связано. Это первичное отношение устанавливается прежде, чем слово может быть использовано для указания на внешние предметы. Это может быть охарактеризовано как (частичный) семантический идеализм.

2.3. Данная трактовка отрицается У. Оттом [3]: отношение сигнификации понимается им как отношение индикации, которое не может быть объяснено в терминах значения; слово выступает в качестве индикатора, свидетельства, основания для вывода. Именно это понимание соответствует семантической традиции, идущей от Аристотеля, Гоббса и логики Пор-Рояля.

2.4. Историческая традиция подчеркивается и Е. Эшворт [4], связывающей сигнификацию с использованием терминов *signification* и *significare* в холастике конца шестнадцатого-начала семнадцатого веков: сигнификация представляет собой, скорее, репрезентацию, позволяющую сделать нечто известным, познать его.

2.5. Т. Притчард [5] обращает внимание на терминологические особенности текстов Дж. Локка: в его использовании глагола «refer» нет ничего, что соответствовало бы понятию референции в том смысле, чтобы можно было говорить о семантическом идеализме. Основной смысл использования этого глагола может быть перефразирован как «относить один предмет к другому», «соотносить», «связывать». Т. Притчард обращает внимание на то, что Дж. Локк по-разному описывает отношения «слово-идея» и «слово-предмет». В первом случае для характеристики большей частью используются глаголы «сигнифицировать» («signify») и «замещать»

(«standing for»), во втором – выражения «называть», «именовать» («call» и «denominate»).

3. Предлагается иной путь поиска и нахождения ответа на поставленный в названии вопрос, опирающийся на тот факт, что Дж. Локк в выделении особого раздела наук говорит в первую очередь не о логике, а о семиотике как учении о знаках.

3.1. С этой точки зрения между словами, идеями и внешними предметами могут быть охарактеризованы как отношения семиотические: идеи являются знаками внешних предметов (свойств), слова – знаками идей, то есть знаками второго уровня, метазнаками.

3.2. Данному пониманию способствует длительная историческая традиция семиотических исследований, с которой, как будет продемонстрировано, Дж. Локк был знаком со времени обучения и работы в Оксфорде, где в качестве учебников по логике использовались книги М. Смиглецкого, Ф. Бургерсдейка и других. В докладе обосновывается наличие серьезных параллелей между пониманием идеи у Дж. Локка и предшествующими трактовками понятий «*ens rationis*», «*verbum mentis*» и иными понятиями, относящимися к более давней исторической традиции, имплицитно присутствующей в его анализе.

3.3. Проводя разделение между отношениями семиотическими, семантическими и «экспрессивными», установим, что для Дж. Локка отношение слова и идеи является, скорее, экспрессивным, а отношение идеи и внешнего предмета – скорее семиотическим. Семантические отношения «значения» погружаются в два указанных.

3.4. Предложенное рассмотрение дает возможность отрицательно ответить на поставленный вопрос.

Литература

- [1] Kretzmann N. *The Main Thesis of Locke's Semantic Theory*. // Philosophical Review. 1968. V. 77. P. 175–196.
- [2] Losonsky M. *Linguistic Turn in Modern Philosophy*. Cambridge, Cambridge Un. Pr., 2006.
- [3] Ott W. *Locke's Philosophy of Language*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [4] Ashworth E J. *Do Words Signify Ideas or Things?* // Journal of the History of Philosophy. 1981. V. 19. P. 299–326.
- [5] Pritchard T. *Locke and the primary signification of words: an approach to word meaning*. // British Journal for the History of Philosophy. 2013. V. 21, №3. C. 486–50.

Развитие учения о гипотетических силлогизмах в Византии

Тоноян Л. Г. (Санкт-Петербург)

The development of the doctrine of hypothetical syllogisms after Boethius in the West has been well studied, but little is known of the place that this doctrine found in Byzantine logic. The report will analyze some Byzantine manuscripts (John Philoponus, Michael Psellos, Nicephorus Blemmydes, Manuel Olovol) in order to trace the peculiarities of the doctrine of hypothetical syllogisms in the East.

1. Учение о гипотетических силлогизмах – существенная часть средневековой логики. Предпосылки этого учения заложены Аристотелем в его «Аналитиках» и в «Топике».

Систематизация учения, произведенная в недошедших до нас трудах Теофраста и Евдема известна нам благодаря комментариям Александра Афродизийского к «Аналитикам» Аристотеля. «Модернизация» этого учения стоиками проведена Хрисиппом и его последователями. На Западе основной трактат по указанной теме оставил Боэций. На Востоке обстоятельно изложил данное учение Филопон, живший, так же как Боэций, в VI в. н. э.

2. Филопон был учеником неоплатонической школы Аммония, школы, предложившей синтез стоических и перипатетических элементов учения. Издавна дискутируется вопрос, является ли учение о гипотетических силлогизмах стоическим или перипатетическим. Отличие в подходах перипатетиков и стоиков состоит в том, что первые подчиняли гипотетические силлогизмы категорическим, а вторые считали их независимыми от категорических силлогизмов Аристотеля. Филопон, как и Боэций опирается на недошедшие до нас комментарии Аммония к трактатам Аристотеля, в которых системы стоиков и перипатетиков были соединены. Филопон придерживается перипатетической традиции в том, что трактует гипотетический силлогизм как производный по отношению к категорическому, хотя для Филопона основным источником были разработки стоиков. Филопон сформировал т. н. византийский список гипотетических силлогизмов, состоящий из трех групп: 1) полностью гипотетические аргументы, 2) гипотетические силлогизмы в более узком смысле (5 недоказуемых стоиков) и 3) сведение к невозможному [2, 100].

3. Большой интерес представляет рукопись известная как «Синопсис Михаила Пселла». Авторство Пселла (XI в.) на сегодняшний день остается под вопросом. Преобладает точка зрения, что «Синопсис» – перевод с латинского учебника Петра Испанского, сделанный по одной из версий в XV в. Георгием Схоларием. Сторонник авторства Пселла немецкий историк К. Прантль считает одним из аргументов византийского происхождения «Синопсиса» наличие в нем главы о гипотетических силлогизмах, которая отсутствует у Петра Испанского и при этом повторяет во многом

список Филопона. Ученики самого Пселла, например, Иоанн Итал кратко говорят о гипотетических и дизъюнктивных силлогизмах. При изложении данного учения Итал также пользуется стоической, а не перипатетической терминологией.

4. Второй период активного взаимовлияния греков и латинян приходится на XIII век. В «Сокращенной логике» Никифора Влеммида (1197–ок. 1272) гипотетическому силлогизму посвящены главы 36 и частично 40. В учении Влеммида о гипотетических силлогизмах трудно обнаружить непосредственное влияние латинского трактата Боэция: в нем не используются переменные, кроме того, автор придерживается византийского списка гипотетических силлогизмов [1]. Но уже ученик Влеммида, Михаил Оловол (Холобол), который в 1267–1273гг. преподавал в Константинопольском университете логику, сделал перевод на греческий язык двух трактатов Боэция, в том числе трактата «О гипотетических силлогизмах». Оловол сохраняет общее построение латинского оригинала, используя в качестве переменных буквы греческого алфавита. Интересно, что Оловол добавляет все же в конце своего перевода некоторые группы силлогизмов, которые он берет у Филопона. Видимо, по той причине, что Филопон даже в XIII в. оставался главным авторитетом в учении о гипотетическом силлогизме в византийской логике, в то время, когда на Западе таким авторитетом все еще продолжал оставаться Боэций. Особенностью этого периода развития логики в Византии является признание как теоретической, так и практической важности логики. Так, Влеммид активно использовал логику в богословских спорах (например, в трактате «Гипотетические силлогизмы об исхождении Святого Духа»); греческий перевод трактата Боэция долго и широко использовался в учебной практике и т.д.

5. Гипотетические силлогизмы рассматривались и в других византийских трактатах. К. Иеродиакону указывает на то, что множество византийских логических рукописей все еще не отредактированы. Что касается развития учения о гипотетических силлогизмах, то в анализируемых нами рукописях логика стоиков нигде не противопоставляется логике перипатетиков, и анализируемое учение в целом следует заложенной Аристотелем логике терминов. Критическое переиздание «Синопсиса» Пселла, вышедшее в первый и в последний раз в 1597 г., редактирование и издание других византийских рукописей во многом способствовало бы прояснению вопроса о том, как развивалось учение о гипотетических силлогизмах в Византии.

Исследование осуществляется при содействии РГНФ, проект 15-03-00138а «Античная логика и византийская интеллектуальная традиция: аспекты рецепции»

Литература

- [1] Тоноян Л. Г. *Никифор Влеммид и его «Логика»* // Вестник РХГА. Т.15. Вып.4.СПб, 2014. С. 58–65.

- [2] Ierodiakonou K. *The hypothetical syllogisms in the Greek and Latin traditions.* Cahiers de l' Institut du Moyen-Age Grec et Latin 66 (1996). P. 96–116.

Риторика как часть логического учения Аль-Фараби

Файзиходжасаева Д. И. (Ташкент)

In the history of logic, the logical teaching of the eastern peripatetics, including Al-Farabi, has not been sufficiently studied, so their contribution to the development of logic in general, and in particular to the development of the theory of argumentation, is not appreciated. Al-Farabi in the treatise "Rhetoric" mainly explores the logical foundations of rhetoric and the methods of "persuasive speech." In this report, an attempt will be made to show the originality of Al-Farabi's logical ideas not only for the Middle Ages, but also for the modern development of logic and the theory of argumentation.

В истории логики логическое учение восточных перипатетиков, в том числе и Аль-Фараби недостаточно изучено, поэтому их вклад на развитие логики в целом, и в частности на развитие теории аргументации не оценено по достоинству. Некоторые западные исследователи относятся к ним как всего лишь комментаторам античных авторов. Причиной такого отношения, на наш взгляд, является незнание вернее не знакомство с их произведениями. [3.526.] «Органон» Аристотеля является источником логических взглядов аль-Фараби. Логическое учение Второго учителя в общем виде состоит из девяти частей. По каждому из них были написаны трактаты, названия которых соответствуют «Органону» Аристотеля вместе с «Введением в логику» Порфирия. Эти трактаты были написаны в виде малых комментариев или парофраз. Особенностью парофразы является то, что комментирующий свободно излагает свое мнение, по своему усмотрению изменяет последовательность изложения текста автора, опускает некоторые части, прибавляет что-то из других произведений. Одним словом, парофраза это творческий подход комментатора, отражение его собственных научных идей и видения проблемы. В этом можно убедиться сопоставляя «Риторику» Аристотеля и Аль-Фараби. В «Риторике» Аристотеля проблема «убеждающей речи» рассматривается не только с точки зрения логики. Много внимания уделяется «украшениям» речи. А Аль-Фараби в трактате «Риторика», в основном исследует логические основы риторики и приёмы «убеждающей речи». «Риторика» пишет он, есть силлогическое искусство и цель которой убедить во всех десяти родах» [2. 441.] Его определение совпадает с определением Аристотеля. [1.4.] Убеждение достигается путем обоснования или опровержения. По Аль-Фараби есть несколько степеней убежденности: наименьшая степень и высокие степени убежденности. Они зависят от мастерства оратора и от отношения слушателей к его доводам. Риторическую речь Аль-Фараби называет частично истинным и частично ложным. Поэтому он анализирует речь с точки зрения истинности и дает

определения таким понятиям как знание, мнение, сильное мнение, слабое мнение, возражение, сомнение, взгляд, возврзение. Точное определение этих понятий дает возможность не только правильно составить, но и оценить риторическую речь. По Аль-Фараби риторическая речь бывает не только в форме монолога, но и в форме диалога. Диалог происходит тогда, когда оратору высказывают возражения относительно приведенных доводов и мнений, считая их недостоверными знаниями. Вопросы задает тот, кто сомневается или тот, у кого есть возражения. Мыслитель указывает на три вида таких вопросов. Оратор, отвечая на вопросы, частично или полностью опровергает возражение. Исход диалога зависит от того насколько достоверны (убедительны) доводы обеих сторон. Логической основой риторики является энтилема и пример, т.е. риторическая индукция. В энтилемах и примерах умалчиваются явно сомнительные посылки для внушения того, что они опущены как очевидно истинные. Аль-Фараби тщательно анализирует энтилемы и примеры – что они есть, из чего образуются вообще, как образуются, на сколько видов делятся, из чего образуется каждый вид и как они оба применяются. По утверждению Аль-Фараби, энтилемы занимают более высокое положение чем примеры. Он делит энтилемы на категорические, условно-соединительные, условно-разделительные и энтилемы противоположности. Энтилемы противоположности применяются для опровержения рассуждений и возражений. [2.509.] В энтилеме посылками могут быть не только дескриптивные, но и оценочные и нормативные высказывания. Энтилемы могут состояться из сочетания посылок, которые не являются силлогистическими. Такие сочетания также способствуют формированию убеждений в отношении неопределенного, неправильного мнения. Аль-Фараби указывает на три вида таких сочетаний. Примеры в риторике убеждают человека в том, что - такая-то вещь существует в другой вещи из-за того, что она существует в подобие этой вещи. Подобие может быть по словесным выражениям, по форме словесных выражений и по значению. Примеры высказываются в категорической или в условно-соединительной форме. Аль-Фараби также анализирует такие риторические приемы как: обольщение слушателей, ссылка на свидетелей, на записанные обычаи, предания, клятвы, заверения, способ произношения и т. д. Эти и другие приемы направлены на то, чтобы скрыть сомнительные или ложные места, подчеркнуть то, что выгодно для говорящего. Таким образом, в данном докладе будет предпринята попытка показать оригинальность логических идей Аль-Фараби не только для средневековья, но и для современного развития логики и теории аргументации.

Литература

- [1] Аристотель *Поэтика. Риторика*. Санкт-Петербург. Азбука. 2000.
- [2] Аль-Фараби *Риторика* // Логические трактаты. Алма-Ата, «Наука», 1975. С. 439–526.

- [3] Street T. *Arabic Logic* // Handbook of the history of logic. Vol.1. Greek, Indian and Arabic logic. Edited by Dov M. Gabbay John Woods. 2004. Elsevier B.V. P. 523–597.

The merit of Muslim Thinkers in Borrowing, Saving and Transferring of Logic to European People

Khudoydodov F. (Tajikistan)

Of course, the logical thought appeared a long time before the appearance of the science of logic; the human thought is naturally followed by the correct logic way after a long time which science of logic then tried to express and to invent the theory of this way. The mankind always naturally and logically had thinking, that is, always tries to think and speak properly, except for the moment when a person intentionally and deliberately will speaking and thinking wrong, or will mistakes because of the complexity and intricacy of the problems. Therefore, we can conclude that to think correctly accompanied humanity since of the beginning of his appearance. However, it is not correct to confirm that logic - is unnecessary and artificial science. Although, logic in embryo condition existed before Aristotle, but according of numerous sources and researchers, systematizing and coherent compilation of logic as a science, of course, is the great merit of Aristotle.

After Aristotle, the science of logical was spreading propagandas by his proponents and enthusiasts in different research centers of the Islamic world. The first one who began to translate logical books in the Islamic world from Latin into Arabic, as Qifti tells us in his book “Akhbar-al-Ulama” (The news about scientists) was Abdulla ibn Mukaffa’ (killed in 145 AH in.). He translated treatises on logic to the Caliph Mansur - the second Caliph of the Abbasid dynasty, especially the three books of Aristotle’s “Categories”, “Parmenides” and “Analytics” [1].

fter the ruling of Caliph al-Mansur, in the time of Caliph al-Ma’mun the Abbasid (he died. 218 AH), Muslims were familiar with a wide range of Greek literature. According to Ibn Khaldun, the Caliph al-Ma’mun sent a numbers of ambassadors and translators to the courtyard of the Roman Empire in order to rewrite and translate Greek science into Arabic [2]. Thus, almost all the works of Aristotle and the books of many other scientists and philosophers of Greece were translated into Arabic and Syrian languages. Among these books there were also “Topiks”, “Poetics”, “Rhetoric” and many others. These translators were not only translated the Greek science and literature into Arabic language, they also wrote many comments to them.

Widely, there were translated many books on medicine, mathematics, astronomy, logic, psychology and other sciences from Indian, Persian, Syrian, Greek languages. Caliphsal-Mansur (754–776), Harun al-Rashid (786–809) and al-Ma’mun (813–833) themselves gave opportunity for translators.

Thanks to the great translation works became known works of many ancient Greek authors: Plato (the “Law”, “Timaeus”), Aristotle (“Policy”, “Categories”, “Analysis”, “On Generation and Corruption”, “On the soul”, “Ethics”), Theophrastus, Proclus, Alexander, Porphyria, Hippocrates (“Acute illness”, “Human nature” and others.), Galen’s (“Craft”, “Pulse and treatment of diseases”, “Anatomy”, “Foundations of logic” and etc.).

From all the philosophical schools of Ancient Greece's, mostly Aristotle's works had notable influence on East medieval thoughts. The medieval thinkers were attracted to Aristotle's legacy, especially natural philosophy, epistemology and logic.

From the perspective of the historical sequence, the philosophical system of ancient Greek philosophers and logicians was really studied, and most importantly, continued and improved only by Arabic-speaking East. Arabic-speaking philosophers such as al-Kindi, Al-Farabi, Ibn Sina, Ibn Rushd, Ibn Baja, Al-Ghazzali, Nasiriddin Tusi and others not only introduced East Arabic-speaking with ancient Greek philosophy and science, but they as their commentators, created original philosophical works, on the base of which was laid a solid foundation for the medieval Arabic-speaking Muslim philosophy.

It should be emphasized, that many scientists in the West believe that Islam was the only the bridge by help of which ancient thoughts and sciences reached medieval Europe. In reality, nothing could be further from the truth, because no any idea, theory and doctrine have not penetrated to the citadel of Islamic thought, until it was Islamized and integrated into the general outlook of Islam [3].

In other words, Arabic-Persian-speaking philosophers borrowed from the ancient Greek philosophical heritage only what they needed, and what answered their needs and requirements, and what was necessary for Muslim's socio-economic, cultural and ideological development.

Borrowing and citing Muslim thinkers by Western science has reached such a peak that they massively began to go to Muslim countries to study sciences.

It should be noted that in the medieval East, were both supporters and opponents of Aristotelian logic.

Along opponents, of course, there were those who fiercely defended the logic of Aristotle and his philosophy, in spite of attacks and the explicit threat of death by the Sharia scholars and theologian, the last who did so, a bear merit the development of science in the Islamic world.

Today, few Western researchers who have dared to acknowledge the simple truth that the Europeans in the past, thanks to Muslim science got to the light, and perhaps the whole Western science was borrowed from Eastern scholars. Bertrand Russell – the famous English philosopher and mathematician, in his book “Scientific outlook” writes: “The West for many centuries was covered with darkness of ignorance, and were practically Muslims who pushed forward the tradition of science and civilization. Every scientific enlightenment, which

reached the West only in the late Middle Ages (the example of Roger Bacon), was borrowed or quoted from Muslim science” [4].

