ПРОГРАММНЫЙ РЕАЛИЗМ В ФИЗИКЕ И ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

АНДРЕЙ РОДИН

1. Физика и основания математики: исторический обзор

Дискуссии об основаниях математики и физики на протяжении всего 20-го века велись как правило совершенно независимо друг от друга, и сегодня в этом смысле ситуация мало изменилась. Даже беглый взгляд на историю вопроса ясно показывает, что это обстоятельство не является исторической случайностью. До середины 19-го века все основные математические понятия - прежде всего, понятие числа и понятие геометрической величины - имели очевидные и однозначные физические интерпретации и всегда мыслились вместе с этими интерпретациями. Это позволяло, в частности, считать геометрию наукой о физическом пространстве. Именно такая "естественная" физическая интерпретация основных математических понятий стала основой новой математической физики Галилея и Ньютона. Хотя первые серьезные проблемы с физической интерпретацией математических понятий появились примерно в то же время (17-й век) - я имею в виду проблему физической интерпретации "мнимых величин" в алгебре и "идеальных элементов" в проективной геометрии - эти частные проблемы до поры до времени не меняли общей картины. При этом философы начиная с Платона и Аристотеля отличали математические объекты от физических (то есть, воспринимаемых чувствами, в том числе посредством наблюдательных приборов) и предлагали различные объяснения и обоснования того, что я выше назвал (разумеется, анахронистически) "естественной физической интерпретацией" математических понятий. В частности, Платон это делал с помощью метафоры о том, что физические объекты "подражают" математическим, а Аристотель с помощью понятия абстракции, которое сохраняет свое значение и в современной философии науки (включая математику). Систематическое философское обоснование такого рода, было предложено в конце 18го века И. Кантом в "Критике чистого разума", "Метафизических основаниях естествознания" и других работах. Подход Канта имеет для нас сегодня особое значение, поскольку в своем анализе математического естествознания Кант опирался на современную ему физику, которую в 20-м веке стали называть *классической* и которая до сих пор остается в научном обиходе, а именно на физику Ньютона [11]. Идея Канта, говоря в двух словах, состоит в том, что чистая математика представляет собой деятельность по представлению (другими словами, *конструированию*) понятий с помощью априорных интуиций пространства и времени, а физика (и вообще всякое математизированное естествознание) - это опытное (апостериорное) представление физической реальности математическими средствами.

Всякую философию науки можно оценивать с двух точек зрения: с точки зрения общих философских принципов и с точки зрения адекватности тому, что в данный исторический период в научном сообществе считается успешной наукой (если на этот счет достигается консенсус). Сейчас меня интересует только второй аспект проблемы. С точки зрения своей адекватности Канта не вызывала сомнений по крайней мере до середины 19го века, то есть ее можно было уверенно считать (по крайней мере) возможной философской интерпретацией текущей физики и математики. Эта ситуация существенно изменилась, когда в математическом сообществе получила признание неевклидова геометрия. [1]

Лишение Пятого евклидова постулата статуса априорной геометрической истины само по себе еще не является фатальной проблемой для кантовой философии математики. Однако представление о том, что наряду с евклидовом пространством существует (в абстрактном математическом смысле слова) целый класс неевклидовых пространств уже затрагивает самые основы этой философии. Какое из этих геометрических пространств можно отождествить (обычным образом, то есть с точностью до идеализации) с реальным физическим пространством (если по-прежнему считать, что физическое пространство единственно)? Лобачевский пытался ответить на этот вопрос с помощью астрономических наблюдений. С точки зрения Канта идея эмпирической проверки геометрических свойств (физического) пространства является абсурдной, поскольку с его точки зрения пространство это априорная интуиция, а не чувственно воспринимаемый предмет, который можно изучать эмпирическими методами.

В 1899-м году Гильберт опубликовал свои "Основаниях геометрии" [14], [33]; в этой фундаментальной работе автор продемонстрировал новый аксиоматический метод, который с одинаковым успехом может быть применен как для евклидовой, так и для неевклидовой геометрии, а также для любых других математических и не-математических теорий. С точки зрения Гильберта аксиомы данной теории это не фундаментальные истины, принимаемые без доказательства, а логические схемы высказываний, которые при одних семантических интерпретациях могут порождать истинные высказывания, а при других семантических интерпретациях - ложные высказывания. Аксиоматическое построение теории с помощью такого метода представляет собой произвольное постулирование аксиом и формальный вывод следствий (доказательство теорем) из этих

[1] Точная дата такого "признания", конечно, может быть только условной. В качестве консервативной оценки можно взять 1869й год, когда публикация (ошибочного) доказательства Пятого евклидова постулата Жозефом Бертраном (Joseph Bertrand) в трудах Французской Академии Наук вызвала протест ведущих французских геометров, в результате которого Французская Академия приняла принципиальное решение больше никогда не рассматривать и не публиковать такие доказательства. Напомню, что первая публикация Лобачевского на тему неевклидовой геометрии в самом авторитетном на то время математическом журнале Крелле (на французском языке) датируется 1837м годом [18]. Естественно, что знакомство с проблематикой неевклидовой геометрии со стороны философов заняло еще больше времени.

