ПРОГРАММНЫЙ РЕАЛИЗМ В ФИЗИКЕ И ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

АНДРЕЙ РОДИН

1. Проблема Вигнера в исторической перспективе

До середины 19-го века все основные математические понятия - прежде всего, понятие числа и понятие геометрической величины - имели очевидные и однозначные физические интерпретации и всегда мыслились вместе с этими интерпретациями. Это позволяло, в частности, считать геометрию наукой о физическом пространстве. Именно такая "естественная" физическая интерпретация основных математических понятий стала основой реалистической физики Галилея и Ньютона. Ситуация существенно изменилась, когда в математическом сообществе получила признание неевклидова геометрия и идея о том, что наряду с евклидовом пространством существует (в абстрактном математическом смысле слова) целый класс неевклидовых пространств. Эту новую математику можно описать известными словами Кантора о том, что "сущность математики - в ее свободе" ([12], стр. 80), имея при этом в виду свободу аксиоматического конструирования математических теорий, то есть свободу построения математических "мысленных миров" [1] без оглядки на эмпирический опыт. В таком контексте эффективность математики в физике и других естественных науках оказывается по словам Вигнера [11] "непостижимой".

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы показать, каким образом проблема "непостижимой эффективности" математики (которую я в дальнейшем для краткости буду называть проблемой Вигнера) может быть решена по отношению к современной физике и математике. Мой основной тезис состоит в том, что классический способ построения математизированных научных теорий успешно использованный, в частности, в классической механике Ньютона, может быть также успешно использован и в современных физических теориях, а популяризированное Гильбертом, Бором и другими классиками 20-го века мнение о том, что в начале 20-го века и физика, и математика, совершенно изменили свою природу, является по большей части необоснованным. Таким образом я утверждаю, что построение реалистических физических теорий с использованием самой современной математики является возможным и желательным. Вслед за Эйнштейном ([8], стр. 673-674) я называю эту точку зрения *программным реализмом.*

2. Неоклассическая наука

Аксиоматическая теория топосов [4], [6] и гомотопической теория типов [3], [7] открывают новые возможности для построения реалистической физики. В отличие от аксиоматической теории множеств Цермело-Френкеля и других стандартных аксиоматических теорий аксиоматическая теория топосов не пользуется никакой "готовой" логикой, а описывает топос как универсум, в котором заданы определенные операции имеющие как логическую, так и геометрическую интерпретацию. Этим аксиоматическая теория топосов похожа на геометрическую теорию "Начал" Евклида, в которой геометрические построения также играют роль логических шагов доказательств. Эта аналогия с традиционной геометрией становится еще более очевидной в гомотопической теории типов, где достигается точное соответствие между синтаксическими конструкциями конструктивной теории типов Мартина-Лефа [5], с одной стороны, и геометрическими объектами, которые называют гомотопическими типами, с другой стороны. С помощью этой теории ее создатель Воеводский пытается в настоящее время построить новые основания математики, которые он называет *унивалентными* . Попытки использовать теорию топосов в физике (включая квантовую теорию) начались в конце 1990х годов [13]. Доринг [2] специально подчеркивает "нео-реалистический" характер топосного подхода, который позволяет отказаться от стандартной Копенгагенской интерпретации квантовой теории. В самое последнее время были также сделаны первые попытки использовать гомотопическую теорию типов в квантовой теории поля [9], [10].

Если теория топосов, гомотопическая теория типов или другая фундаментальная неоклассическая математическая теория сможет доказать свою эффективность в качестве основания математики и математического основания фундаментальной физической теории, то это будет означать перестройку современной физики или по крайней мере некоторого ее фрагмента по (нео)классическому образцу. При таком положении вещей основания математики и основания физики будут прочно связаны друг с другом, подобно тому, как это имело место в классических математических и физических теориях, а эффективность математики в физике и других естественных науках не будет больше казаться непостижимой. Это позволит использовать современную математику в физике и других естественных науках более эффективно, чем это происходит в настоящее время. Разумеется, различие между математической идеализацией и физической реализацией, между возможным и действительным опытом, при этом никуда не исчезнет и оставит место для новых регулятивных идей, которые обеспечат дальнейший прогресс в естественных науках.

Такая перспектива не является ни чистой фантазией, ни прогнозом будущего развития событий. Скорее это программа развития науки, которая, с одной стороны, опирается на восходящую к Эйнштейну идею программного реализма, и с другой стороны, принимает в расчет новейшие исследования в области оснований математики.

Список литературы

[1] E. Cassirer. Kant und die moderne mathematik. *Kant-Studien*, 12:1–40, 1907.
[2] A. Doering. *Topos theory and 'neo-realist' quantum theory*. arXiv: 0712.4003, 2007.
[3] V. Voevodsky et al. *Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics*. Institute for Advanced Study (Princeton); available at http://homotopytypetheory.org/book/, 2013.
[4] F.W. Lawvere. Quantifiers and sheaves. *M. Berger, J. Dieudonne et al. (eds.), Actes du congres international des mathematiciens, Nice*, pages 329 – 334, 1970.
[5] P. Martin-Löf. *Intuitionistic Type Theory (Notes by Giovanni Sambin of a series of lectures given in Padua, June 1980)*. Napoli: BIBLIOPOLIS, 1984.
[6] C. McLarty. *Elementary Categories, Elementary Toposes*. Oxford: Clarendon Press, 1992.
[7] A. Rodin. *Axiomatic Method and Category Theory (Synthese Library vol. 364*. Springer, 2014.
[8] P.A. Schilpp. *Albert Einstein: Scientist-Philosopher (The Library of Living Philosophers)*. Evanston, 1949.
[9] U. Schreiber. *Quantization via Linear homotopy types*. arXiv: 1402.7041, 2014.
[10] U. Schreiber and M. Shulman. *Quantum Gauge Field Theory in Cohesive Homotopy Type Theory*. arXiv:1408.0054, 2014.
[11] E. Wigner. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13:1–14, 1960.
[12] Г. Кантор. Основы общего учения о многообразиях. *Труды по теории множеств (Москва, "Наука")*, pages 63–106, 1985.
[13] А. Родин. Теория категорий и поиски новых математических оснований физики. *Вопросы философии*, 6:67–82, 2010.