Bibliography

- [1] Qifti. *Akhbarul-hukama* (*The news about philosophers*). Egypt, 1364h. P. 148.
- [2] IbnKhaldun. *Muqaddima* (*The Introduction*). Baghdad. 1372 h. P. 680.
- [3] Abdus Salam. *Ummat al-ilm for close cooperation Sciences* // courier UNESCO. 1981. (sept. oct.). P 41–55.
- [4] Per Russo. *Torikh ulum*. (*History of science*). Tehran, 1375 h. P. 118.

Формирование семантики имен и семантики композициональности в Британской логике 1827–1847 гг.

Черноскутов Ю. Ю. (*Санкт-Петербург*)

The formation of theoretical foundations for logical semantic and initial stage of the development of basic semantic concepts in the British logic of 19th century is considered in the paper. It has been shown that in the framework of this logical tradition has appeared, first, the principal concepts of the naming theory (in Oxford logic), and, second, the concept of interpretation and compositional approach (in Cambridge algebra).

Современная семантическая проблематика зародилась в лоне Британской логической традиции в результате слияния двух потоков: Оксфордской логики и Кембриджской алгебры. В рамках первого сформировались предпосылки для разработки семантики имени, второму мы обязаны становлением понятий интерпретации и того, что ныне называется композициональной семантикой.

В Британии возрождение интереса к логике после почти полторавекового забвения было вызвано появлением в 1827 году книги Ричарда Уэтли «Элементы логики». Фактически, Уэтли реанимировал основные принципы того Аристотелизма, который продолжал преобладать в Оксфорде ещё в XVII веке, удачно адаптировав их к современным на тот период критериям научности. Главным предметом логики Уэтли, добросовестно воспроизводя тезисы своих Оксфордских предшественников, объявляет рассуждение, точнее «анализ процесса разума в рассуждении» [1, р. 29]. Вслед за Олдричем и другими старыми английскими авторами Уэтли воспроизводит также тезис, что логика занимается и языком, но у него язык становится не просто поставщиком слов для выражения операций интеллекта и средством сообщения мыслей, но существенно сращивается с предметом этой науки. Потому что рассуждение, по его мнению, не может осуществляться иначе, кроме как в языке.

Уэтли также ставит вопрос о значении языковых выражений, тем самым закладывая основание длительной традиции, свидетелями которой

мы до сих пор являемся. Значения терминов тесно связываются с понятием класса. Именно после Уэтли класс предметов стал неотъемлемым персонажем трактатов по логике. Причём, пользуясь понятием класса, он вообще обходится без дихотомии объёма и содержания. Понятие формы Уэтли употребляет только по отношению к умозаключению, или аргументации. Для термина и высказывания эта характеристика не актуальна. Форма для Уэтли – это своего рода синтаксическая структура, которая может заполняться разными элементами: «... силлогизм (который есть аргумент, представленный в регулярной логической форме) должен быть «аргументом, выраженным так, что его доказательность выявляется из одной только формы выражения», т.е. без внимания к значениям терминов» [1, р. 105].

Уэтли, сделав язык неотъемлемой частью предмета логических исследований, вполне последовательно поднял вопросы о связи между лингвистическими сущностями и тем, что они обозначают, а также положил начало практике объяснять некоторые логические принципы через значение терминов. Но последовательную теорию содержания имен, используемых в логике, построил Дж. С. Милль.

Автор «Системы логики» рассматривает виды имен на основе способа обозначения ими своих предметов. Одна из шести традиционных классификаций имен перетолкована Миллем так, что фактически и положила начало новой семантической проблематике. Милль выделяет в содержании имени две стороны: денотацию, или возможность указывать на предмет, и коннотацию, или возможность указывать на атрибуты (свойства), имеющиеся у обозначенного именем предмета. В качестве общего термина, объединяющего обе содержащиеся в имени возможности, Миль использует термин «signification».

При этом собственно значение имени, по его мнению, состоит в коннотации: «как скоро [имена] имеют сами по себе значения, то значение это заключается не в том, что они денотируют, а в том, что ими коннотируется». Поэтому собственные имена, как убеждён Милль, «строго говоря, не имеют никакого значения» [2, р. 43]. Идеи Милля не оказали прямого влияния на развитие символической логики, но когда Шрёдер и Фреге, а затем и Рассел, обратились к анализу значений символов, эти семантические теории уже стали общим багажом логики, образуя набор исходных концепций для анализа.

Вторая составляющая процесса становления семантической проблематики в логике связана с исследованиями Кембриджских математиков, связанных с образовавшимся 1812 году «аналитическим обществом». Они, в частности, развили алгебру в направлении большей абстракции и формализации. Свообразным итогом этого процесса явился «Трактат по алгебре» Дж. Пикока, в котором проведено чёткое различение между арифметической и символической алгебрами, а в последней появляется понятие интерпретации.

Трактат Пикока открывается определением, которое может показаться современному читателю несколько забавным: «Алгебру можно определить как науку о рассуждении на символическом языке» [3, р. 1]. Если убрать из этой характеристики ограничение символическим языком, или даже только слово «символический», то это вполне подойдёт под определение логики в духе Олдрича и Уэтли. Дункан Грегори, принадлежавший к следующему поколению Кембриджских математиков, ещё более радикально оторвал символическую алгебру от арифметической. В работе «О действительной природе символической алгебры» (1840) он сосредоточил внимание на общих принципах, использовавшихся в исчислении операций, и отделил символы операций от символов количеств, сделав исследование первых определяющим подходом символической алгебры. В его понимании, символическая алгебра – это «наука, которая работает с соединениями операций, определяемых не через их природу, т.е. не тем, что они есть и что они делают, но теми законами комбинирования, которым они подчиняются» [4, р. 2].

Ученик Пикока Де Морган первым попытался установить связи между развивающейся символической алгеброй и логикой. Уже в 1842 году он замечает, что «... появление алгебры, в которой символы представляют нечто большее, чем просто величины, приводит к мысли исследовать логику этого многостороннего инструмента рассуждения» [5, р. 337]. Продолжая мысль Уэтли, что правильность рассуждения не зависит от значений входящих в него терминов, он попытался положить в основание логического анализа исследование значения тех элементов языка, которые образуют форму языкового выражения. Тем самым он, по сути, развивает философию логики Уэтли методами символической алгебры Пикока. Подобно тому, как Пикок сосредотачивает внимание на принципах соединения символов, Де Морган пытается установить формальные принципы соединения терминов. А развивая на основе этих принципов логику отношений, он фактически положил начало композиционному построению логики.

Буль в своих первых публикациях опирается на методологию Грегори, отделяя символы от их предметов, а операции от возможных приложений [6, р. 39–40]. Рассуждения Буля в предисловии к [7] местами едва ли не буквально воспроизводят некоторые принципы Грегори. «В символической алгебре – пишет Буль – правильность процесса анализа не зависит от интерпретации используемых символов, но только от законов их соединения. Всякая система интерпретации, не оказывающая воздействия на искомые отношения, равным образом допустима» [7, р. 3]. Он даже не предполагает наличия некоторой интерпретации как обязательного требования к формальной системе, достаточно того, чтобы такая интерпретация была возможна.

Литература

- [1] Whately R. *Elements of logic*. From the 8th London ed. revised, N.Y., Harper & Brothers, 1855.
- [2] Mill J. S. *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive*, vol.1. London: J.V.Parker, 1843.
- [3] Peacock G. *Treatise on Algebra*, Cambridge, 1830.
- [4] Gregory D. F. *On the real nature of symbolical Algebra* // W. Walton (ed.) The mathematical writings of Duncan Farquharson Gregory, Cambridge UK: Deighton, Bell, 1865.
- [5] De Morgan A. *On the Foundation of Algebra* // Ewald W.B. (ed.) From Kant to Hilbert. A Source Book in the Foundations of Mathematics, vol.1, Oxford UP, 1996.
- [6] Grattan-Guinness I. *The Search for Mathematical Roots, 1870–1940*. Princeton UP, 2000.
- [7] Boole G. *The mathematical analysis of logic*. Cambridge, 1847.

**Учение М. И. Каринского о гипотезе, агрегате и
переносе в «Классификации выводов»**

Шевцов А. В. (Москва)

In the report the concept of the composition of M. I. Karinsky “Classification of conclusions” (1880) is considered. The importance of the theory of a hypothesis, conclusions on the unit, a transferring priority before replacement is emphasized.

Михаил Иванович Каринский (1840–1917), крупный отечественный логик и философ конца XIX – начала XX века, в своем труде «Классификация выводов» (1880) представил вполне самостоятельное логическое учение, в котором разработал концепцию гипотезы, гипотетического познания и умозаключений от группы к агрегату. Каринский принадлежал к логико-гносеологическому направлению духовно-академической философии; с 1869 по 1894 гг. он был профессором в Санкт-Петербургской духовной академии.

Важное значение в теории классификации Каринского имело его учение о гипотезе: « . . . логические группы предметов могут быть субъектами не категорических только, но и гипотетических суждений . . . соединяя два факта в условном суждении, мы выражаем ту мысль, что один из них составляет неизбежный член того порядка фактов во времени, который характеризуется другим» [3, С. 93–94]. Особенностью логического учения М. И. Каринского становится проблема и операция «переноса», поскольку такое решение наиболее полно соответствует самому процессу мышления и умозаключающей деятельности разума человека. Операция «перенесения» здесь не является заменой или замещением одного субъекта на другой, но означает, что «суждение, из которого переносится один из

элементов, должен стоять в каком-нибудь отношении ко вновь образующемуся суждению» [3, С. 55]. В учении о гипотезе Каринский рассмотрел такие умозаключающие операции как – ассоциации, аналогии, отношения, перенесения (но не замещения), аппроксимации, аппрегенсии. Причем, вывод «есть перенесение одного из основных элементов установленного уже в нашем знании суждения на соответствующее место в другом суждении, на основании некоторого отношения между остальными элементами обоих суждений» [3, 55–56]. Сознание, таким образом, включает в себя в качестве групп некоторые более или менее подобранные агрегатные состояния, то есть собственно образы мышления, ряды представлений, на основании которых далее в мышлении образуются сами мысли.

Каринский писал, что в учении о гипотезе присутствует и учение о вероятности: « . . . простые случаи вероятности суть заключения от группы со сложным определением к отдельному предмету; сложные – усложняются выводом от частей к агрегату. Отсюда следует, что основные простейшие формулы математической вероятности составляют простое применение общих логических формул вывода» [3, С. 131]. По сути процесс гипотетического предположения и процесс его подтверждения с логической стороны совершенно тождественны, и поскольку изображение гипотезы подобно некоторому «запросу», со всеми вероятностными его решениями, то этот процесс, процесс выдвижения гипотез и с их подтверждениями должен иметь полное право стать полноценным типом вывода.

Вследствие того, что вывод проводится на основании аналогии (аналогизирующей абстракции) и между объектами одинаковой, как правило, тождественной природы, то есть между изоморфными объектами, то такая аналогия будет точнее «соответствовать» процессу вывода. Такая аналогия есть аналогия отношений, в которой речь идет о переносе отношения с модели на прототип. Так как переносится (подбирается) не какое-либо одно заранее определенное отношение, а различные отношения, обнаруживаемые в модели, то это оказывается «анalogией переменных» [4, С. 32]. Поэтому Каринский в своей классификации выводов большое внимание наряду с концепцией переноса уделил и анализу теории аналогии. На основе концепции аналогии философом выстраивалась и теория гипотезы. Связь в сознании аналогичных или сводимых к аналогии восприятий достигается путем аппрегенсии (лат. понимание). У Канта синтезом аппрегенсии называлось установление единства представления из его элементов, расположенных во времени. Здесь Каринский сближался с теорией Канта.

Для описания столь сложного детального процесса работы сознания как логическое мышление Каринский не только подробно и методически последовательно выстраивал онтологию логического учения, но и использовал в процессе создания классификации математическое знание. Математика, математическая вероятность являются точным синтаксисом для такой логики. Математика для теории логического вывода, таким образом,

может стать инструментом точной экспликации. Поэтому Н. И. Кондаков сближал логику М. И. Каринского с алгеброй логики [4, С. 208].

В качестве метода для построения своей теории гипотезы и логического агрегата Каринский обратился к понятию «сличения». Он писал: «Сличение определений дает возможность устанавливать не реальное только, но и логическое тождество между предметами» [3, С. 174], тождество между предметами установленное по одной черте из определяющих значений дает право экстраполировать это тождество и на другие черты. Поэтому процесс сличения определений с одной стороны математизируется (в подборе сходных качеств до отождествления сравниваемых предметов), а с другой он устанавливает логическое тождество, при котором достигается понимание (аппрегенция). В этом смысле математическое исчисление будет именно то же самое отождествление, но только по такому специальному признаку как возможность представления в особенных символах [5, С. 145]. Иначе было бы невозможно даже сравнить между собой предметы одного вида.

Главное отличие в концепциях М. И. Каринского и Л. В. Рутковского заключалось в проблеме приоритета между трансляцией и ротацией, то есть между переносом и замещением [2, С. 162]. Каринский видел в теории логики более сложный механизм, в сравнении с традиционным подразделением на дедукцию и на индукцию [1].

Литература

- [1] Бажанов В. А. *История логики в России и СССР (Концептуальный контекст университетской философии)*. М., 2007.
- [2] Бирюков Б. В. *Трудные времена философии. Логика и философия в первые послесталинские годы. Математическая логика. Кн. 2: В мире логики – математической и философской*. М., 2014.
- [3] Каринский М. И. *Классификация выводов*. // Избранные труды русских логиков XIX века. М., 1956.
- [4] Кондаков Н. И. *Логический словарь*. М., 1971.
- [5] Шевцов А. В. *М. И. Каринский и русская гносеология конца XIX – начала XX века*. М.: Мир философии. 2017.

Логика научного познания

Цветная мыслительная матрица

Бахтияров К. И. (Москва)

зел.	жел.	Красн.	
0101	1101	0111	1111
0001	1001	0011	1011
0100	1100	0110	1110
0000	1000	0010	1010
Черн.		син.	гол.

До сих пор, к сожалению, мы не располагаем системой простых и общедоступных символов, отражающих контроль над рождением и протеканием наших мыслей.
де Боно. Шесть шляп мышления.

В психогенетической матрице виды идут во главе со своей родовой доминантой, реализуя принцип *генетического деления* в отличие от *логической классификации*. Генетическая матрица с «поумневшими молекулами» становится человечной. В качестве метасимволов универсального языка взяты знаки максимумов и минимумов [1], [2]. Имеем две доминантные фамилии: *A – волна и *V – частица. Живая генетическая матрица обеспечивает природный цикл, ей изнутри присуща изменчивость и периодичность и поэтому нет необходимости привносить их извне. Благодаря метасимволам была впервые получена классификация выделенных и антивыделенных пар [2]. Доминанты ориентированы на цель (*target oriented*) – редукция по последней цифре; а недоминанты ориентированы на источник (*source oriented*) – редукция по первой цифре. **Максимум A = 11 → 1** выделенное значение, **минимум V = 00 → 0** антивыделенное; слабый **максимум n = 01 → 0** антивыделенное, слабый **минимум u = 10 → 1** выделенное значение.

В психотипах К.Юнга экстраверсия и интроверсия различаются легче всего [5, С. 192], но интроверсия и экстраверсия являются не значениями истинности, а модальностями. «Интроверсию и экстраверсию следует отличать от функциональных типов» [5, С. 192]. Незнание модальной логики из-за грубой ошибки – путаницы модальностей с истинностями – возможна путаница, когда на макроуровне **толстый Сенсорик** выдает себя за **тонкого Интуита**. «Хотелось бы предостеречь людей этого психотипа от выбора научной деятельности, особенно теоретических дисциплин» [4]. Следует также различать **волнистый эмоциональный тип (курсив)**, и мыслительный тип (прямой). На микроуровне ведут себя рационально: **ЭкстраДинамик** и **ИнтроСтатик**, а иррационально: **ЭкстраСтатик** и **ИнтроДинамик**. По принципу фрактальности макроаналогом ин-

троверсии/экстраверсии будут догма/диалектика. Знамением нашего времени является переход от вульгарного материализма к диалектике.

Контроль над рождением мыслей осуществляет генетический код. В матрице имеем 4 блока: **Зеленый ♦ ЭмоСенс – толстый курсив, красный ♡ ЭмоИнтуит – тонкий курсив, черный ♠ ЛогоСенс – толстый прямой, синий ♣ ЛогоИнтуит – тонкий прямой**. Зеленая опора, выполняющая роль трамплина, принимает на веру старое. Желтая измена выказывает надежду на будущее, красная доминанта утверждает лучший результат. Малая (*внутриблочная*) перемена зеленый 0101 → желтый 1101 порождает большую (*межблочную*) перемену желтый 1101 → красный 1111. Итак, изменение имен-приставок 01* → 11* предвещает изменение корней-фамилий *01 → *11. «Интуитивная перегруппировка данных позволяет совершить подлинный скачок вперед . . . Существует тенденция скачкообразного переключения, а не плавного перехода с одной модели на другую» [3, С. 10, 42]. Итак, реализована мечта де Бено: шесть цветов увязаны в природный цикл, описывающий рождение и протекание наших мыслей в системе простых бинарных символов.

Литература

- [1] Бахтияров К. И. *Логика и психогенетика с точки зрения информатики* (3 издание). М.: УРСС. 2014.
- [2] Бахтияров К. И. *Принципы универсального языка. Проблема Универсальной характеристики Лейбница* // Bakhtiyarov K.I. Principles of Universal Language. The problem of the Leibniz's Universal characteristic. M., URSS, 2016.
- [3] де Бено Э. *Шесть шляп мышления*. СПб.: Питер. 1997. С.10, 42.
- [4] Филатова Е. С. *Соционика для всех*. М.: Изд. Черная Белка. 2010. С. 115–116.
- [5] Юнг К. *Психологические типы*. М.: Университетская книга, АСТ. 1998.
- [6] Юнг К. *Проблемы души нашего времени*. М.: Академический Проект. 2007.

Принципы историко-научного исследования по В. А. Смирнову

Баранец Н. Г., Верёвкин А. Б. (Ульяновск)

We systematized the principles of science history research, according to V. A. Smirnov, which he formulated when studying the history of logic and scientific knowledge.

История науки не была основным предметом исследований В. А. Смирнова. Но размышляя об эволюции методов доказательства и логической реконструкции в истории философии он сделал важные замечания, в которых можно усмотреть принципы историко-научного исследования.