аксиом. Истинность теорем так же как и истинность аксиом зависит от интерпретации. Свойство теории, которое состоит в том, что если (в некоторой интерпретации) истинны ее аксиомы, то истинны и все выведенные из этих аксиом теоремы, называется корректностью данной теории. Обратное свойство (все истинные высказывания доказуемы) называется семантической полнотой теории.

Вот как описывает это понятие аксиоматической теории сам Гильберт:

> Очевидно, что всякая теория это только схема понятий, которая включает в себя необходимые отношения между этими понятиями, тогда как базовые элементы можно интерпретировать как угодно. Если я буду думать о моих точках как о тех или других системах вещей, например, как о системах, состоящих из любви, законов и трубочистов, а затем буду интепретировать все мои аксиомы как отношения между этими вещами, то мои теоремы (например, теорема Пифагора), будут также истинны относительно этих вещей.

Хотя аксиоматический метод Гильберта и не связан напрямую ни с какой определенной философской доктриной, он существенным образом сужает пространство возможных философских интерпретаций оснований математики. Пытаясь критически переосмыслить взгляд Канта на математику в контексте последних достижений и новейших тенденций развития этой науки, Кассирер в 1907-м году следующим образом формулирует свою позицию (которую он продолжает считать кантианской):

> Математические и логические понятия не должны ... служить для построения метафизических "мысленных миров"; их функция и их применение должны быть ограничены пределами эмпирических наук. ([2] , стр. 43-44, перевод мой)

Аксиоматическая математика Гильберта очевидным образом не может удовлетворять этому эпистемологическому требованию. Эту математику скорее можно описать известными словами Кантора о том, что "сущность математики - в ее свободе" ([36], стр. 80), имея при этом в виду свободу аксиоматического конструирования математических теорий, то есть свободу построения математических *мысленных миров* без оглядки на эмпирический опыт (вспомним гильбертовы *мысленные вещи*). Проблема оснований математики в этом случае оказывается никак не связанной с проблемой оснований физики, а эффективность математики в физике и других естественных науках становится, по знаменитому выражению Вигнера [30] "непостижимой".

С помощью этого краткого исторического обзора я постарался показать, что тот тип синтеза физики и математики, который получил свое классическое выражение в "Математических началах натуральной философии" Ньютона и который лег в основу критической философии науки Канта, на рубеже 19-го и 20-го веков уже не отвечал текущей ситуации в математике. Еще до создания теории относительности и квантовой теории в 20-м веке этот тип синтеза уже перестал быть вполне адекватным и текущим физическим теориям. Особенно проблематичной в этом отношении представлялась теория электромагнетизма, которую не удавалось убедительным образом совместить с представлением о фундаментальной физической роли классической механики.

Не имея возможности более подробно останавливаться в этой статье на истории, я покажу в следующем разделе, каким образом вопрос о роли математики в естественных науках ставится в контексте теоретико-множественной математики 20-го века. Затем я вернусь к классической математике и физике и более подробно проанализирую традиционный способ синтеза этих дисциплин.

2. Теория множеств и "непостижимая эффективность математики"

Центральный сюжет исследований по основаниям математики в 20-м веке - это теория множеств. Теория множеств была задумана Кантором в конце 19-го века как обобщение классической арифметики на случай "трансфинитных" (бесконечных) чисел; позже Кантор пришел к идее о том, что всякий математический объект в конечном счете представляет собой некоторое множество, и что в этом смысле теория множеств может служить основанием для всей математики [36]. Эта идея оказалась весьма продуктивной в математическом смысле слова (независимо от ее философской привлекательности или непривлекательности); в частности, она хорошо сочеталась с новым аксиоматическим методом, о котором шла речь выше: канторово понятие множества можно было использовать для конкретной реализации гильбертовых "системе вещей". (Формально такая конструкция была позже описана Тарским; сегодня ее называют теоретико-множественной семантикой.) Проблема, однако, состояла в том, что так называемая "наивная" (то есть неаксиоматическая) теория множеств Кантора приводила к логическим парадоксам. Поэтому большие усилия были направлены на то, чтобы так уточнить понятие понятие множеств, чтобы этих парадоксов гарантированно избежать. Результатом этих усилий стала аксиоматическая теория множеств Цермело-Френкеля (сокращенно ZF), которая позволяет избежать известных парадоксов (но при этом не гарантирует того, что подобные парадоксы вообще в ней отсутствуют) [31], [1]. В большинстве современных учебников ZF рассматривается в качестве стандартного современного основания математики, что, впрочем, вовсе не означает, что эта теория широко используется в текущей математической практике.

Из предпосылки о том, что "бесконечных множеств не существует в природе" на первый взгляд следует, что основное содержание математики 20-го века в принципе не может быть использовано ни в какой эмпирической теории. Однако, такой вывод, конечно, неверен. Если представить трехмерное евклидово пространство как (подходящим образом структурированное) бесконечное множество (множество точек), евклидова геометрия не перестанет от этого быть эмпирически адекватной. Поэтому можно утверждать, что теоретико-множественное представление евклидова пространства ни имеет никакого отношения к вопросу об эмпирической адекватности или неадекватности этого геометрического понятия. В общем случае ситуация с применимостью теоретико-множественной математики в физике выглядит следующим образом: сначала математики конструируют какой-то “мысленный мир”, то есть математическую теорию, а уже потом физики пробуют применить ее для описания опыта. Чтобы угадать, какие математические теории окажутся применимыми в физике, а какие нет, теоретико-множественные основания математики просто не нужно принимать в расчет. Как я уже сказал в предыдущем разделе, эффективность математики в естественных науках в этом контексте оказывается “непостижимой”, и применение математики становится скорее искусством, чем наукой. Впрочем, сказанное относится к наивной, а не аксиоматической теории множеств. О том, как обстоят дела с аксиоматической теорией, я скажу в разделе **3**.

Нужно иметь в виду, что физика 20-го века продолжает широко пользоваться математикой созданной еще в 19-м веке (в частности, аппаратом дифференциальных уравнений в частных производных). Как и в случае евклидовой геометрии, эмпирическая адекватность этого аппарата никак не связана с тем, строится ли этот аппарат на современном языке теории множеств или нет. Однако использование теоретико-множественного языка и связанного с этим представлением о том, что математика в принципе занята конструированием “мысленных миров”, делает эффективность даже классической математики загадочной и необъяснимой.

О том, в чем состоит секрет эффективности классической математики, я буду подробно говорить в следующем разделе. Что же касается новой математики, то есть математических результатов полученных в течении последних нескольких десятилетий, то говорить о ее эффективности или неэффективности не имеет смысла, если не рассматривать более специально конкретные математические теории. Однако по этому поводу можно сделать по крайней следующее общее утверждение: поскольку логические и теоретико-множественные основания современной математики полностью автономны по отношению к эмпирическому естествознанию, такие основания не дают никаких указаний на то, какие математические теории могут быть эмпирически адекватными, а какие нет. Отсюда и возникает вопрос о “непостижимой эффективности”. Как я сейчас покажу, основания классической математики устроены в этом отношении существенно иначе.

3. Почему эффективна классическая математика?

Эффективность классической математики в классической физике можно объяснить. То объяснение, которое я сейчас приведу, нельзя, конечно, считать полным. Однако это частичное объяснение позволит понять, в чем состоит принципиальная разница между классической и современной математикой, и затем предложить методологию, которая, как я считаю, может сделать применение современной математики в физике систематическим и поэтому более эффективным. Говоря о классической математике я буду иметь в виду весь объем математических знаний, полученных до открытия неевклидовых геометрий, а говоря о классической физике я буду иметь в виду весь объем физических знаний полученных до создания фундаментальных физических теорий 20-го века - теории относительности и квантовой теории. Мое объяснение эффективности классической математики состоит из двух пунктов. Прежде всего, рассмотрим следующее утверждение:

(И) любое (натуральное) число и любая евклидова геометрическая конструкция реализуемы физически.