Исторически теории возникают в неопределённом виде, постепенно становясь всё более отчётливыми. Исследователь же обычно имеет дело с уже

состоявшейся и строгой научной теорией. Поэтому изучая реальный процесс развития научной мысли, следует учитывать изменение степени строгости научной теории.

Элементы и логические средства научных теорий так же пережили исторические метаморфозы. Например, в современной математике строгое обоснование теории принято отождествлять с её аксиоматизацией. Но традиционно допускаются иные способы построения математических теорий, в частности генетический метод. Эволюционировал и сам аксиоматический метод: «В ряде случаев этапы, им пройденные, не являются лишь историческими ступенями, а соответствующим образом уточнённые представляют различные виды или уровни аксиоматического метода. Можно выделить три таких этапа: содержательной, формальной и формализованной аксиоматик» [1]. Из этого проясняется необходимость исследования методологических оснований научной теории. При этом нужно дифференцировать действующие методологические приёмы, демонстративно признаваемые дисциплинарным сообществом, и не вполне осознаваемые методы, применяемые в исследованиях.

Реконструкция системы мышления учёных может затрудняться имеющимися суждениями исследователей. При описании используемых методов и способов обоснования, необходимо различать эмпирический материал и те конструкты, стереотипные интерпретации, которые используются историками науки. Так, вслед за С. А. Яновской В. А. Смирнов предостерегал от привычного представления «Начал» Евклида как прообраза аксиоматического метода. Он полагал, что концепцию «Начал», более верно толковать как прототип генетического метода.

Полнота историко-научного исследования невозможна без прояснения «пространств возможностей и выбора», имевшихся при осуществлении научного поиска. Пространство возможностей задаёт многообразие имеющихся гипотез и процедур поиска, о пространство выбора – эмпирические данные, методологические приёмы, инструменты и теоретические соображения [2].

Используя метод логической реконструкции науки, можно богаче представить историю учения о доказательстве и понять причины выбора определённого направления исследований из имевшихся возможностей. В. А. Смирнов предпочитал презентистский подход в истории науки, который позволяет доступно излагать научные теории в современных терминах и стимулировать построение новых теорий.

Литература

- [1] Смирнов В.А. *Генетический метод построения теории*. // Логико-философские труды В.А. Смирнова. М.: Эдиториал УРСС, 2010.
- [2] Смирнов В.А. *Логические методы поиска доказательства* // Логико-философские труды В.А. Смирнова. М.: Эдиториал УРСС, 2010.

Проблема аргумента *ad hominem* в троллинге как феномене вербального общения

Бикметова Т. И. (Нижний Новгород)

Виртуальное общение является специфическим феноменом в силу общедоступности, отсутствия прямого контакта, установления своеобразных моделей социального поведения и практик коммуникации. При этом социальное пространство Сети, выступающее в качестве коммуникативной среды, приводит к появлению новых видов и форм взаимоотношений между его участниками.

В настоящее время в виртуальном пространстве широко распространен троллинг, во многом порожденный кажущейся анонимностью субъектов виртуального общения. В реальной действительности всегда есть возможность осуждения асоциального поведения, и как следствие, возможность применения определенных моральных и коммуникативных санкций. Анонимность субъекта общения в виртуальном пространстве способствует проявлению вседозволенности и безответственности, поскольку вероятность разоблачения, осуждения и личной негативной оценки окружающими практически минимальна. Вследствие этого в интернет-пространстве имеет место девиантный тип общения, проявляющийся в агрессивности, нетolerантности, грубости.

Троллинг, являющийся особой, оскорбительной, широко практикуемой формой поведения в виртуальной коммуникации, как правило, рассматривается с точки зрения психологического феномена, но при этом его логические аспекты еще не стали предметом отдельного анализа.

В настоящее время явление троллинга не получило однозначного, логически корректного определение. Но цель его применения, как правило, очевидна: создать конфликтную ситуацию. Такая цель достигается, в том числе, и с помощью логических средств.

Одной из наиболее часто встречающихся логических уловок, используемых в троллинге, является «логическая диверсия», когда анализ актуальных реальных общественных вопросов и задач переводится в плоскость деструктивного обсуждения маловажных аспектов проблемы. Вместе с тем применение этой уловки часто сопровождается достаточно агрессивным размещением клеветнических, компрометирующих сообщений, недостоверной информацией и т. д. Другой, но не менее важной стратегией троллинга, является применение аргумента *ad hominem*.

В современной теории аргументации существуют различные определения и классификации аргумента *ad hominem*, что демонстрирует отсутствие единого методологического основания к анализу такого рода аргументов. Однако можно выделить некоторые основные подходы в понимании их сущности и границ применения.

Первый подход трактует аргумент *ad hominem* как всегда ошибочный, определяемый как некорректный (нерелевантный) либо ошибочный по сво-

ей природе. Второй подход декларирует, что аргументы *ad hominem* являются обоснованными и возможными для применения в определенных дискурсах, в том числе в политике, юриспруденции. Такого рода аргументы играют значительную роль в публицистике, что обусловлено спецификой данной области общения: обращением не только к разуму, но и к чувствам его участников. Как правило, апелляция к чувствам, эмоциям аудитории способствует созданию довольно отрицательного образа оппонента.

Понятие «аргумент *ad hominem*» в определениях различных исследователей часто основывается на идее личностной атаки. Данный довод обращается к личности оппонента, в классическом случае – сосредотачивается на его характере, личностных качествах, обстоятельствах, и при этом он содержит негативную оценку оппонента.

Цель троллинга в случае использования аргумента *ad hominem* – создать отрицательную характеристику посредством недоверия, сомнения в положительных качествах участников виртуального общения. При этом одной из коммуникативных задач тролля является негативное воздействие на чувства других, стремление оскорбить, унизить, уязвить, представить в смешном или неприглядном свете. Таким образом, использование аргумента *ad hominem* приводит к реализации созданию конфликтной ситуации, всячески препятствующей позитивной дискуссии в виртуальном общении.

Логика в управлении рисками. К постановке проблемы

Герасимова И. А. (Москва)

Classical logic and methodology of certainty has played a fundamental role in the development of scientific rationality in ancient times. In strategies of innovation development emphasis is on designing. The concept of knowledge acquires the meaning of “theoretical scheme” and the technology by which a person creates a new reality. Construction of technological reality enhances the threat of global risks. The logic of scientific knowledge as an interdisciplinary project take into account the conditions of uncertainty. The scheme of combination of certainty and uncertainty recorded in tetralemma. In the third position – “yes and no” – the fractional uncertainty can be removed by the construction of possible worlds (consistent conceptual alternatives). In fourth position is dealing with complete uncertainty. From the epistemic point of view, it is useful to introduce in the argument the concept of “known unknown” (potentially disposable uncertainty), the “unknown unknown” (unconscious uncertainty, Taleb’s “Black Swan”) and “the Great unknown” (essentially inherent uncertainty). To avoid uncertainty, there is a temporary plug (“disposable uncertainty”). In an attempt to build the strategy logic of risk management is changing the role of the hypotheses to formulate the starting problem in the removal of negative consequences of certain actions. Analyzes the problems of introduction. It is necessary to highlight the spheres of scientific research (cognition), design and decision-making. If the integrated interdisciplinary study of popular forms of organization,

and also transdisciplinary in terms of the use of scientific methodologies in communications with the administration and population there is a need for the development of argumentative strategies transdisciplinary dialogue (professionals and non-professionals). Despite the serious risks of colonization of new species, today it is the only way to save endangered species. The responsibility for decisions lies with the science, and on society.

Угрозы глобальных рисков (техногенных, экологических, информационных, социальных, экзистенциальных) приводят к вводу неопределенности в состав бытия. Классическая логики и методология определенности сыграли основополагающую роль в становлении научной рациональности во времена античности. С сер. XX в. и особенно в XXI в. резко поменялись установки в практической деятельности. В стратегиях инновационного развития делается акцент не на познании, а на конструировании и проектировании, в том числе и в отношении будущего. Понятие знания приобретает смысл «теоретической схемы» и технологии, с помощью которых человек создает новые реальности. Логическая рациональность с эпохи Нового времени была направлена на развитие технологической реальности – техносферы, которая усиливает угрозы рисков жизни на планете. Осознание неопределенности в составе бытия ведет к постановке проблемы переосмысливания задач логики научного познания. Логика научного познания как междисциплинарный проект на стыке логики и методологии науки направлена на разработку и применение рациональных методов логики к задачам научного исследований. Под экспресс-методом введения в логику будем понимать схему тетралеммы, которая была известна в индийской традиции как чатушкотика и понималась как описание бытия четырьмя способами: «да» – «нет» – «и да, и нет» – «ни да, ни нет». Схема тетралеммы имеет множество интерпретаций, но для нас в данном случае важно обратить внимание на факторы определенности и факторы неопределенности. В третьей позиции – «и да, и нет» – частичная неопределенность может быть снята конструированием возможных миров (концептуально непротиворечивых альтернатив). В четвертой позиции имеет дело с полной неопределенностью. С эпистемической точки зрения полезно ввести в рассуждение понятия «известного неизвестного» (потенциально устранимая неопределенность), «неизвестного неизвестного» (неосознаваемая неопределенность, «черный лебедь» Талеба) и «Великого неизвестного» (принципиально неустранимая неопределенность). В устранении неопределенности существует временная вилка («со временем устранимая неопределенность»). Гипотетико-дедуктивный метод в классическом варианте задает правила оперирования с гипотезами, которые должны выполнять функции объяснения и предсказания. В классическом варианте предполагается, что неопределенность можно устраниТЬ, подтвердить или опровергнуть гипотезу. В ситуации неопределенности двузначная логика не работает. В попытках выстроить стратегии логики в управлении рисками меняется роль

гипотез, которые формулируют стартовую проблему в выведении негативных последствий определенных действий. Рассмотрим пример с интродукцией – переселением вида на новое место жительства. Анализ неблагоприятных последствий при заселении новым видом местообитания предполагает выделение группы рисков – экологический риск, риск болезней, риск «утечки» генов, риск инвазий (вытеснение исконных видов), социоэкономические риски (ущерб местному населению). С риском связан не только ущерб, но и возможность. Известно явление экологический пластиности, когда внедренный вид начинает размножаться быстрее, чем это было предсказано. В общем случае предсказание подобной пластиности проблематично. Осознание полной неопределенности приводит экологов к выводу о невозможности с помощью «пересадок» спасти все биоразнообразие планеты, в ряде случаев можно («не навреди» – трудный вопрос), а в ряде случаев стоит предоставить виду самому выживать. Стоит выделить сферы научного исследования (познания), проектирования и принятия решения. Если в комплексном исследовании востребованы междисциплинарные формы организации, а также трансдисциплинарные в аспекте использования общенаучных методологий, то в коммуникациях с администрацией и населением возникает потребность в развитии аргументативных стратегий трансдисциплинарного диалога (специалистов и неспециалистов). Несмотря на серьезные риски колонизации новых видов, на сегодня это единственный путь спасения исчезающих видов. Ответственность за решения ложится и на науку, и на социум.

Литература

- [1] Конифф Р. *Жизнь вдали от Родины*. // В мире науки. 2016. Т. 12. С. 58–64.

Критическое мышление как проблема современной философии науки

Горьков И. А. (Kaliningrad)

Critical thinking is often considered as a generic skill or a set of skills that can be taught regardless to the context. This set of skills may be formed through the classes of the “critical thinking”. But this way of thinking may be understood not as a skill but also as a fundamental way of thinking alongside dogmatic thinking. Moreover critical way of thinking can be seen as an ability that cannot be taught, but merely enhanced via training. If critical thinking is not just a generic skill and is sensitive to the context what is a proper way to teach (or enhance) it? The author argues that one the best means for that is philosophical education.

В рамках современного социально-гуманитарного дискурса критическое мышление исследуется в разнообразных аспектах. Помимо выяснения содержания понятия критического мышления и определения атрибутов

критичности, одним из существенных представляется вопрос о средствах формирования критического мышления, а также вопрос о самой возможности его развития. В частности, критическое мышление можно рассматривать в качестве врожденной способности сознания, ограничивая тем самым пределы его культивирования. Несмотря на то, что большое число исследователей сходится на идее возможности (и желательности) развития этого вида мышления, вопрос о средствах такого развития остается открытым. В качестве наиболее очевидного инструмента для этого зачастую предлагается дисциплина под названием «Критическое мышление», преподаваемая во многих западных и некоторых отечественных вузах. Целью этой дисциплины является развитие ряда специальных навыков, которые с точки зрения авторов составляют основное содержание данного типа мышления. Однако при таком подходе из вида упускается целостный мировоззренческий характер критического мышления, его применение к базовым основаниям мышления и действия. Подобное инструментальное понимание представляется недостаточным, если рассматривать критическое мышление в качестве одного из двух фундаментальных типов мышления, наряду с т. н. некритическим (догматическим). При таком взгляде критичность оказывается тесно связанной с мировоззрением человека: степень критичности мышления свидетельствует об уровне рациональности мировоззрения.

Понимание критического мышления как системы навыков представляется необходимым, но явно недостаточным. Критическое мышление справедливо рассматривать в качестве одного из двух возможных стилей мышления (наряду с догматическим), а критичность – как ценность культуры, поскольку само предпочтение этого типа мышления догматическому зависит от изначальной установки человека на критичность, т.е. от избранных ценностей. Критическое мышление понимается не только и не столько как система разрозненных навыков, но как целостный тип мышления, противоположный т. н. некритическому (догматическому) мышлению. В этой связи критическое мышление выступает в качестве основы для рационального мировоззрения, а догматическое мышление, соответственно, для некритического. Необходимость формирования критического мышления в современности, таким образом, объясняется значимостью рационального мировоззрения.

Если критическое мышление является нечто большим, чем навык или система навыков, которые могут быть сформированы без привязки к контексту изучаемого объекта, возникает вопрос о наиболее адекватном средстве трансляции такого мышления. Гуманитарное (прежде всего, философское) образование рассматривается здесь как средство формирования элементов критического мышления.

Характерной чертой собственно философского мировоззрения выступает, на наш взгляд, критичность, т. к. философское мышление это, прежде всего, мышление критическое. Критическое мышление может существовать вне и помимо философского образования. Если это мышление ин-

терпретируется как набор когнитивных навыков, то его развитие зависит лишь от эффективности обучения. Если же критичность понимается как ценность, то ее принятие связывается с изменениями философских оснований мировоззрения.

Цитирование и его функции в научных текстах

Гриненко Г. В. (Москва)

Citations are widely used in various types of texts, including – in scientific texts. Especially often they are applied to support claim of the author of the text, but can serve for demonstration of horizon of the author, affiliation to the certain scientific school and to carry out other functions.

Цитирование – широко распространенный прием, используемый в текстах любого типа (художественных, научных, деловых и др.) и выполняющий в них различные функции.

«Толковый словарь русского языка» под редакцией Д. Н. Ушакова определяет цитату как дословную выдержку из какого-нибудь текста. Термины «цитата» и «цитирование», вошедшие в русский язык в XIX в., происходят от позднелатинского «*citatio*», восходящего к латинским же «*citare*» – «ссыльаться на кого-то» или «*cito*» – «привожу в движение», «потрясаю», а также «призываю», «вызываю в свидетели». В юридической латыни «*cito*» имеет смысл «доказываю правоту», что непосредственно связано с главной функцией цитат в научных текстах.

В письменный текст цитата может входить: в собственно текст (в основной, примечания, ссылки), реже – в качестве эпиграфа, и совсем редко – заголовка. В последних случаях цитаты указывают на некий общий смысл текста (например, иронический), являясь «ключом» к их прочтению, или же на связь данного текста с тем, из которого она взята, с дискурсом, где обсуждалась данная тема, усиливая внутренние связи в семиосфере, и т.д.

В широком смысле почти любой научный текст можно считать аргументацией, т. е. текстом, направленным на то, чтобы убедить читающих / слушающих в правильности тезиса автора (или в случае, когда его главная цель состоит в опровержении чьей-то точки зрения, его антитезиса). Приводимые цитаты обычно служат именно этой цели, выступая в качестве аргумента. Но, учитывая структуру аргументации, можно выделить еще случаи, когда приводимая цитата является тезисом (автор отстаивает чужую точку зрения) или подтверждением правильности способа обоснования тезиса (довольно редкий случай, таким можно считать, скажем, использование цитаты в качестве примера в пятичленном силлогизме в индийской логике).

Значимость цитаты-аргумента в аргументации существенно зависит от культурно-исторической эпохи, в которую создавался текст. Традиционные

(аграрные) культуры, существовавшие до Нового времени, были ориентированы на прошлое, наиболее авторитетными там были знания и мнения предков, мудрецов прошлого, «божественные откровения» и т. п. Поэтому в средневековых европейских текстах цитата из Аристотеля или Библии выступала в качестве весомого доказательства. В Новое время использование произвольной цитаты, как и простая ссылка на чье-то мнение, стала оцениваться как уловка «ссылка на авторитет». Допустимой является ситуация, когда цитируемая работа признана научным сообществом в качестве серьезного исследования, а ее автор – в качестве авторитета (эксперта) в данной области знания. Но этим не исчерпывается возможная роль цитат в научном тексте. Так, цитата может приводиться для последующей критики выраженной в ней мысли или ее формулировки, применяться автором для демонстрации своего кругозора, для указания на научную школу, к которой он принадлежит, разделяемую им парадигму или идеологию, и т.п.

В последнее время цитирование в научной литературе приобрело еще одну неожиданную функцию: количество цитирований вместе с индексом Хирша стало научометрическим показателем, что привело к различным злоупотреблениям: безудержному самоцитированию, взаимоцитированию по словору и даже к стремлению к «дурной славе». Сознательно допуская в своем тексте ошибки, автор провоцирует читателей на критику, что способствует росту его цитирований и индекса Хирша, т.е. как ни парадоксально, увеличивает его положительные научометрические показатели.

Особое разнообразие функции цитирования обретают в спорах и дискуссиях, где цитаты могут оказаться способом психологического воздействия на оппонента, публику и судей.

Умозаключения из суждений об отношениях двух сторон

Жалдақ Н. Н. (Белгород)

The article offers a simple diagrammatic method of inference from judgments in which the names of both sides of a relationship are used with quantifier words of a natural language.