Это утверждение представляет собой более сильную версию тезиса о том, что классические математические понятия всегда имеют “естественные” физические интерпретации. На (И) можно сразу возразить, что в природе нет очень больших чисел (чисел превосходящих число элементарных частиц в наблюдаемой Вселенной), нет точек не имеющих частей, нет линий не имеющих ширины, нет абсолютно прямых линий, нет совершенно правильных кругов и квадратов, и т.д. Имея в виду это очевидное возражение (И) можно назвать постулатом математической идеализации или, пользуясь современным математическим жаргоном, сказать, что (И) выполняется только с точностью до идеализации. Дальнейший анализ понятия математической идеализации (без которого предлагаемое объяснение нельзя, конечно, считать полным) выходит за рамки настоящей статьи.

Кроме поправки на идеализацию необходимо также принять поправку на область применения данной идеализации - то есть ограничить ту эмпирическую область, в пределах которой (И) выполняется. Впрочем, эта последняя поправка уже является неклассической: до Гаусса и Лобачевского об эмпирических границах применимости евклидовой геометрии никто не задумывался (в отличие от поправки на идеализации), а вопрос об эмпирических границах применения классической арифметики до сих пор остается в области научного фольклора и философской спекуляции [37].

Имея в виду эти две поправки можно далее утверждать, что любое арифметическое или геометрическое утверждение может быть интерпретировано как некоторое проверяемое эмпирическое утверждение. Например, теорема Пифагора может быть интепретирована как утверждение о материальном треугольнике, которое может быть проверено с помощью физического измерения. (Поправка на идеализацию приводит к тому, что некоторые математические истины не имеют физических интерпретаций как, например, теорема о том, что существует простое число большее любого данного простого числа.) Таким образом, математическая истина (теорема Пифагора) интерпретируется как эмпирическая истина. (Истинами в последней фразе я называю истинные утверждения.) (И) объясняет, как именно это происходит.

Разумеется, можно потребовать дальнейших объяснений, спрашивая, в частности, что такое “физическая реализация” геометрической конструкции. Сейчас я не буду дальше углубляться в этот сложный вопрос. Вместо этого я хочу подчеркнуть, что (И) не даст нам полного объяснения эффективности математики в физике, даже если нам удастся полностью прояснить смысл этого утверждения. Действительно, представим себе математическую теорию, для которой (И) выполняется, но которая устроена так, что все физические интерпретации математических конструкций допустимых в этой теории ограничиваются только каким-то узким классом физических явлений. Вот только два примера таких теорий (число этих примеров легко умножить):

3.1. **Классическая арифметика.**

Хотя всякую арифметическую конструкцию можно *в принципе* реализовать "на камушках", есть много физических явлений, которые не сводятся (по крайней мере до тех пор, пока никто не предложил способ такой редукции) к подсчету камушков или каких-нибудь других физических объектов. В частности, арифметика сама по себе не позволяет сделать в эмпирической области то, что позволяет сделать евклидова геометрия и, в частности, теорема Пифагора (см. предыдущий пример).

3.2. **Формализованная математика.**

То, что я говорил выше об эмпирической неадекватности теории множеств и о проблеме эмпирической адекватности теоретико-множественной математики относилось к наивной, а не аксиоматической трактовке множеств. При формальном подходе ситуация выглядит иначе. Под формальным подходом в данном случае я понимаю не тот "неформально-формальный" аксиоматический метод, который Гильберт использовал в своих "Основаниях геометрии" [33], а еще более формализованную версию этого метода, которую Гильберт и Бернайс использовали в своем более позднем труде "Основания математики" [32], [12], [13] и который используется в ZF и других подобных теориях. Именно эту последнюю версию аксиоматического метода сегодня принято называть формальным методом. В отличие от гильбертова метода 1899-го года современный формальный метод до сих пор не стал общепринятым в математике и используется почти исключительно только в математической логике и (аксиоматической) теории множеств. Именно поэтому утверждение о том, что ZF является общепринятым основанием современной математики нельзя понимать в том смысле, что эта теория повсеместно используется в математической практике. На практике дело обстоит так: математики широко пользуются наивной теорией множеств Кантора, считая что связанные с этой теорией логические проблемы решены с помощью ZF. Непосредствено этими проблемами занимаются только специалисты в области теории множеств о оснований математики. Характеризуя ZF как основание всей математики, эти специалисты имеют в ввиду то, что с помощью ZF всякую математическую теорию можно (в принципе) "перевести на формальный язык", то есть представить ее как формальную аксиоматическую теорию. Я сейчас оставляю в стороне все проблематичные моменты связанные с этим утверждением и принимаю его как правдоподобную гипотезу. Формализованной математикой я называю (реально не существующий, но возможный в принципе) перевод всего содержания современной математики на формальный язык.