Суждения об отношениях могут использоваться в рассуждениях как атрибутивные. При этом не используется возможность делать выводы, основанные на знании о свойстве отношения. Но в записи логической формы такого суждения как атрибутивного наименование стороны отношения, принятой за субъект суждения, заменяется обычно не предметной переменной, а обозначением одноместного предиката. Притом в границах логики суждений о свойствах как логики одноместных предикатов с одной предметной переменной эта переменная вообще перестает быть информативной, так что может быть символическая запись на более коротком символическом языке без аналога предметной переменной. Нет и общеприня-

того признания того, обозначает ли любая предметная переменная как бы окошко для одного элемента, пробегающее по всему универсуму или разные предметные переменные обозначают разные подмножества универсума, разделенные линией Жергона. Кванторные слова в естественном языке в любом случае относятся непосредственно не к безлиkim предметным переменным, а непосредственно к названным в предложении предметам, имеющим свойства или находящимся в отношениях. Поэтому в практической логике этого языка вообще, записывая логическую форму суждений об отношениях, стороны отношений будем обозначать знаками не предметных переменных, а одноместных предикатов $A, B, C \dots$, и кванторные слова будем относить непосредственно к ним. Отношение обозначим буквой R . Свойства отношения будем изображать стрелками, без пробела примыкающими к букве R , и получим: $A \leftarrow R \rightarrow B$ – симметричное отношение, $AR \leftrightarrow B$ – рефлексивное отношение, $AR \rightarrow\rightarrow B$ – транзитивное отношение, $A \leftarrow R \leftrightarrow\rightarrow B$ – симметрично-рефлексивно-транзитивное отношение. Правила непосредственных умозаключений из свойств симметричного и рефлексивного отношений: $A \leftarrow R \rightarrow B \leftrightarrow B \leftarrow R \rightarrow A$; $AR \leftrightarrow B \leftrightarrow AR \leftrightarrow A \wedge BR \leftrightarrow B$. Правило опосредованного вывода из транзитивности отношения: $AR \rightarrow\rightarrow B \wedge BR \rightarrow\rightarrow C \rightarrow AR \rightarrow\rightarrow C$. Правило непосредственного вывода: из отношения со сложным свойством следует отношение с любым свойством, которое содержится в сложном свойстве, например: $A \leftarrow R \leftrightarrow\rightarrow B \rightarrow A \leftarrow R \leftrightarrow B$.

Чтобы определять кванторные слова заключения, модель значений кванторных слов посылок может быть следующей. Её исходную (досвязочную) часть составляют самостоятельные однобуквенные досвязочные части линейных диаграмм для каждой из сторон отношения с линией и пробелом на каждой и ограничением универсума вертикальной линией сбоку от пробела. Около краев каждой линии и каждого пробела на каждой из однобуквенных линейных диаграмм воображаются отдельные электропроводящие контакты по паре на каждый отрезок линии и каждый пробел. Между контактами может быть отношение передачи тока. Информацию о существовании отношения и, следовательно, его сторон несёт граф «проводник» между контактами A (не- A) и B (не- B), и C (не- C). Граф, который идет от одного контакта, но не доходит до другого, означает отсутствие отношения между указанными им сторонами. Знак « $-$ » на соответствующем участке с линией или пробелом означает пустоту множества.

Связь обоих контактов участка A с одним контактом на участке B означает, что все A находятся в отношении хотя бы с одним B и т. д. На модели выбирается такое положение графов-«проводников», соответствующее посылкам, при котором цепь может быть прервана или задействуется как можно меньше контактов. Если может быть такое положение проводников, при котором ток с контактов A (не- A) на контакты C (не- C) не передается, то из данных посылок заключение по транзитивности отношения не следует.

В непосредственном умозаключении с посылкой о симметричном или рефлексивном отношении кванторными терминами в заключении могут быть указаны только те (все или не все), элементы A, B, C , которые находятся в данном отношении согласно кванторным терминам посылки.

Внутренние пределы теоретического мышления

Жаров С. Н. (Воронеж)

There are internal limits of theoretical thought. They are connected with the requirement of its unequivocal subject focusing. The theoretical thinking can express something uncertain only a roundabout way. Search of such ways leads to development scientific rationality.

Известна тематизация указанной проблемы в работах Канта. Теоретический разум познает лишь объекты возможного опыта. Сам разум, не будучи явлением среди явлений, остается вещью в себе. Однако существует сфера, в которой эта вещь в себе постигается без того, чтобы стать объектом. Речь идет моральных законах, в которых открывается предметно непредставимое содержание практического разума. Поскольку теоретическое и практическое – две стороны одного разума, теоретический разум должен считаться с чуждым ему содержанием, которое привносится в рефлексию практическим разумом [1]. Т. е. мы видим признание действительно необъективируемого бытия, которое недоступно теоретическому разуму, но признается им как результат, полученный на иной почве. Это заставляет задуматься, какие пределы теоретического мышления вытекают из его сути, и как эти пределы преодолеваются.

Проблема рождается вместе с теоретической рациональностью. Согласно Пармениду строгость возможна там, где присутствует бытие, первичное «есть», которое открывается внутри мысли как точка ее фокусировки. Получается, что мысль не способна выразить ничто, небытие, не сущее. Однако Платон преодолевает это ограничение, обращаясь к относительному ничто и к бытию различных идей. Здесь одна определенность утверждается за счет отрицания другой, а «небытие выступает ... как принцип различия, отношения ...» [2]. Однако «обезвреживание» ничто не всегда столь убедительно, если речь идет о выражении движения. Парадоксы Зенона скрываются и внутри современных понятий. Например, скорость есть производная координаты по времени. Если она не равна нулю, то и dx не равно нулю, т.е. движущаяся точка всегда уже за пределами «места», в котором берется производная. Но это не мешает представить движение через последовательность его результатов.

Дело усложняется при описании процесса в терминах эволюции возможностей. Внутри описания сохраняется однозначная фокусировка мысли. Однако, если речь идет о физике, мышление нуждается не только в логической, но и онтологической фокусировке. Можно ли понять эволюцию возможностей как эволюцию некой реальности, в которой эти возможности

действенны без осуществления в виде завершенных событий? Этот вопрос актуален для понимания квантовой механики, где возможности описываются так, как если бы они обладали собственной действенностью. Для онтологической интерпретации здесь нужно указать на субстрат – держатель возможностей, в сфере которого то, что мы привыкли называть «возможностью», существует как нечто действительное и действующее. Но субстрат, взятый в терминах чайности, не может быть принят в силу неоднозначности описания одного и того же процесса внутри квантовой теории (см. [3]).

Здесь напрашивается гипотеза, навеянная кантовским методом расширения сферы теоретического разума. Существующее описание не может быть истолковано в терминах однозначной онтологической чайности. Однако точность предсказаний говорит нам, что действенность возможностей схвачена теорией и выражена в ее схемах. Вспоминается хайдеггеровская онтология, где бытие действенно, но не сводимо к сущему, к чайности. Может быть, и в квантовой теории отражено бытие, не сводимое к чайности, но выраженное через отношения теоретических чайностей. Там, где «прямое» онтологическое описание блокируется особенностями теоретического мышления, последнее не бросает задачу как неразрешимую, но ищет и находит обходные пути, расширяя тем самым свои горизонты.

Литература

- [1] Кант И. Соч.: В 6 т. М.: Мысль, 1965. Т. 4, ч. 1. С. 454.
- [2] Гайденко П. П. *Средневековый номинализм и генезис европейского сознания*. // Вопр. философии. 2014. № 2. С. 157.
- [3] Жаров С. Н. *Калибровочные преобразования и избыточное содержание физической теории*. // Философские проблемы классической и неклассической физики: современная интерпретация. М.: Ин-т философии РАН, 1998. С. 138–157.

Когнитивные основания теории аргументации

Зайцева Н. (Moscow)

Когнитивная наука часто трактуется как широкая междисциплинарная область, объединяющая исследования ментальных способов представления и обработки информации. Применительно к теории аргументации когнитивный подход естественно рассматривать как изучение аргументативных процедур в когнитивном контексте. Такое изучение, в первую очередь, направлено на поиск ответов на следующие вопросы: что делает аргументацию убедительной, и что нужно сделать, чтобы повысить степень убедительности аргументативного воздействия.

Несмотря на очевидную актуальность этих познавательных задач, собственно когнитивных исследований в области теории аргументации не так много, как этого можно было бы ожидать. В первую очередь следует указать работы Дэйла Хэмпла (D.Hampel) и В.Н.Брюшинкина, в качестве ис-

ходного пункта выбирающих постулат, выраженный метафорой – “аргументация не в высказываниях, а в людях”. Зачастую на статус когнитивных исследований аргументации претендуют работы в области формального моделирования аргументативного процесса, так или иначе принимающие во внимание когнитивные аспекты аргументации. Однако считать их подлинно когнитивными не вполне корректно, поскольку сама когнитивная сторона аргументации в них не исследуется, а лишь констатируется ее наличие.

Значительно интереснее рассмотреть различные подходы к трактовке процесса аргументации, в явном виде не содержащие апелляции к когнитивным наукам, но по сути дела предполагающие изучение познавательных процедур, обеспечивающих эффективную аргументацию. В выступлении будут рассмотрены: эпистемологический подход к аргументации (A. Goldman, C. Lumer, M. P. Weinstock), критический анализ дискурса (Critical Discourse Analysis (CDA), I. Z. Zagar, S. Oswald, R. Wodak, и нейрориторика (J. E. Rice, J. Lynch).

В завершающей части я продемонстрирую преимущества когнитивной феноменологии в анализе аргументативного дискурса на примере ряда соответствующих ментальных процедур. В частности, для моделирования так называемой «диагностики адресата» предлагается использовать описанную Гуссерлем операцию трансцендентальной аппрезентации» (анализирующей апперцепции). Также будет предложена феноменологическая интерпретация симуляционного подхода, позволяющая адекватно моделировать процесс передачи смысла в аргументативном сообщении.

Естественный язык как средство логического мышления специфика русской речевой культуры

Иванова И. И. (Кыргызстан)

Due to the recently exacerbated debate over the specifics of Russian mentality and inhesion/non-inhesion of its rationalist thinking the link between thinking and language is highlighted with new faces. As a result, it is asked more definitely the question not only about the ability of a national language to transmit and to build logical thinking, but also about the possibility to assess this ability as an absolutely positive one. In parallel it is addressed the issue of the nature of rationalistic thinking, its nationally mental specifics, and language means of expression.

Благодаря обострившейся в последнее время дискуссии по поводу специфики русской ментальности и присущности/неприсущности ей рационалистического мышления все в новых гранях выясняется связь между мышлением и языком. В итоге все более определенно ставится вопрос не только о способности того или иного национального (естественного) языка передавать и формировать логическое мышление, но и о возможности

оценивать такую способность в качестве безусловно положительной. Параллельно рассматривается вопрос о природе рационалистического мышления, его национально-ментальной специфике и языковых средствах выражения, соотношении мышления рационалистического и логического.

Если, при этом, обратиться именно к русскому языку-мышлению, то к числу его неоспоримых достоинств обычно относят поэтическую выразительность. Не секрет, что достижение такой выразительности осуществляется посредством метафоричности, ассоциативности (неконтролируемого использования аналогий), многозначительной недосказанности (избыточности энтизма), заведомой неопределенности, почти безграничной синтаксической пластичности – вплоть до утраты структурной формы. На эти же качества чаще всего указывают и тогда, когда дело касается русской философии – особого рода мыслительной деятельности и особого рода текстов, нередко упрекаемых в резонерстве.

Между тем, с одной стороны, философия является рационалистическим мышлением, с другой стороны, рационалистическое мышление не считается специфическим свойством русской ментальности, а с третьей, – эти два обстоятельства так или иначе связаны с особенностями русской речевой культуры. Отсюда возникает вопрос не столько о разных типах рациональности и сводимости/несводимости рационалистического мышления к формальной логике, сколько о характере и степени соответствия русского языка собственно логическому мышлению. И если при этом исходить из таких принципов логики, как требований мыслительной определенности, непротиворечивости, последовательности и доказательности, то в первую очередь хочется уяснить, нет ли в самом русском языке каких-то механизмов, которые могли бы препятствовать реализации указанных логических принципов.

Для начала здесь следует сказать о понятии, суждении и умозаключении как основных формах логического мышления, о терминах и предложении как соответствующих им семантических категориях, а также о распространенной в русской речи практике их отождествления. Так, в разговоре о понятиях обычно употребляют выражения «слова» и «термины», а в разговоре о суждениях или умозаключениях – «фразы» и «рассуждения». При этом в большом ходу словосочетания типа «смысл понятия», «перевод понятия» или «перевод смысла» (в то время как переводить можно лишь слова и словоформы, поскольку, во-первых, процедура перевода заключается в замене одной словоформы на другую при сохранении смысла, а во-вторых, понятие – это и есть собственный смысл слова или словоформы). Нередки случаи отказа от метаязыковых кавычек, даже в профессионально-лингвистической среде.

Для русско-речевого оперирования словесными знаками весьма характерно также то, что среди всех возможных их смыслов – буквального, этимологического, переносного и собственного – предпочтение отдается этимологическому и переносному, а этимологический и собственный смысл

смешиваются. В рамках одного и того же контекста распространена омонимия (на которой держится метафоричность и прочая поэтика языка, но никак не логика), а отсутствие в русской грамматике артикля окончательно лишает мыслительную картину точности и определенности. Отсюда не только ассоциативность русского языка-мышления, но и постоянное нарушение известных принципов именования – однозначности и предметности.

В языке на уровне суждений и умозаключений возникают новые сложности, главным образом структурного порядка. Так, широкое использование односоставных и неполных предложений наряду с произвольным порядком членов в предложениях полных обычно вынуждает при выявлении субъектно-предикатной формы обращаться к контексту, а тот, в свою очередь, отягощен аналогичными проблемами, которые дополняются еще и многозначностью входящих в него терминов. Немало сложностей порождает языковое выражение общеотрицательных суждений: только в русском языке следует употреблять двойное отрицание и вместо «Все *S* не являются *P*» говорить «Ни одно *S* не является *P*». Еще больше этих сложностей – в обращении со сложноподчиненными предложениями: «Выпимши ж были – ничё не помним»; «Материал уникален, потому что дизайнеры его очень любят».

Таким образом, даже с учетом самоконтролируемой природы логического мышления оперирование русским языком в логических целях неизменно требует дополнительного контроля. Оно требует предельно повышенной дисциплины ума и языка, которая вырабатывается не столько специальным обучением, сколько устойчивой речевой традицией.

О кантовской идее трансцендентальной логики

Катречко С. Л. (Москва)

The paper discusses possible interpretations of Kant's transcendental logic, including its interpretation from the point of view of modern formal logic.

В «Критике чистого разума» (*Kritikе*) Кант устанавливает «идею науки о чистом рассудке . . . , определяющую происхождение, объем и объективную значимость [априорных] знаний» [B81–2]¹, которая называется им *трансцендентальной логикой*. По Канту, трансцендентальная логика (ТЛ) отличается от общей (формальной) логики [*allgemeine Logik*], которая «отвлекается от всего содержания познания . . . и рассматривает только логическую форму [мышления] [как] форму [дискурсивного] познания в понятиях, суждениях и умозаключениях» [B79, 170, 172; см. также B102], в то время как ТЛ отвлекается «не от всего содержания познания» [B80], а «имеет дело с определенным [трансцендентальным] содержанием» [B172],

¹Ссылки на «Критику чистого разума» Канта здесь и ниже будем давать в стандартной пагинации.

под которым Кант понимает «чистые рассудочные понятия [категории]» [B105] как «чистый синтез, представленный в общей форме» [B104]² и направленный на «синтетическое единство многообразного [различных представлений] в [одном] созерцании» [B105]. При этом «трансцендентальная логика учит, как сводить к понятиям не представления (этим занимается общая логика), а чистый синтез представлений» [B104]. Тем самым специфика трансцендентальной логики по сравнению с общей (формальной) логикой состоит в том, что «тот же самый рассудок . . . , который . . . создает логическую форму суждения в понятиях, вносит также трансцендентальное содержание в свои представления» [B105].

Таким образом, трансцендентальная логика допускает двоякую трактовку. В широком смысле она является учением о чистом рассудке как одном из «основных стволов [наряду с чувственностью] познания» [B29]³). Здесь нужно учитывать и исторический контекст. Во времена Канта еще не было (формальной) логики в современном смысле слова. Под логикой тогда понималась, скорее, теория (по)знания (подробнее см. [7]). В узком смысле под ТЛ понимается как некая (квази)содержательная логика, отличающаяся от формальной логики⁴. Ниже мы обсудим вопрос о возможных интерпретациях ТЛ в узком смысле.

В своем первом (основном) модусе ТЛ-1 выступает как оригинальная теория суждений. По Канту, роль категорий в познании состоит в том, что они осуществляют трансцендентальную маркировку понятий суждения, что и составляет «трансцендентальное содержание» суждения. Например, в суждении «Солнце нагревает камень» [Пролегомены, §20] «Солнце» выступает как [категория] причина, а «камень» как следствие представленного в суждении опыта события, а в категорическом суждении «Все тела делимы» [B81–2] «тело» выступает как субстанция, а «делимое» как акциденция представленного в суждении об отношении.

Во втором модусе ТЛ-2 выступает «приложение» ТЛ-1, а именно как основанная на категориальной разметке понятий ТЛ-1 система онтологических [семантических] постулатов. В этом смысле трансцендентальная логика «ортогональна» общей логике, т.е. не является логикой в узком смысле этого слова, однако выявленные с ее помощью трансцендентальные маркировки позволяет учитывать онтологические допущения (“ontological commitment”; Куайн) об устройстве мира и накладывать определенные семантические (интенсиональные) ограничения на синтаксические (экстенсиональные) выводы «общей логики» (подробнее см. [1]). В частности, это позволит избежать парадоксальных логических выводов, а также повысить (за счет сокращения перебора) эффективность логических исчислений.

²Тем самым категориями выступают у Канта как «перечень первоначальных чистых понятий синтеза» [B106].

³Заметим, что титулом «Трансцендентальная логика» называется вторая часть *Критики*, посвященная рассудку.

⁴О соотношении трансцендентальной и формальной логики см., например, [6].

В третьем модусе ТЛ-3 может рассматриваться как некоторая система формальной логики. В точном смысле слова здесь идет речь не о кантовской трансцендентальной логике, а о логике кантовской [трансцендентальной] философии, логике рассуждений Канта. Анализ кантовской *Критики* показывает, что логика (семантика) рассуждений Канта является не классической, а интуиционистской⁵. Интересная попытка формализации ТЛ-3 предпринята в [2], где показано, что кантовская [трансцендентальная] логика является, по сути, «геометрической логикой» (подробнее см. [3]).

Данное научное исследование поддержано грантом РГНФ № 17-03-50287

Литература

- [1] Брюшинкин В. Н. *Брюшинкин В. Н. Взаимодействие формальной и трансцендентальной логики* // Кантовский сборник. Вып. 26. Калининград: Изд-во РГУ им. И. Канта, 2006. С. 148–167.
- [2] Achourioti T., van Lambalgen M. *A Formalization of Kant's Transcendental Logic*. // Review of Symbolic Logic 4(2): 254–289 (2011).
- [3] Goldblatt R. *Topoi, The Categorial Analysis of Logic*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- [4] Posy C. J. *The Language of Appearances and Things in Themselves*. // Synthese Vol. 47, № 2, Kant's "Critique of Pure Reason", 1781–1981, Part I (May, 1981), P. 313–352.
- [5] Posy C. J. *Kant and Conceptual Semantics*. Topoi 10:67–78, 1991.
- [6] MacFarlane J. *Frege, Kant, and the logic in logicism*. Philosophical Review 111 (1), P. 25–65.
- [7] Tonelli G. *Kant's Critique of Pure Reason within the Tradition of Modern Logic: A Commentary on its History*. (Studien und Materialien zur Geschichte der Philosophie (Vol. 37), G. Olms.

Двусмысленность как тактическое средство речевого воздействия

Кузина Е. Б. (Москва)

Ambiguity is a phenomenon of verbal communication, not language. Detection and deciphering of ambiguity implies a high level of proficiency and is based on community basic knowledge of author and recipient. Ambiguity always attract the attention of the listener and are used as tactical means of speech influence.

(Двусмысленность является феноменом речевого общения, а не языка. Обнаружение и расшифровка двусмысленности предполагает

⁵В частности, Кант использует интуиционистское отрицание в системе категорий и антиномиях [4, 5].

высокий уровень владения языком, и основывается на общности базовых знаний автора и реципиента. Двусмысленности всегда привлекают внимание слушателя и используются как тактические средства речевого воздействия.)

Двусмысленностью называют такое свойство фразы, когда ее можно истолковать двояко. Двусмысленность лингвисты считают феноменом речевого общения, а не языка, в отличие от многозначности. Отдельное слово может иметь несколько значений, т.е. быть полисемичным, но оно не может быть двусмысленным. Двусмысленным может быть только предложение или несколько предложений вместе.

Двусмысленность языкового выражения бывает непреднамеренной, допущенной по небрежности, либо умышленной. В случае непреднамеренной двусмысленности смысл, который автор имел в виду, почти всегда можно восстановить по контексту. Если же двусмысленность – умышленная, то имеются в виду все возможные осмыслиения, и «назначение такого высказывания состоит не в том, чтобы выразить какой-либо из его смыслов, а в том, чтобы обратить внимание слушающих на игру смыслов друг с другом» [1].

Двусмысленность всегда обращает на себя внимание, так как ее разрешение представляет определенную сложность. Наличие двусмысленностей снимает автоматизм восприятия: в тексте – замедляет его чтение, а в устной речи – заставляет слушать более внимательно. Расшифровка двусмысленностей, так же как и продуцирование двусмысленных высказываний, являются своеобразными тренингами по совершенствованию навыков владения языком, и поэтому обычно вызывают чувство удовольствия как у их автора, так и у слушателя. В семантической теории юмора двусмысленность считается идеальным средством создания комических высказываний. Юмористическая ситуация возникает, когда двусмысленность демонстрирует неожиданное столкновение смыслов, а текст тогда можно назвать шуткой, когда в нем совмещается два сценария понимания [2].

Все это дает возможность умелому оратору или автору текста, – будь то убеждающая речь или реклама – использовать двусмысленности для усиления эмоционального воздействия. В аргументации, как в любой другой речевой деятельности, направленной на взгляды и поведение человека, двусмысленности время от времени включаются в речь для создания эффекта обратной связи, для установления более тесного и доверительного контакта с адресатом или с третьим субъектом – аудиторией. Любой намек, и в частности, намек на второй смысл, если он не оскорбителен для слушателя, не задевает его лично, делает слушателя соучастником, что обычно воспринимается позитивно.

Кроме того, поскольку расшифровка двусмысленности предполагает у слушателя хорошо развитое чувство языка и интеллект, оратор, используя двусмысленности, льстит адресату, повышает его оценку. Намекая на второй смысл, автор подразумевает, что этот смысл легко будет отгадан

адресатом. И здесь открываются широкие возможности для манипулирования и психологических уловок типа «Инсинуация», «Чтение в сердцах», где автор будто бы говорит: «Ну мы-то понимаем, что...».

Необходимость расшифровки двусмысленностей снижает критичность восприятия, именно в силу отвлечения внимание на эту, порой непростую, но такую интересную работу. Двусмысленности, как все необычное в речи, приковывают внимание к себе, не оставляя его для критического осмысливания всей речи. Например, когда говорил В.С. Черномырдин, слушатели, прежде всего, ожидали очередных несуразностей, которые часто были двусмысленными, и не давали себе труда вникнуть в содержание речи, которое отнюдь не было глупостью.

Смысл сказанного определяется не только словами и фразами, но и всем контекстом речи, его имплицитной информацией, а также мысленным полем оратора и адресата: их базовыми знаниями и схемами понимания. Д. Халперн приводит такой текст: «Мэтт унаследовал крупную сумму денег. Берта обожает бриллианты и меха. Берта вышла замуж за Мэтта.» [3] Двусмысленный ли он? – Многие читатели увидят в нем скрытый смысл, что Берта вышла замуж за Мэтта из-за его денег, чтобы иметь возможность покупать бриллианты и меха. Сам по себе текст этого смысла не содержит, но общепринятые схемы понимания, т.е. истолкования явной информации, предполагают, что если сообщение о замужестве Берты идет в ряду с сообщением о наследстве ее избранника, значит, между ними есть связь.

Этот пример демонстрирует еще одну особенность двусмысленностей, которая может стимулировать их использование: если кто-то связал решение Берты выйти замуж за Мэтта с его деньгами – он это сделал «в силу своей испорченности», о такой связи, ведь, ничего не сказано. Языковое выражение, которое кто-то истолковывает двояко, видит в нем двусмысленность, можно понять однозначно, поэтому автор не несет ответственности за «превратное» понимание.

Литература

- [1] Падучева Е. В *Прагматические аспекты связности диалога*. // Известия АН СССР. Сер. лит. и языка. 2016. Т. 12, № 41. С. 305–313.
- [2] Raskin V. *Semantic Mechanisms of Humor*. Dordrecht: D. Reidel, 1985.
- [3] Халперн Д. *Психология критического мышления*. СПб., 2000.

Relativity statements examination

Кузьмин В. Г. (Смоленск)

Будем использовать вместо термина «субъект» более нейтральный – «наблюдатель», не включающий в себя противопоставление «объекту» в субъект-объектной дихотомии. В нашей концепции сам субъект может быть объектом. Наблюдатель – это конкретный познающий человек. Под

наблюдателем будем понимать субъекта, адекватно воспринимающего действительность и который, рассматривая объект, может о нём составить или для него составляются суждения. Наблюдателя будем обозначать буквой θ .

Под объектом понимаем всё то, на что нацелено внимание (в том числе мысленное) наблюдателя в какой-то очень малый по длительности момент времени. Объектом называем не только какой-то один предмет, но и систему взаимосвязанных предметов, рассматриваемых в целом. Объектом может быть также действие или событие. Объектом может быть сам наблюдатель или какой-то другой наблюдатель, на который в данный момент времени направлено внимание познающего наблюдателя. Сосредоточение внимания (интенция) наблюдателя на объекте называется рассмотрением объекта. Объект даётся наблюдателю только в рассмотрении и в течение ничтожно малого момента времени.

Объект полностью определяется своими свойствами. Если он определён только двумя свойствами, например, «чёрный карандаш» («быть карандашом» и «быть чёрным»), то эти два свойства полностью определяют этот объект в рассмотрении, т.е. в данный момент времени. Добавление хотя бы ещё одного свойства приводит к рассмотрению уже другого объекта в другой момент времени.

Постулат относительности Любой объект рассматривается только относительно какого-то наблюдателя.

Для однозначного определения объекта A вполне достаточно определить его через набор присущих ему свойств. На это указывал Дунс Скот. То свойство, которым интересуется наблюдатель в рассмотрении, назовём ранг-свойством (p). Оно фиксируется наблюдателем в ничтожно малый по длительности момент времени, в течение которого проявляет себя именно в этом рассмотрении. Объект обладает только одним ранг-свойством p в рассмотрении. Ранг-свойство объекта есть то, что отличает один объект от другого при переходе от одного рассмотрения к другому в непрерывной последовательности рассмотрений. В соответствии с постулатом относительности говорим, что объект $A(p)$ имеет место относительно наблюдателя θ . Итак, относительность имеет место в каждом конкретном рассмотрении в ничтожно малый промежуток времени, в течение которого объект рассматривается с присущим ему ранг-свойством. Имеет место два вида относительности: по отношению к наблюдателю и по отношению к объекту.

Любой объект рассматривается как логически вмещающий в себя наблюдателя или не вмещающий его в себя. Рассмотрение объекта A , при котором наблюдатель мыслит своё присутствие «внутри» A (имманентно с ним), называется локалом A (обозначение $L : A$). Рассмотрение A , при котором наблюдатель мыслит своё присутствие «вне» его (трансцендентно по отношению к нему), называется глобалом A (обозначение $G : a$). Если актом внимания охвачен весь объект A целиком, то имеет место $G : A$.

Если же он охвачен вниманием не в полной мере, а лишь частично, то имеет место $L : A$. Рассмотрение объекта A может быть либо в $L : A$, либо в $G : A$. Такую двойственность в рассмотрении объекта относительно одного и того же наблюдателя будем называть релативностью. В силу особенностей нашего мышления все объекты рассматриваются либо в $L :$, либо в $G :$. В повседневности релативность встречается всюду. Например, объект «жизнь по сюжету»: смотреть художественный фильм на экране, наблюдая в качестве зрителя за происходящим – это будет рассмотрение $G :$ – «жизнь по сюжету»; или же самому участвовать в сюжете, быть героем в разворачивающихся событиях, это будет рассмотрение этого же объекта в $L :$ – «жизнь по сюжету».

Представление о двойичности в рассмотрении объектов не является новым (принцип дополнительности Н. Бора, корпускулярно-волновой дуализм). Эти два вида рассмотрения несводимы друг к другу, их нельзя путать. В противном случае это приводит к ошибкам в рассуждениях и к появлению парадоксов.

По отношению к наблюдателю относительность проявляет себя следующим образом. В логике в каждый момент времени в любом рассмотрении наблюдатель выступает либо в роли автора, составителя утверждений и выводов, либо в роли воспринимающего чужие выводы и утверждения. В первом случае говорим о собственном наблюдателе (обозначение θ_s). Он рассматривает объекты непосредственно и судит о них с позиций своего личного участия в познавательном процессе. Его присутствие в рассмотрении не отождествляется с присутствиями других наблюдателей и объектов, оно уникально. Во втором случае говорим о постороннем наблюдателе (обозначение θ_i). Он не производит и не составляет утверждение в конкретном рассмотрении, а участвует как объект, для него составляется соответствующее суждение. Это такой наблюдатель, присутствие которого в рассмотрении отождествлено с присутствиями других наблюдателей или объектов. Он трактуется как свидетель, относительно которого объект имеет место в опыте. В связи с этим имеет место относительность, связанная с двумя видами наблюдателей: «относительно собственного наблюдателя» (обозначение $rel\theta_s$) и «относительно постороннего наблюдателя» (обозначение $rel\theta_i$). Эти выражения будем называть релами, а саму относительность реловой. $rel\theta_s$ имеет место в рассмотрении, в котором не предполагается участие какого-то другого наблюдателя. $rel\theta_i$ имеет место там, где объект рассматривается для «других» или «другого» (или в сообществе наблюдателей). Утверждения, в которых высказано отношение самого автора, составлены в собственном реле, например, «полагаю, что», «думаю, что» и т.д. А утверждения, составленные «для другого», произведены в постороннем реле. Например, высказывание «Обратите внимание – это яблоко красное!» составлено в постороннем реле. Высказывание «Я думаю, что это яблоко красное» – в собственном реле.

Таким образом, имеет место два вида относительности: релативная и реловая. В любой ничтожно малый момент времени объект A рассматривается относительно наблюдателя либо в L ;, либо в G : и в то же время либо $\text{rel}\theta_s$, либо в $\text{rel}\theta_i$ и никак иначе.

Свидетельства и факты, основанные на свидетельстве только одного наблюдателя, не могут служить основанием для подлинно научных выводов. Любой научный результат должен кем-то другим проверяться и повторяться. В экспериментальных науках любой опытный результат представляется в $\text{rel}\theta_i$. Любое теоретизирование или составление гипотез начинается в $\text{rel}\theta_s$, но выражается в $\text{rel}\theta_i$, чтобы быть понятным любому другому наблюдателю.

Критерий применимости постороннего рела Если в рассмотрении мысленно произвести замену рассматривающего наблюдателя на любого другого наблюдателя и при этом ни рассматриваемый объект, ни его ранг-свойство не изменяются, то такое рассмотрение производится в постороннем реле. Поэтому, например, законы физики никакой «привязки» к конкретным наблюдателям не имеют.

Критерий применимости собственного рела Если в рассмотрении мысленно произвести замену рассматривающего наблюдателя на какого-то другого и при этом изменяются объект и его ранг-свойство, то такое рассмотрение производится в собственном реле.

Синтетические суждения и постулаты научного вывода

Кускова С. М. (Москва)

Кант выделяет особый тип синтетических априорных суждений по их структуре и статусу в научном познании. Пример Канта «Все тела тяжелы» имеет структуру, не гарантирующую логическую истинность: $\forall x \forall y (P(x) \& (P(y) \supset R(x, y)))$. Закон гравитации фундаментален для физики, но принят по внелогическим основаниям. Он обусловливает опыты Ньютоновской физики, но не опыт вообще. Принцип причинности – внешний для любой конкретной науки – Кант считал априорным и необходимым. Это условие, без которого естествознание невозможно. Несмотря на критику аналитическими философами синтетических априорных суждений, Кант, придавший им необходимость, наметил пути экспансии логики в сферы внелогического знания. Один из них реализован в логике каузальных высказываний А. Бёркса, где заданы аксиомы для каузальной импликации $A \perp B$ (A есть причина B).

Рассел, выделяя постулаты научного вывода, обосновал их несводимость к логике и обязательность для построения научных теорий. Это постулаты квазистабильности, независимых причинных линий, пространственно-временной непрерывности, генетической общности структур и ана-

логии. Они являются не внутренними научными утверждениями, а условиями возможности научного опыта. По статусу они близки кантовским синтетическим априорным суждениям и уточняют последние. Первый постулат гласит: Если дано какое-либо событие A , то очень часто случается, что в любое близкое время в каком-либо соседнем месте имеется событие, очень сходное с A . Вещь и есть последовательность таких событий. Здесь понятие «сходство» применяется к предметам любой категории: вещи, места, времени, что делает его представимым в языке индуктивной логики через обладание предметами общим признаком. Редукция объекта к последовательности событий позволяет ограничить закон тождества при описании микромира в квантовой логике.

Постулат пространственно-временной непрерывности отрицает дальнодействие и утверждает заполненность цепи событий от причины к следствию промежуточными событиями. Этот постулат принимается в одних теориях причинности и отвергается в других: $A \perp B \supset (A \perp C) \& (C \perp B)$.

Создание непрерывных логик с нестандартным отрицанием (С. А. Гинзбург, В. И. Левин) как аппарата моделирования работы современной техники опирается на постулат непрерывной реальности.

Структурный постулат раскрывает смысл категории «всеобщее» как единого генезиса множества событий сходной структуры. Если несколько событий сходной структуры группируются около их центра, то их причинные линии восходят к одному событию. Здесь понятие причинности связывается с понятием сходства.

Постулат аналогии: Если даны два класса событий A и B , и $A \perp B$, то, если A установлено наблюдением, можно заключить о наличии B . Рассел использует этот постулат для различения двух случаев: Когда событие не наблюдалось, и когда наблюдалось, что события нет. На этом основано допущение отрицательных атомарных фактов. Это допущение использовал ранее Н. А. Васильев в воображаемой логике.

Иной подход к выражению связи логики с эпистемологией предложил Э. Гуссерль. Если считать логическими отношения между предметами, независимые от типа предметов, то суждения о них надо признать аналитическими. Например, Если существует некое целое, то существуют его части. Отсюда отношение «часть – целое» становится логическим. Его формализация выполнена в Мереологии С. Лесьневского. К синтетическим Гуссерль относит суждения вида «Если цвет красный, то он не синий» или «Всякий красный предмет имеет цвет», доказательства которых порождают проблему независимости дескриптивных предикатов. Однако такие очевидные положения могут использоваться в специализированной теории свойств, определяемых через перечисление.

Мы считаем положения, которые Кант называл синтетическими *a priori*, а Рассел – постулатами научного вывода, выступающие необходимыми условиями построения научной теории, но не входящей в её состав, полезными инструментами для расширения области применения логики.

Can the Cognitology Be a Section of Philosophy?

Lyashov V. V., Savenko S. B. (Rostov-on-Don, Kirovograd)

Cognitivism is a certain direction, and extremely heterogeneous, which tries to identify and explain the functioning of the mental processes of a subject of cognition. Being more a new research program, rather than a separate scientific area, the cognitive approach combine efforts of specialists in the field of artificial intelligence, psychology, logic, linguistics, systems of knowledge processing. This approach is based on the fundamental idea that thinking is the manipulation of internal (mental) representations.

In modern literature, the term “Cognitology” often refers to:

First, a set of sovereign sciences related to a common cognitive approach to their specific problems having a tendency to expand: cognitive psychology, neuroscience, cognitive culture and anthropology, cognitive linguistics, cognitive semantics, etc.

Second, knowledge engineering; a new kind of science and professional activity, within which the problems of personal knowledge identification and presenting in computerized expert systems for artificial intelligence modeling are solved.

Thirdly, a special philosophical discipline being in the process of development and other than epistemology.

Supporters of the third use of this term believe that the cognitology is filled with the most profound content when considering the relationship of philosophical methodology and cognitive sciences. The successful development of these sciences requires not only special attention to the philosophical issues of each of them, but also a detailed and conceptually defined methodological framework, a special philosophical science of human knowledge. So far, there is no such science. It is the place that philosophical cognitology can make pretense to, the subject of which is the human knowledge as a sophisticated dynamic phenomenon and the main task of which is the building of its productive methodological models. According to them, this science differs from epistemology, computer science and other similar disciplines. It is primarily the science of knowledge in all its conceptual expressible variety that should not be limited to either “traditional” formal-logical models of knowledge or conceptual representation of its individual types.

The purpose of this new philosophical discipline should be the solving variety of problems, such as the nature and specificity of subjective knowledge and knowledge including its non-traditional forms (implicit, non-verbalized, associative, unconscious, etc.); ways and means of building a coherent methodological model of knowledge that dialectically “removes”, the most significant results of cognitive sciences in its abstractions; internal organization of personal knowledge and the possibility of its rational reconstruction; handling regularities of personal knowledge and mutual transition of personal, paradigmatic and

objectified knowledge, etc. In other words, the philosophical cognitology must be a reflex of the sciences that study these problems.

Most arguments in favour of the existence of a philosophical contitology can be accepted, except for one, that it is an independent, special field of philosophy, commensurate with its sections as ontology and epistemology. The subject of cognitology is the specificity of cognitive activity and cognitive processes of the subject of cognition, which is (although the main but not the only) the structural element of the most complicated cognitive process. Therefore, all that the philosophical cognitology can make pretense to is to be one of the sections of the epistemology that just studies the cognitive process in all its diversity.

Методы обоснования логических теорий в «Немецком конструктивизме»

Мануйлов В. Т. (Курск)

The main types of dialogical substantiation of scientific theories in “German Constructivism” are considered.

Научная теория содержит согласно Лоренцену практическую часть – некоторое исчисление – и теоретическую часть. Предложения теоретической части рассматриваются как **зашифрованные** сообщения о свойствах исчисления в практической части. Все осмыслиенные элементарные высказывания языка научной теории разбиваются по методам их семантического обоснования по три группы: истинностно-определенные (высказывания о разрешимых свойствах некоторого исчисления), определенные относительно доказательства и диалогически определенные ([2, 7]). Применение квантора существования к истинностно-определенной пропозициональной форме выводит за пределы истинностно-определенных высказываний; такое высказывание является **определенным относительно доказательства**. Применение квантора общности (\forall) к высказывательным формам, определенным относительно доказательства, приводит к высказываниям, для которых невозможно уже говорить о каком-то общем методе их доказательства. Такие высказывания снабжаются некоторым семантическим значением с помощью игры – диалога. Высказывание называется диалогически определенным, если для его утверждения в некотором диалоге правила для обоих партнеров установлены так, что во всякое время может быть решено: (i) закончен ли диалог и (ii) кто в этом случае проиграл. Ничья не допускается ([7, 8]). Такие правила диалога приводятся в следующей таблице:

	Утверждение	Атака (нападение)	Защита
Конъюнкция	$A \wedge B$? A (? L), ? B (? L)	A, B
Дизъюнкция	$A \vee B, A \vee B$?, ?	A, B
Импликация	$A \supset B$	A ?	B
Отрицание	$\neg A$	A ?	
Универсальное высказывание	$\forall x A(x)$	α ?	$A(\alpha)$
Экзистенциальное высказывание	$\exists x A(x)$?	$A(\alpha)$

П. Лоренцен и К. Лоренц разработали различные варианты структурных правил ведения диалога ([4, 5, 6, 7]). Исходная система правил [7]: ($D1$) **Правило начала:** Пропонент начинает с утверждения тезиса. Партнёры по диалогу делают ходы попеременно. (D^S2) **Общее правило диалога (строгое правило диалога):** Каждый партнёр по диалогу атакует высказывание, полагаемое другим партнёром *на предшествующем шаге*, или защищается от атаки, предпринятой *на предшествующем шаге* другого партнёра. ($D3$) **Правило выигрыша:** Пропонент выигрывает, если он защищает элементарное высказывание или если оппонент не в состоянии защищать атакованное элементарное высказывание. Для адекватной передачи смысла эффективной импликации необходимо, чтобы при атаке на импликацию $A \supset B$ пропонент имел право использовать две возможности: защищать B или нападать на A . Такое право предоставляет **эффективное общее правило диалога:** (D^e2) **Пропонент атакует одно из сделанных ранее оппонентом высказываний или защищается от последней атаки оппонента.** Каждое утверждение оппонента пропонент имеет право атаковать только один раз в течение диалога. Для оппонента сохраняются условия строгого общего правила диалога (D^S2). Добавив к правилам диалога новые правила для импликации и заменив общее правило диалога (D^S2) на (D^e2), получаем понятие **эффективного диалога**. Заменив строгое общее правило диалога (D^S2) на **классическое общее правило (D^k2): пропонент атакует одно из сделанных ранее оппонентом высказываний или защищается от одной из сделанных ранее атак оппонента; каждое утверждение оппонента пропонент имеет право атаковать всего один раз в течение диалога**, получаем понятие **классического диалога**. В теории логического вывода рассматриваются лишь **формальные диалоги**, в которых выигрышная стратегия пропонента основана на использовании только элементарных высказываний, уже утверждаемых ранее оппонентом. Высказывания, защищаемые пропонентом в формальном диалоге с любым оппонентом, называются **эффективно-логически истинными**. Структурные правила **эффективного формального диалога** [7]: ($D'1$) Пропонент должен атаковать только одну из утверждаемых оппонентом **составных** формул или защищаться против **одной из предшествующих** атак оппонента. ($D'2$) Оппонент должен атаковать только формулу,

предложенную на предшествующем шаге пропонентом, или защищаться против атаки пропонента на предшествующем шаге. Правило выигрыша: ($D'3$) Пропонент выигрывает, если он должен защищать формулу после того, как оппонент утверждал одинаковую с ней формулу. Комбинируя правила ($D'3$) с общими структурными правилами *строгого и классического формального диалогов*, получаем понятия *строгого и классического формального диалогов*. Класс пропозициональных форм, обосновываемых в формальных эффективных диалогах со структурными правилами ($D1$), (D^e2), ($D'3$), совпадает с классом формул, выводимых в интуиционистском логическом исчислении А. Гейtingа. В *классическом формальном диалоге* (с правилом ($D'3$)), можно обосновать «*tertium non datur*» и «*снятие двойного отрицания*».

Литература

- [1] Gethmann C. F. *Wissenschaftstheorie, konstruktive. – Wissenschaftswissenschaft* // Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. – Band IV: Sp-Z. – Stuttgart; Weimer: Metzler, 1996 – S. 746–759
- [2] Kamlah W. *Sprache und Sprachtheorie im Dienste von Verständigung* // Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. – Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1979. – S. 3–22
- [3] Lorenz K. *Logik, dialogische* // Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. – Band II: H–O. – Mannheim/Wien/Zürich: B.I.-Wissenschaftsverlag, 1984. – S. 643–646
- [4] Lorenz K. *Dialog.-Dialogdefinit/Dialogdefinitheit* // Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. – Band 1: A–G. – Mannheim/Wien/Zürich: B.I.-Wissenschaftsverlag, 1980. – S. 471–472
- [5] Lorenz K. *Rules versus theorems. A new approach for mediation between intuitionistic and two-valued logic* // Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. – Dordrecht etc.: Kluwer Academic Publishers, 1989. – P. 59–76
- [6] Lorenz K., Lorenzen P. *Dialogische Logik*. Darmstadt: Wissenschaftl. Buchgesellschaft, 1978. – 178 S.
- [7] Lorenzen P. *Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie*. Mannheim; Wien; Zürich: BI – Wissenschaftsverlag, 1987. – 330 S.
- [8] Lorenzen P. *Metamathematik*. Mannheim: Bibl. Inst., 1962. – 167 S.

Возможно ли утверждать ложь?

Мигунов А. И. (Санкт-Петербург)

The report will deal with connotations between the norms of logical pragmatics and intuitionistic logic. As an illustration, an analysis of the classical Liar paradox will be presented.

Дискуссии, спровоцированные парадоксами, не только оказали серьёзное влияние на развитие логики, но и стимулировали развитие логических средств анализа естественного языка.

Мы имеем дело с парадоксом тогда, когда обнаруживаем, что два несовместимых суждения, тем не менее достаточно убедительно обоснованы, и до тех пор, пока не находим порок, по крайней мере, в обосновании одного из них, или методологический порок в интерпретации, порождающей эти два суждения.

Возьмём для примера один из вариантов парадокса «Лжец»: «То, что я сейчас говорю, – ложь». Толкование этого предложения, демонстрирующее его парадоксальность, общизвестно. На примере этого парадокса будет продемонстрирована коннотация между нормами логической прагматики и интуиционистской логики.

В данном случае мы имеем дело с утверждением, т. е. с особого рода речевым действием, на что явно указывает присутствие в его формулировке шифтера. Но и формулировки, исключающие даже какое-либо индексное выражение, не исключают, а предполагают их анализ в прагматическом контексте, чтобы понятно было, с какого рода языковой конструкцией мы имеем дело, чтобы последующий анализ имел дело именно с тем, что есть, а не с искусственными конструкциями, имеющими слабое отношение к реальности. Более или менее явные указания на это мы встречаем у разных авторов, логиков и философов, еще до формирования логической прагматики как особой ветви логического знания.

Логическая прагматика требует ясно различать:

1. *пропозиция*, например, «P»;
2. *суждение*, констатирующее истинность/ложность пропозиции «P», «“P” истинно/ложно»;
3. иллокутивный акт *утверждение* пропозиции или суждения.

Утверждение как иллокутивная сила предполагает, что формулируя соответствующий речевой акт, мы не только высказываем суждение «“P” истинно/ложно», но и исходим из пресуппозиции, обязывающей субъекта речи полагать, что суждение «“P” истинно/ложно» является истинным, и иметь основания для этого.

Важно различать ложь, как характеристику пропозиции, и ложь, как характеристику речевого действия. Утверждение не может быть ложным, ложным может быть его пропозициональное содержание. Когда же мы характеризуем само речевое действие, называя его ложью, то это уже не истинностная характеристика пропозиции, а прагматическая характеристика совершающего речевого действия. Ложь и утверждение два разных речевых действия, определённость которых не задаётся непосредственно истинностной характеристикой их пропозиционального содержания.

Требования оснований, аналогичных указанной пресуппозиции в прагматике, можно усмотреть и в идеях интуиционизма и конструктивной математики. Согласно Гейтингу [1], всякий, утверждающий $p \rightarrow q$, обязан иметь пресуппозицию, согласно которой имеется соответствующее построение, которое, будучи объединено с доказательством p , даёт доказательство

q. Иными словами, всякий утверждающий пропозицию $p \rightarrow q$, тем самым демонстрирует, что считает её истинной и что имеет для этого достаточные основания. Именно это записано в конститутивных правилах утверждения. Аналогичные рассуждения мы встречаем у П. Мартин-Лёфа, когда он в контексте интуиционистской математики, опираясь на подробный историко-философский и историко-культурный анализ тщательно разводит термины *пропозиция*, *суждение*, *утверждение*, различая при этом утверждение как действие утверждения, акт узнавания и утверждение, как то, что утверждается, объект знания, выделяя оттенки их смыслов в разных языках и философских контекстах [2]. И это действительно важно для логического анализа языка.

Поиск общих оснований конструктивной математики и прагматики в определённой философии языка представляется не только интересным, но и полезным для выявления философских оснований соответствующих теоретических построений.

Литература

- [1] Гейтинг А. *Интуиционизм*. М., 1965. С. 123–124.
- [2] Per Martin-Löf. *On the Meanings of the Logical Constants and the Justifications of the Logical Laws* // Nordic Journal of Philosophical Logic, 1996. Vol. 1, № 1, P. 11–60.

Рэймонд Смаллиан: моделирование философских коллизий средствами шахматного ретроанализа

Михайлов К. А. (Москва)

A detailed reconstruction of the ontological paradox of the “other castle” is proposed in R. Smallyan’s retrospective analysis. At the same time, the reasoning of Smallian himself is seriously refined and conceptualized, their shortcomings and weaknesses are indicated. The heuristic role of this case is noted.

Великий логик и популяризатор логики Рэймонд Смаллиан (1919–2017) известен еще и как талантливый шахматный композитор, один из ведущих специалистов в области так называемого ретроанализа. В ретроаналитических задачах существенную роль играет рассмотрение данного положения дел на доске с точки зрения событий, которые необходимо предшествовали возникновению этой позиции. Синтезируя логику, философию и шахматы, Р. Смаллиан смоделировал несколько в высшей степени интересных онтологических и гносеологических коллизий (в докладе предполагается назвать их все), наиболее интересная из которых может быть названа «парадоксом ладьи». Рассмотрим следующую позицию. Белые: Kph1, пп.f2,g2; Черные: Кре8, Лa8, Cg1. Предположим, что партия игралась в те времена, когда правилами формально не было запрещено превращать пешку

при достижении ею восьмой горизонтали в фигуру другого цвета. Предположим также, что в данной позиции ход черных и что их король еще в партии не ходил. Вопрос: могут ли черные рокироваться? Очевидно, что последний ход белых был либо a7-a8Лчер, либо b7:a8Лчер. Стало быть, весь вопрос сводится к проблеме, можно ли считать, что черная ладья a8 ходила. Здесь Смаллиан («Шахматные тайны Шерлока Холмса») приводит весьма занимательные два диалога, в которых представляет альтернативные варианты ответа на искомый вопрос, возводя их к философским программам платонизма и номинализма. Однако на наш взгляд, это одно из самых неудачных мест во всем творчестве Смаллиана (или, по крайней мере, туманных и «поверхностных»). По существу, основные тонкости остаются в анализе Смаллиана за кадром. Мы провели детальную «переконструкцию» указанной дилеммы, отталкиваясь от предложенной им базы.

Итак, точка зрения, что рокироваться можно, «ибо ладья еще не ходила», аргументируется («Холмсом») тем, что «у нее [после появления на доске в результате превращения белой пешки] просто еще не было времени, чтобы сделать ход». Точка зрения, что ладья все-таки уже ходила, поэтому рокироваться нельзя, обосновывается («Ватсоном») тем, что «она покинула доску в результате взятия, а потом вернулась на нее» (забегая вперед, здесь «ходила» понимается как «перемещалась»; более того, дальше Ватсон пересекивает на другой аргумент «Ладья какое-то время находилась вне доски»). На что Холмс отвечает: «Но разве это одна и та же ладья?». И здесь начинается сильная логическая путаница, потому что Холмс на самом деле не понимает, что говорит Ватсон, а Ватсон, в свою очередь, не понимает, что же на самом деле он сам хотел сказать. Чрезвычайно показательно, что они оба в своих рассуждениях совершенно игнорируют предыдущие события, происходившие (или не происходившие) с «изначальной» черной ладьей. По существу, надо было бы рассмотреть четыре возможных варианта: 1) «Изначальная» черная ладья ходила (в обычном смысле слова) раньше и была взята белыми, после чего какое-то время (в ходах) пробыла вне доски; 2) Эта ладья ходила раньше, но была взята последним ходом белых; 3) Эта ладья не ходила раньше, но была взята белыми, после чего какое-то время пробыла вне доски; 4) Эта ладья не ходила раньше и была взята последним ходом белых. Иными словами, Ватсона интересует фактически лишь то, что в партии происходили существенные изменения с искомой ладьей – убиение с доски и новое появление на ней. Отсюда следует, что он особым образом понимает термин «ход». Поставим вопрос: тождественен ли термин «ходить» в правиле рокировки термину «перемещаться с одного поля на другое»? Если имеет место указанное тождество, то ладья a8, конечно, не ходила (если неважно, что было со старой ладьей), если нет, то, очевидно, ходила. Однако даже в случае указанного тождества и признания превращенной ладьи новой должен возникнуть следующий «неформальный» вопрос. «Дух» правила рокировки предпо-

лагает, что изначальная ладья не ходила. Поэтому аргументация Холмса оказывается «содержательно» ущербной и зависимой от прошлых событий в партии. Тогда вся проблема упирается в единственный, 4-й вариант. (Разумно ведь также считать, что право рокировки НЕ может быть утеряно, а потом – через несколько ходов – снова восстановлено [вариант 3]).

Таким образом, к смаллиановскому диалогу можно предъявить следующие претензии:

- 1) Холмс неверно понимает действительный аргумент Ватсона (ибо пытаются опровергнуть его вопросом: «Разве это та же самая ладья?»).
- 2) Если Ватсон действительно считает ладью «той же», почему он не рассматривает вариант, когда «изначальная» уже ходила?
- 3) Ватсон зачем-то начинает говорить про пребывание взятой ладьи «некоторое время вне доски» и не отвечает, когда ему предъявляют вариант 4. Аргумент времени сам по себе любопытен, но надо было указать в таком случае вариант 3.
- 4) Холмс не рассматривает содержательный смысл правила рокировки для ладьи, вообще перечеркивая историю «изначальной» ладьи. Интересное, что при переформулировании понятия «ход» в духе Ватсона аргумент «Это другая ладья» оказывается не подтверждающим, а опровергающим позицию Холмса.

Таким образом, кейс «другой ладьи» можно с успехом использовать в разного рода тренингах по теории аргументации, обсуждениях эпистемических и онтологических парадоксов и т. д. Очевидны также параллели с парадоксом «корабля Тезея».

Типология методов аналитической систематизации логических отношений в классической пропозициональной логике

Павлюкевич В. И. (Беларусь)

Typology of the methods of analytical systematization of logical relations in classical propositional logic. The methods of analytical systematization of logical relations between propositions in classical logic can be divided into three types. The first type includes those methods of system-analytical representation of logical relations between propositions, where certain relations between two propositions are fixed as a base, all other relations are determined on this base. In the second type, the relations between propositions and logical operations with propositions (for example, the operation of negation) are used as a base. The feature of the third approach is that relations between two propositions are revealed through their relation to other propositions (like in syllogistics where the relations between two terms are revealed through their relation to the third term).

Автором данных тезисов в ряде публикаций (4-е, 5-е, 7-е Смирновские чтения) предложено несколько вариантов аналитической систематизации

логических отношений в классической логике высказываний. Исходным пунктом этих систематизаций явились работы [1, 2, 3]. В представленных тезисах предлагается распределение методов такой систематизации на три типа.

К первому типу принадлежат те способы системно-аналитического представления логических отношений между высказываниями, в которых в качестве базиса фиксируются определенные отношения между двумя высказываниями, а затем на этой основе определяются все остальные отношения. Во втором типе в качестве базиса используются отношения между высказываниями и логические операции с высказываниями (операция отрицания). Особенность третьего подхода в том, что отношения между двумя высказываниями раскрываются через их отношение к другим высказываниям (подобно тому как в силлогистике отношения между двумя терминами раскрываются через их отношение к третьему термину).

Далее здесь будет представлено по одному варианту каждого типа. В качестве первого типа наиболее наглядным является метод, реализованный в публикациях [1, 2, 3], который будет здесь обозначаться как вариант 1. Его суть в том, что выделяются три пары базисных отношений между высказываниями: совместимость (несовместимость) по истинности, совместимость (несовместимость) по ложности, логическое следование (неследование). На этой основе определяются все остальные логические отношения. В качестве примера аналитической систематизации второго типа можно предложить вариант 2: все важнейшие логические отношения между высказываниями возможно определить, используя в базисе только отношение совместимости (несовместимости) по истинности и операцию отрицания.

Учитывая вариант 1, для доказательства достаточны следующие дефиниции.

D 1. Формулы A и B совместимы по ложности, е.т.е. их отрицания совместимы по истинности.

D 2. Формулы A и B несовместимы по ложности, е.т.е. их отрицания несовместимы по истинности.

D 3. Из формулы A логически следует формула B , е.т.е. A и $\neg B$ несовместимы по истинности. Если A и $\neg B$ совместимы по истинности, то из A логически не следует B .

В качестве примера третьего типа можно предложить вариант 3: все важнейшие отношения между высказываниями могут быть определены на базе отношений совместимости (несовместимости) по истинности и противоречия. Учитывая вариант 1, для доказательства достаточны следующие дефиниции.

D 4. Формулы A и B совместимы по ложности, е.т.е. формула, находящаяся в отношении противоречия с A , совместима по истинности с формулой, находящейся в отношении противоречия с B . В ином случае A и B несовместимы по ложности.

D 5. Из формулы A логически следует формула B , е.т.е. формула A и формула, находящаяся в отношении противоречия с B , несовместимы по истинности. В ином случае из A логически не следует B .

Литература

- [1] Бочаров В. А., Маркин В. И. *Основы логики*. М., 1994. 272 с.
- [2] Ивлев Ю. И. *Логика*. М.: Наука, 1994. 284 с.
- [3] Войшвилло Е. К., Дегтярев М. Г. *Логика как часть теории познания и научной методологии: в 2 кн.* М.: Наука, 1994. – Кн. 2. 334 с.

Categorical Model Theory and the Semantic View of Theories

Rodin A. (Moscow, Saint-Petersburg)

Categorical Model theory

Today's Categorical Model theory (CMT) stems from the functorial semantics of algebraic theories proposed by Lawvere in his thesis back in 1963 [1]. This theory uses a family of concepts of model none of which can be called today fairly standard. This fact is evidenced by the continuing discussion in the Homotopy Type theory (HoTT) [2] where presently there is no full agreement among the researchers in the field as to what counts as a model of this theory and what does not.

One approach relies on the concept of *classifying category* T freely generated from the syntax of the given theory. Then a model M is a functor $T \rightarrow C$ into the category of sets ($C = Set$) or another appropriate category. This functorial setting has an important universal property: up to the categorical equivalence T can be identified with the initial object in the functor category of T -models. This property allows one to think of a theory in this setting as being a “generic model” (Lawvere).

Voevodsky [3] pursues a different approach, which involves the concept of *contextual category* (more recently - in a modified form of C -system) earlier proposed by Cartmell [4]. The idea behind the concept of contextual category is that of a category, which fully encodes all relevant algebraic features of the given syntax. In this case the initiality property of the syntactic category $S(T)$ is not implied by any general theorem. The initiality conjecture for HoTT still stands open.

Finally, there is an approach in CMT, which involves the concept of *internal language* of a given category. It has been proposed to think of internal languages and syntactic categories in terms of adjoint functors between a category of theories and a category of categories:

$$\text{Categories} \xrightleftharpoons[\text{Synt}]{\text{Lang}} \text{Theories}$$

Then a model of given theory T in a certain ground category C is a functor of the form

$$M : T \rightarrow \text{Lang}(C)$$

which expresses the idea of representation of a given theory in the language of some other theory .

Modeling HoTT

The classical Tarskian notion of model based on the T-schema and the satisfaction relation does not fully support the model theory of HoTT in its existing form. HoTT involves a semi-formal interpretation of its syntax in the Homotopy theory: types are interpreted as spaces and terms are interpreted as points of these spaces. This interpretation helped to reveal a feature of MLTT's syntax, which earlier remained hidden: types in MLTT are stratified into the *homotopy levels*. This stratification necessitates a revision of the popular “propositions-as-types paradigm”: only types of certain homotopic level (namely, of level (-1) as defined in [2]) can be identified with propositions while the higher types should be interpreted differently. This fact implies that HoTT cannot be coherently interpreted as a system of propositions or sentences; correspondingly, the Tarskian notion of model applies only to the propositional fragment of HoTT but not to this theory as a whole.

Semantic View of theories: a constructive perspective

P. Suppes [5] argued that a typical scientific theory should be identified not with any particular class of statements (formal or contentual) but rather with a certain class of models. On this basis Suppes and his followers designed a Bourbaki-style format of formal presentation where a scientific theory is presented through an appropriate class of its set-theoretic models. Albeit such a Bourbaki-style presentation can be useful for purposes of logical and structural analysis, it appears to be useless as a practical tool, which may help working scientists to formulate and develop their theories in a formal setting [6].

HoTT and its model theory provides novel notions of theory and its model, which involve a higher-order non-propositional structure. They better fit the colloquial counterparts of these notions in the scientific practice than the standard Tarskian notions because the *procedural* content of a typical scientific theory does not reduce to the procedures of logical inference (if by the logical inference one understands a procedure which inputs and outputs sentences) but also comprises procedures of many different sorts.

The work is supported by RHF grant N16-03-00364

Bibliography

- [1] Lawvere, F.W. *Functorial Semantics of Algebraic Theories.* Ph.D. Columbia University, 1963.

-
- [2] Univalent Foundations Program *Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics*. Institute for Advanced Study (Princeton), 2013
 - [3] Voevodsky, V. *Martin-Lof identity types in the C-systems defined by a universe category*. arXiv:1505.06446, 2015
 - [4] Cartmell, J. *Generalised Algebraic Theories and Contextual Categories*. Annals of Pure and Applied Logic 32, p. 209-243, 1986
 - [5] Suppes, P. *Representation and invariance of scientific structures*. Stanford, Calif. : CSLI Publications, 2002
 - [6] Halvorson, H. *Scientific Theories*. The Oxford Handbook of Philosophy of Science (forthcoming), 2015

Classic logic teaching practice at some Western European universities

Saltanov M. (Kharkiv)

Ladies and gentlemen, I am very glad to have this wonderful opportunity to give a talk on this subject. I am a lecturer at the department for theoretical and practical philosophy at Kharkiv National Karazin-University. I have been teaching classical logic for students of the Faculty of Philosophy, Department of Foreign Languages and students of Faculty of Psychology since 2010. In 2015 I was lucky to get a DAAD scholarship and spent three months at Goethe University in Frankfurt am Main and soon after that I got an OeAD scholarship and did my research at Vienna University where I had a chance to get to know some modern teaching practices. Today I am going to talk about the classical logic teaching at these Western European universities.

In Western European universities classic course of Logic is taught quite versatile. Logic can be taught as a separate discipline, and may appear as part of epistemology or philosophy of language. This is due to the fact that although the logic is a formal science, but still there is a need for comparison of the results of formal logic with objective reality, because the truth is the identical of being and thought. And in this sense, logic helps to find and point out the signs and principles under which knowledge can be considered true. Epistemology needs logic to substantiate and verify its principles and logic needs epistemology for confidence that the principles of obtaining knowledge are based on right thinking. In this case, there is a range of mutual needs. In this sense, the science is the history of knowledge, and logic ascertains the existence of forms of knowledge. After all, we cognize through thinking, but the correctness of the results can be proved through knowledge.

In this report, I intend to talk about the principles of teaching logic in Western European universities such as the Goethe University, Frankfurt am Main (Germany) and the University of Vienna (Austria). Get this experience I had the opportunity during the appropriate scientific internships. Among the major differences is the lack of a clear structure of teaching classical logic, which

can vary greatly as a teacher of discipline and from the place of teaching. As for philosophical and non-philosophical disciplines focuses on the logic of questions and answers, problems and understanding the relationship between language and thought. All these questions are sometimes combined in a separate section called “philosophical hermeneutics as logic.”

Among the major differences is the lack of a clear structure of teaching classical logic, which can vary greatly as a lecturer of discipline and from the place of teaching. As for philosophical and non-philosophical disciplines focuses on interrogative logic problems and understanding the relationship between language and thought. All these questions are sometimes combined in a separate section called “philosophical hermeneutic as logic.”

Логико-семантический анализ высказываний

Семенова В. Г. (Таганрог)

Особое место среди феноменов действительности занимают ситуации, которые некоторые ученые считают денотатами предложений и определяют их как «результат координации субстанций» (В. Г. Гак), как «особые «предметы» – «кванты жизни» (Л. О. Чернейко).

Важную роль в процессе понимания ситуации играет слово как средство доступа к единой информационной базе человека. Однако с помощью языка говорящий не обозначает (и не может обозначить) реальную ситуацию во всей ее сложности, а только определенную ее часть, значимую, по его мнению, для акта коммуникации. Но даже в отношении одного отдельного слова не всегда можно быть уверенным, что, описав его, мы исчерпали его смысл.

Наибольший интерес и наибольшую трудность представляет толкование предикатных слов языка, т. е. слов, обозначающих ситуации с одним или более участниками. Рассмотрим в качестве примера глагол красить в значении, представленном во фразе Джон красит забор. Если учитывать эту ситуацию во всей ее сложности, то в этом случае не может быть сомнений в том, что участниками этой ситуации являются Субъект (тот, кто красит), Объект (то, что красится), Инструмент (например, кисть) и Средство (краска). То, что без субъекта и объекта ситуация окрашивания немыслима, вряд ли может вызывать сомнения. Остается обосновать необходимость красящего средства и Инструмента и их обязательности. Рассмотренный пример показывает, что глагол красить заключает в себе то, чем красят, т. е. акцентирует тип воздействия Средства (красить может краска или другое подобное вещество). Инструмент – самый сложный из актантов с точки зрения того, нужно ли предполагать его существование на семантическом уровне. Во многих словарных толкованиях глаголов вклад Инструмента в ситуацию не только не характеризуется, но иногда и сам Инструмент не упоминается. Согласно определению, данному в «Толковом словаре русского языка» С. И. Ожегова и Н. Ю. Шведовой, слово

красить имеет значение «покрывать или пропитывать краской, красящим составом». Как нетрудно заметить, в значение глагола красить не входит указание на какой-либо определенный Инструмент, хотя в большинстве случаев красят кисточкой. В языке, таким образом, может узуально закрепляться определенное видение некоторого класса объектов или ситуаций, несмотря на то, что общие особенности человеческого восприятия и языковые возможности допускают и другое их представление.

Итак, участники этой ситуации характеризуются следующими действиями и взаимоотношениями:

Агент (Джон): воздействует на Инструмент (кисточку): обмакивает кисточку в краску, перемещает кисточку, «водит» по поверхности забора.

Инструмент (кисточка): претерпевает воздействие: перемещается; воздействует на Средство (краску), распространяет краску по поверхности Места (намазывает).

Средство (краска): перемещается: распространяется по поверхности Места; воздействует на Место: придает Месту свой цвет.

Место (забор): переходит в новое состояние: приобретает контакт со средством; приобретает цвет.

В действительности ситуация намного сложнее: кисточка одновременно воздействует на краску, Джон воздействует не только на Инструмент, он связан со всеми участниками ситуации и контролирует все процессы. Поэтому эта ситуация может быть описана несколькими разными глаголами: Джон взял кисточку в руки – обмакнул ее в краску – поднес кисточку к забору – переместил кисточку по поверхности забора и т. д. Таким образом, понимание ситуации обеспечивается широким кругом знаний, выраженных как эксплицитно, так и имплицитно, поэтому можно говорить о создании pragmatischen потенциала любой ситуации.

В описываемой ситуации следует также проводить различие между совершением действия и вызыванием следствия. Как отмечает Г. фон Вригт, совершая нечто, мы вызываем нечто другое. Так, например, если мы красим забор, то он приобретает цвет. Следовательно, то, что мы вызываем, – это следствия нашего действия, а то, что мы совершаем, – причина этих следствий, причем между причиной и следствием существует некоторое отношение обусловленности. Что при этом происходит с объектом (забором), в явном виде не указывается, а лишь выводится из характера воздействия и выражается имплицитно. Так, например, если субъект красит, то количество Средства уменьшается, а площадь «цветной» поверхности, напротив, увеличивается, в результате чего происходит изменение состояния объекта-Места. Эти смыслы, как бы они ни были на первый взгляд элементарны и очевидны, не существуют в готовом виде, а извлекаются, выводятся.

Следует также проводить различия между словами следствие и результат: следствие может существовать одновременно с первоначальным положением дел, в то время как результат должен за ним следовать. Результат мыслится как конец, как объективный факт, положение дел, к определен-

ному результату может привести только целенаправленная деятельность. Само значение глагола красить предполагает активное действие, направленное на достижение конкретной цели, результата этого действия, причем способом нанесения, каузации контакта Средства с Местом происходит изменение состояния самого объекта-Места. Смысл цель в толковании красить необходим: если у субъекта окрашивания не может быть цели, о нем нельзя сказать, что он красит (ср. краска красит).

Отметим также, что одно явление может быть и необходимым, и достаточным условием для некоторого другого явления (Г. фон Вригт). Сложное достаточное условие представляет собой конъюнкцию. Так, например, для появления r (пусть r – наличие краски на заборе) может оказаться недостаточным наличие только p (пусть p – обмакивание кисточки в краску) или только q (пусть q – контакт кисточки с забором). Но если p и q появляются вместе, то, несомненно, будет также и r . Сложное необходимое условие, с другой стороны, – это дизъюнкция. Для появления r может не быть необходимо ни (безусловное) наличие q , ни (безусловное) наличие r ; тем не менее r может требовать присутствия по крайней мере одного из этих двух условий – q или r . Дизъюнктивные достаточные условия могут «распадаться» (resolved) на множество достаточных условий. Если p или q достаточны для появления r , то и r само по себе достаточно для этого, и q . Другими словами, всякий раз, когда имеется p , будет иметь место также q ; присутствия (наличия) p достаточно, чтобы гарантировать присутствие (наличие) q . Аналогично могут «распадаться» конъюнктивные необходимые условия. Если конъюнкция p и q есть необходимое условие r , то и p , и q по отдельности необходимы для r . Иными словами, всякий раз, когда имеется q , должно быть и p , т.е. присутствие (наличие) q требует или предполагает присутствие (наличие) p . Кстати, такие «асимметрии» понятий обусловленности могут найти интересное применение в индуктивной логике. Таким образом, в описываемой ситуации обмакивание кисточки в краску оказалось достаточным условием окрашивания забора, но необходимым условием для создания этих обстоятельств является контакт кисточки с поверхностью забора.

Таким образом, можно прийти к выводу, что языковые выражения не обозначают объекты и ситуации реального мира, а, в определенном смысле, их создают. Само же понятие ситуации можно отнести не только к миру (фрагмент действительности), но и к языку (смысл предложения) и к мышлению (это фрагмент действительности, вычлененный и обработанный мыслью).

Природа математического понимания

Султанова Л. Б. (Уфа)

The text explores the nature of mathematical understanding, which applies the concept of tacit knowledge.

В связи с возникновением в современной эпистемологии общей тенденции к сближению гуманитарного и естественнонаучного знания, дихотомия объяснения и понимания, как несовместимых гносеологических процедур, характерная для классической науки, начинает разрушаться. Вообще понимание является обязательным элементом любых процессов мышления. О том, что понимание чего-либо осуществилось, субъекту познания «сигнализирует» «озарение», без которого (в том или ином виде) понимание невозможно. Сегодня вопрос о понимании в естественных науках приобрёл актуальность и корректно ставится в рамках философии науки. Эта тенденция справедлива и в аспекте математического познания.

Действительно, сложно разобраться в том, что такое математическое познание, только на основе процедуры объяснения. Ведь даже в школьной математике объяснение влечёт за собой традиционный вопрос учителя: «Понятно?». Объяснение в математике существует ради понимания. Понимание в математике связано с двумя различными гносеологическими ситуациями. С одной стороны, речь может идти о понимании математических терминов и символов в процессе их непосредственного созерцания, т.е. о процедуре математической символизации, когда посредством неявного знания, субъект связывает абстракцию математики с реальностью [1, С. 242]. Тем самым достигается понимание в конкретной гносеологической ситуации. По Канту, в геометрии, понимание включает в себя конструктивный момент, когда математический объект, к которому относится конкретное понятие, мысленно «выстраивается» субъектом или хотя бы неявно и схематично задаются шаги такого выстраивания. В этом смысле рассматривал понимание в математике А. Гейтинг, один из основателей математического интуиционизма.

Понимание в математике так же может быть связано с ситуацией математического открытия, когда математик занят поиском догадки, как основы для новой теории. И в этой гносеологической ситуации понимание того, каким образом решается конкретная математическая проблема или задача, достигается в момент «озарения», на этапе инсайта творческого процесса в математике, что зафиксировано ещё Ж. Адамаром.

Итак, понимание в математике, несомненно, имеет место. Понимать в математике можно условия задачи или то, каким образом эта задача решается. Это, в принципе, две различные гносеологические ситуации. Но обе эти ситуации вполне естественны и неизбежны для любого субъекта математического познания, и с ними традиционно связывается и само понятие «понимание», обозначающее в контексте философии науки конкретную гносеологическую процедуру. Гносеологическая «цена» понимания в математике очень высока, поскольку понимание достигается за счёт экспликации элементов неявно-интуитивного уровня математического познания, процедура экспликации не является рациональной.

Крайне важным для когнитивных исследований представляется вопрос о природе математического понимания. Сегодня можно считать практиче-

ски обоснованным её невычислимый характер, поскольку математическое понимание невозможно без принципиально невычислимого осознания [2, С. 92], что вполне согласуется с идеей неявного знания применительно к математике.

В заключение отметим ещё один тип понимания в математике, связанный с представлением о математике как о целостном типе познания. В этом смысле каждая из программ обоснования математики вырабатывает свою конкретное «понимание математики», т.е. представление о математике как о науке. Например, А. Гейтинг, один из крупнейших представителей интуиционизма в математике, считал, что математику необходимо понимать как совокупность «интуитивно убедительных» умственных построений [3].

Литература

- [1] Султанова Л. Б. *Математическая символизация: специфика и условия реализации*. // Российский гуманитарный журнал. 2014. Т. 4. С. 237–245.
- [2] Пенроуз Р. *Тени разума в поисках науки о сознании. Часть I: Понимание разума и новая физика*. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
- [3] Гейтинг А. *Интуиционизм*. М.: «Либроком». 2010 г.

Новая модель концептуализации базисной части общей логики как практической

(Троепольский А. Н. (Калининград))

The report examines how the general logic (Logic semester course, which is lectured in Russian universities for students of humanitarian specialties) can be converted into a practical logic.

В нашем сообщении мы раскрываем три тезиса.

Актуальность темы. Осознание проблемы

Можно констатировать, что во второй половине XX столетия многие логики и философи осознали, что формальная логика, достигнув высшего этапа своего развития в статусе символьской (математической) логики, адекватна лишь для анализа математических рассуждений и мало пригодна для анализа споров и дискуссий, возникающих между людьми за пределами математической проблематики. В связи с этим в среде американских и европейских философов и логиков (Р. Джонсон, Э. Блэр, Х. Перельман) возникла идея создания неформальной логики, в которой анализируются и оцениваются аргументы в том виде, как они используются в естественном языке [3]. Неформальная логика претендует на статус практической логики в обыденных рассуждениях и тем самым придает формальной логике в этой области статус схоластической дисциплины. Однако можно усомниться в том, что неформальная логика как дисциплина является логикой. Не

случайно ее по-другому называют прикладной эпистемологией или критическим мышлением.

Вместе с тем, как известно, в силу простоты изложения на статус практической логики претендует также общая логика, которая традиционно преподается в европейских университетах со времени их возникновения.

В силу относительной простоты изложения этот логический компендиум также заслуживает название практической логики в отличие от полностью формализованной символической (математической) логики, которую вслед за Д. Гильбертом и В. Аккерманом правомерно называть теоретической логикой [1].

Тем не менее традиционные варианты изложения общей логики вряд ли можно рассматривать в качестве эффективного средства анализа дискурсов естественного языка в силу следующих обстоятельств.

Во-первых, основные темы содержания общей логики (предмет и значение логики, понятие, суждение, умозаключение) недостаточно интегрированы в транспорентную логическую систему, во-вторых, в ней умозаключения не оцениваются в терминах логично, нелогично и, наконец, в ней описаны не все эффективные методы, необходимые для однозначной квалификации умозаключений на предмет их логичности, либо нелогичности.

Главную причину такого состояния общей логики, лишающую ее статуса практической логики, мы видим в следующем.

Дело заключается в том, что традиционно множество правильных умозаключений ограничивалось в общей логике множеством умозаключений, в которых посылки и заключения связаны между собой отношением логического следования, а само логическое следование отождествлялось с отношением дедуктивного следования, в силу чего логичными умозаключениями признавались лишь дедуктивные умозаключения. Отсюда следовало, что в общей логике сфера логичных и, следовательно, правильных умозаключений представлена лишь множеством дедуктивных умозаключений, а именно: непосредственными дедуктивными умозаключениями через превращение, дедуктивными умозаключениями через обращение общеутвердительных, общеотрицательных и частноутвердительных суждений, дедуктивными умозаключениями через противопоставление предикату общеутвердительных, общеотрицательных, частноотрицательных суждений, дедуктивными умозаключениями через противопоставление субъекту, дедуктивными умозаключениями по логическому квадрату, дедуктивными умозаключениями по 24-м модусам простого категорического силлогизма, дедуктивными полисиллогизмами, дедуктивными умозаключениями по модусам *ponens* и *tollens* условно-категорических умозаключений (УКУ), дедуктивными умозаключениями по модусам *tollendo-ponens* и *ponendo-tollens* разделительно-категорических умозаключений (РКУ), дедуктивными умозаключениями на уровне дилемм условно-разделительных умозаключений (УРУ).

Однако при таком подходе вне сферы правильных (логичных) умозаключений остаются умозаключения вида, если $p \rightarrow q$ и q , то p , а также умозаключения по модусу, если $p \rightarrow q$ и $\neg p$, то $\neg q$ УКУ, где « \rightarrow » есть знак материальной импликации. Именно последние умозаключения на предмет их правильности (логичности) вызвали острую дискуссию между А. И. Введенским и Н. О. Лосским [4]. А. И. Введенский считал, что эти умозаключения являются неправильными, так как они не являются дедуктивными, в то время как Н. О. Лосский считывал их высокий эвристический потенциал в сфере науки и на этой основе считал их правильными.

Вне сферы правильных (логичных) умозаключений при таком подходе остаются также умозаключения, построенные по 232 модусам ($256 - 24 = 232$) простого категорического силлогизма (ПКС), умозаключения по неполной индукции, умозаключения о причинах между явлениями, умозаключения по аналогии.

При этом возникает основание считать последние три типа умозаключения умозаключениями, не имеющими логической природы, так как в них посылки и заключения не связаны отношением логического следования, ведь логическая традиция, как было отмечено выше, отождествляла логическое следование с дедуктивным следованием. В итоге напрашивается парадоксальный вывод, что общая логика не имеет единой логической природы. Все вышесказанное побудило нас разработать новую модель концептуализации общей логики, переформатировать изложение общей логики по этой модели и тем самым придать общей логике практический статус.

Решение проблемы

Решение данной проблемы стало возможным благодаря тому, что в [2] Е. К. Войшвилю обосновал правомерность различия дедуктивного и индуктивного (правдоподобного). – А. Троепольский) следования как двух разновидностей логического следования. Опираясь на этот результат и развивая его, мы на качественном и количественном уровнях ввели самые общие определения дедуктивного логического следования и правдоподобного логического следования применительно к умозаключениям и на этой основе разработали следующую модель концептуализации содержания общей логики в статусе практической:

- дедуктивное и правдоподобное следование есть разновидности логического следования, так как в них есть общее логическое содержание: при истинности посылок в них не исключается случай истинности заключения;
- все умозаключения следует разделить на дедуктивные и недедуктивные;
- все недедуктивные умозаключения правомерно разделить на недедуктивные правдоподобные и недедуктивные неправдоподобные умозаключения;

- в недедуктивных правдоподобных умозаключениях посылки и заключения связаны отношением правдоподобного логического следования;
- в недедуктивных неправдоподобных умозаключениях посылки и заключения связаны отношением противоречия. В них истинность посылок гарантирует ложность заключения;
- логичное умозаключение следует понимать как умозаключение, в котором посылки и заключения связаны между собой либо отношением дедуктивного, либо отношением правдоподобного следования;
- логичные умозаключения представлены в общей практической логике классом дедуктивных умозаключений и классов недедуктивных правдоподобных умозаключений;
- логичные умозаключения являются правильными умозаключениями;
- нелогичное умозаключение следует понимать как умозаключение, в котором посылки и заключение связаны отношением противоречия;
- нелогичные умозаключения являются неправильными, ошибочными;
- нелогичные умозаключения представлены в общей практической логике классом недедуктивных неправдоподобных умозаключений.

Данная модель обнаруживает единую логическую природу дедуктивной и недедуктивной части общей логики в статусе практической и существенно расширяет сферу логического.

Подробная и детализированная разработка данной модели и переформатированное на ее основе изложение содержания базисной части общей логики представлено нами в монографии «Общая логика как практическая» [5], которая рекомендуется всем, кто преподает и изучает общую логику.

Разъяснение основных понятий, используемых в исследовании

К теоретической логике мы относим полностью формализованные, то есть построенные как на семантическом, так и на синтаксическом уровнях, простую традиционную силлогистику, логику высказываний и логику предикатов первого и второго порядка, а также различные виды неклассических логик: интуиционистскую, модальную, паранепротиворечивую, релевантную, многозначную и другие виды неклассических логик. Эти логики являются логическими исчислениями и имеют статус в высшей степени теоретических систем.

Практическая логика – это логика, в изложении которой используется достаточно простой понятийно-концептуальный аппарат. К ней мы относим умозаключения простой традиционной силлогистики, умозаключения таблично построенной логики высказываний, а также недедуктивные умозаключения. В практической логике мы все умозаключения оцениваем в терминах «логично», «нелогично».

Под общей логикой мы понимаем односеместровый курс логики, читаемый студентам гуманитарного профиля и включающий темы: Предмет и

значение логики, Учение о понятии, Учение о суждении, Учение об умозаключении, Основные законы логики.

Базисная часть общей логики – это теория дедуктивных и правдоподобных умозаключений простой традиционной силлогистики и логики высказываний. В нее мы не включаем учение о правдоподобных умозаключениях неполной индукции, учение о правдоподобных умозаключениях о причинных связях между явлениями, учение о правдоподобных умозаключениях по аналогии, так как эти учения в настоящее время интенсивно исследуются и еще не завершены.

Правдоподобные умозаключения, сопряженные с дедуктивными умозаключениями простой традиционной силлогистики – это правдоподобные умозаключения, построенные по 232-м недедуктивным модусам простого категорического силлогизма (ПКС).

Правдоподобные умозаключения, сопряженные с дедуктивными умозаключениями условно-категорического умозаключения (УКУ)

Правдоподобные умозаключения, сопряженные с дедуктивными умозаключениями разделительно-категорического умозаключения (РКУ)

Правдоподобные умозаключения, инкорпорированные в логику открытия и восходящие к исследованиям Ф. Бэкона, Дж. Ст. Милля и Дж. Гершеля, – это правдоподобные умозаключения неполной индукции, правдоподобные умозаключения о причинных связях между явлениями, правдоподобные умозаключения по аналогии.

К силлогистическим умозаключениям мы относим непосредственные дедуктивные умозаключения и опосредованные дедуктивные умозаключения простой традиционной силлогистики.

Литература

- [1] Гильберт Д., Аккерман В. *Основы теоретической логики*. М., 1947.
- [2] Войшвилло Е. К., Дегтярёв М. Г. *Логика*. М.: Владос-Пресс, 2001.
- [3] Грифцова И. Н. *Соотношение формальной и неформальной логики. Философско-методический анализ*. М., 1999.
- [4] Попова В. С. *Спор о логике в университетской философии Санкт-Петербурга начала XX века*. Калининград: Изд-во РГУ им. И. Канта, 2010.
- [5] Троепольский А. Н. *Общая логика как практическая*. Брянск: Ладомир, 2015.

К вопросу о методологических основаниях исследования истории аргументативных практик

Шапиро О. А. (Симферополь)

Диахроническое исследование – естественный и привычный способ научной рефлексии. Если же исследовать специфику развития рациональности и особенности когнитивных процессов, то в фокусе такого исследования

появятся способы обоснования и убеждения в динамике их исторического развития. Однако сегодня исследованиям в области истории аргументативных практик посвящаются лишь редкие разрозненные работы.

Я полагаю, что: А. Историческое исследование аргументативных практик позволит различить исторически обусловленные и априорные способы аргументации. Первые при этом раскроют историческую динамику развития рациональности, а вторые – существенные характеристики когнитивных процессов; В. Такое исследование нуждается в методологическом подходе, позволяющем сопоставлять аргументативные тексты разного типа. Основанием такого подхода может стать выделение аргументативных макроструктур как единиц анализа.

Историческое исследование текстов способно дать их типологию, цель которой – понимание как инвариантных, так и вариативных текстовых особенностей. Можно выделить две большие группы используемых приемов аргументации: 1) культурно-исторически обусловленные, встречающиеся в текстах одного исторического периода; 2) универсальные (априорные), инвариантные для текстов разных эпох. Именно разделение этих способов аргументации может лieчь в основу выявления исторических закономерностей развития способов обоснования и убеждения, т.е. построения истории аргументативных практик, основанной не только на хронологии, но и структурированной согласно существенным признакам аргументативных текстов.

В сегодняшней литературе по теории аргументации мне удалось найти всего две попытки формулирования методологических оснований для построения истории аргументативных практик: аналитический историко-философский подход (начало которому положила работа Дж. Барнеса «Досократические философы» [1]) и исторический подход М. А. Финоччиаро («Исторический подход в исследовании аргументации» [2]). Оба они формировались в 80-х гг. XX века, однако первый подход становится известным в России только в последние годы (в частности, благодаря статьям М. Вольф), а идеи Финоччиаро сегодня вообще не упоминаются в русскоязычной литературе.

Аналитический историко-философский подход нацелен исключительно на анализ философских текстов и рассматривает исследование философской аргументации как наиболее эффективный способ реконструкции их смысла. В качестве основы для сопоставления этих текстов последователи предлагают использовать формализацию. Здесь мне видится серьезная проблема, т. к. формализация философских текстов потребует чрезвычайно богатого (и как следствие, довольно громоздкого) логического языка, что может привести не столько к формированию стройной концепции развития аргументации, сколько к усложнению понимания этого процесса.

М. А. Финоччиаро предлагает пошаговое исследование аргументативных текстов, включающее: 1) выбор текста; 2) погружение в социокультурный контекст; 3) формулирование обобщений касательно специфики

используемой в тексте аргументации. ограничивает область применимости своего подхода текстами, содержащими разнообразие аргументации как по способам обоснования/убеждения, так и по тематике рассматриваемых вопросов – такое разнообразие необходимо ему для формулирования обобщений на третьем шаге исследования. Это ограничение при попытках создать полноценную историю аргументации оказывается принципиальным, т. к. выносит за границы исследования большой массив текстов.

Однако в поздних работах Финоччиаро (напр., [3]) появляется важная интуиция, обладающая мощным эвристическим потенциалом и выраженная в ключевом термине «мета-аргументация». Сравним это с предложением А. П. Алексеева создать особый мета-язык, подходящий для сопоставления разнообразных текстов. Могут ли эти идеи быть развиты до формулирования методологических оснований, релевантных историческому исследованию разнообразных аргументативных текстов?

По-видимому, такие основания должно дать рассмотрение аргументации в качестве специфического гиперязыка, элементами которого будут аргументативные макроструктуры. Такой анализ, дополненный финоччиаровским «погружением в контекст» (позволяющим выносить pragматическую оценку аргументации), позволит рассматривать вариативные и инвариантные аргументативные техники как различные макроструктуры гиперязыка и станет основанием для построения типологии аргументативных текстов в их диахроническом исследовании.

Литература

- [1] Barnes J. *The presocratic philosophers. The arguments of the philosophers*. London and New York: Routledge, 1982. 601 p.
- [2] Finocchiaro, M. A. *A historical approach to the study of argumentation // Argumentation: Across the Lines of Discipline* / Frans H. van Eemeren. Rob Grootendorst, J. Anthony Blair, Charles A. Willard (eds.). Dordrecht, Provedance: Foris Publications, 1987. P. 81–91.
- [3] Finocchiaro M. A. *Meta-Argumentation: An Approach to Logic and Argumentation Theory*. Meta-Argumentation: An Approach to Logic and Argumentation Theory. London: College Publications, 2013. 279 p.

Универсальная логическая герменевтика

Шульга Е. Н. (Москва)

According to B. Wolniewicz there are two ways of grasping the meaning of philosophical text: intuitive and logical. Logical Hermeneutics is a set of rules and criteria which governs a logical interpretation of philosophical systems. Since a particular logical system underlying the logical theory chosen for interpretation determinates the specificity of a discourse universe, then so called Universal Logic gives us an opportunity to control the process of choice of respective logic. So the analysis of aspects of suitability of one or another logical system for the goals of

Universal Logical Hermeneutics is capable of gain the advantage in this enterprise.

Согласно Богуславу Вольневичу, существует два способа проникновения в смысл философского текста. Первый состоит в простом угадывании, что рассматриваемый автор имел в виду и пытался передать читателю.

Другой способ интерпретации философских текстов заключается в осуществлении нечто совершенно иного. То, что он имеет своей целью, представляет собой выявление логической структуры философской системы, воплощенной в рассматриваемом конкретном тексте.

Ясно, что правила интерпретации в обоих случаях совершенно различны. В первом случае их называют интуитивной герменевтикой, а во втором – логической.

Таким образом, логическая герменевтика представляет собой множество правил и критериев, управляющих логической интерпретацией философских систем. Термин «система», взятый в его совершенно традиционном смысле, здесь означает множество высказываний, взятых либо у некоего автора (как Давид Юм или Мартин Хайдеггер), либо из определенной книги (как «Трактат о человеческой природе» или «Время и бытие»). Единство подобной системы заключается просто в том факте, что она является выражением мнения одного человека, или одной определенной группы людей, когда рассматриваемая система представляет собой коллективный труд признанной философской школы. Вдобавок логическая интерпретация позволяет удостовериться в том, что даже при утраченном единстве содержания личностное единство системы будет давать то, чем она есть.

Метод логической интерпретации философской системы S нацелен на ее аксиоматизацию, т. е. такую трансформацию системы, в которой все (исключая сами аксиомы) становится семантически определенным и она дедуктивно полна. Для этого мы должны выбрать некоторую теорию T , предмет которой тот же самый, что и у рассматриваемой системы, и, во-вторых, определить определенные правила перевода (словарь), чтобы со-поставить высказываниям системы формулы в языке $L(T)$ теории T , и таким образом устраниТЬ неясности, присутствующие в системе S .

Всегда при этом возникают вопросы, касающиеся использования конкретных логических систем, лежащих в основании теории T , которые мы выбираем для логической интерпретации. Любая логическая система является теорией какой-то предметной области, и поэтому если мы анализируем философскую теорию, пытаясь получить ее логическую интерпретацию, то мы с самого начала должны принимать во внимание специфику универсума дискурса. И прежде чем запустить процесс логической интерпретации, стоит в первую очередь поразмышлять над этой проблемой.

Поскольку именно так называемая «универсальная логика» рассматривает общие проблемы логических систем, то, наверное, стоит говорить в этой связи об «универсальной логической герменевтике» (модифицируя

термин «логическая герменевтика» Вольневича), когда анализируются аспекты пригодности той или иной логической системы для логической интерпретации философских теорий. Это особенно важно в случае различных логико-герменевтических интерпретаций одной и той же философской системы, поскольку они могут иметь разную ценность. Различные интерпретации действительно обладают разной герменевтической ценностью, так как если наш выбор из множества логических систем неудачен, то он может привести просто к тривиальности, в то время как другой выбор принес бы нам значительный выигрыш в понимании смыслов интерпретируемой философской системы.

Но порой именно выбор неклассической логической системы для интерпретации философской теории дает определенное преимущество. Например, согласно Вольневичу, имеется, по крайней мере, четыре параметра, которые стоит принимать во внимание при интерпретации. Первым из них является отношение количества элементов множества A интерпретированных высказываний к количеству элементов множества всех высказываний системы S . Этот параметр может быть представлен как дробь A/S , которая называется диапазоном интерпретации. Интерпретация A_2 будет лучше интерпретации A_1 , если ее диапазон больше, т.е. $A_1/S < A_2/S$. А если мы используем для интерпретации парапротиворечивую систему да Косты $C_1^=$, которая содержит в себе систему классической логики $C_0^=$, то подобная парапротиворечивая интерпретация A_2 будет заведомо лучше классической интерпретации A_1 , поскольку у нас будет выполняться условие $A_1/S < A_2/S$ ввиду непосредственного включения классических высказываний во множество парапротиворечивых высказываний, которые в классической логике невозможны.

Литература

- [1] Halldén S. *The Logic of Nonsense*. Lundequista Bokhandeln, Uppsala, 1949.
- [2] Hałkowska K. *A note on matrices for systems of nonsense-logic*. // *Studia Logica*. 1989. Т. 48, № 4. С. 461–464.

Для заметок

Для заметок

Для заметок

Десятые Смирновские чтения по логике

Материалы международной научной конференции

**Издательство
«Современные тетради»**

Главный редактор,
Генеральный директор издательства — Красненков В. Г.
Верстка — Григорьев О. М.
Дизайн обложки — Давыдова Е. А.

Подписано в печать 19.05.2017 г.
Формат 70×116
Объем 14 печ. л. Тираж 200 экз.

Почтовый адрес издательства — ООО «Современные тетради»:
117342, г. Москва, ул. Введенского, д. 8. Тел.: 333-65-79
Электронная почта: sovtet2k@yandex.ru