Главное отличие строго формального аксиоматического метода от неформально-формального состоит в том, что формальный метод предполагает использование символической логики. Это позволяет записать аксиомы теории множеств (или любой другой математической теории) в виде символических выражений (то есть цепочек символов) построенных по строгим синтаксическим правилам. Вывод теорем из данных аксиом в этом случае можно также описать чисто синтаксически как операцию над данными символическими выражениями, которая на выходе дает некоторые новые символические выражения (то есть новые цепочки символов). Такую операцию (которую можно также рассматривать как алгебраическую, если отвлечься от ее логического смысла) называют символической операцией или символическим вычислением. Таким образом формализованную математику можно полностью описать как конечную комбинаторику символов. Тезис о том, что формализованная математика тождественна математике как таковой, и что поэтому математика полностью сводится к такой конечной комбинаторике, называют (математическим) финитизмом.

В рамках формального аксиоматического подхода обычные соображения о бесконечных множествах можно считать такими же навными и такими же второстепенными, как и традиционные геометрические интуиции в рамках неформально-формального подхода. Поэтому аргумент о том, что "бесконечных множеств нет в природе" при формальном подходе перестает работать, то есть становится нерелевантен. Поэтому является вполне правдоподобной является следующая предпосылка.

(И') Любая комбинация символов и любое символическое вычисление допустимое в формализованной математике являются могут быть физически реализованы.

Разумеется (И') так же как (И) представляет собой идеализацию; я не буду сейчас описывать эту вычислительную идеализацию более подробно. Принимая во внимание (И') можно было бы ожидать, что формализованная математика будет такой же эффективной в физике, как и классическая математика. Однако по крайней мере на сегодняшний день у нас нет достаточных свидетельств такой эффективности. В чем тут дело? Разумеется в том, что символическое вычисление (производится ли оно на бумаге или с помощью компьютера) это физический процесс очень специфического вида, который с точки зрения современного физического знания не имеет фундаментального значения и поэтому не не имеет никакого отношения к большинству физических явлений.

Можно представить себе (несуществующую) фундаментальную физическую теорию, которая описывает фундаментальные физические процессы как вычисления, и весь мир - как компьютер. По отношению к такой физической теории формализованная математика могла бы быть такой же эффективной, как и классическая математика по отношению к классической физике. Однако в настоящее время идея мира-компьютера может в лучшем случае иметь только эвристическую ценность (подобно старой идее

Демокрита о мире состоящем из букв-атомов). На сегодняшний день неизвестно никакого способа интерпретировать понятие символического вычисления в терминах фундаментальных понятий современной физики, и я не берусь судить о том, насколько такой подход может быть перспективным.

Итак, мы видим, что физическая реализуемость объектов классической математики еще не объясняет эффективность этой математики в физике. Чтобы объяснить эту эффективность, нужно также принять во внимание то, как именно реализуются эти математические объекты. Не пытаясь анализировать здесь этот вопрос подробно, я только укажу на то обстоятельство, что в классической физике фундаментальные математические объекты реализуются как фундаментальные физические объекты. Точка является фундаментальными объектом евклидовой геометрии в том смысле, что всякий объект этой геометрии или сам является точкой или содержит какие-то точки. (В рамках теоретико-множественной интепретации объекты евклидовой геометрии представляются как множества точек. По отношению к классической математике такое представление является, конечно, анахронистическим.) Физически геометрические точки реализуются как частицы, которые также называют материальными точками. Материальные точки в свою очередь являются фундаментальными объектами классической механики; они фундаментальны в том смысле, что любая механическая система представляет собой систему материальных точек или по крайней мере может быть описана таким образом. Такое совпадение геометрических и физических фундаментальных понятий делает возможной ситуацию, при которой всякая механическая система, а не только какой-то специальный класс таких систем, имеет геометрический аспект и может быть описан с геометрической точки зрения. Хотя такое чисто геометрическое описание будет всегда заведомо неполным, геометрию в этом случае можно считать эффективной в механике (или даже считать ее составной частью механики). Постольку, поскольку механику можно считать фундаментальной физической теорией (в сильном смысле, который не допускает существование других фундаментальных физических теорий параллельно с механикой), геометрию можно считать эффективной в физике вообще. Пользуясь этой схемой эффективность классической математики в классической физике можно обосновать с помощью следующего принципа:

(Ф) Фундаментальные математические понятия реализуются как фундаментальные физические понятия.

При выполнении этого условия можно утверждать, что основания математики входят в основания физики - а саму математику можно считать частью физики. Постольку, поскольку математика это часть физики, эффективность математики в физике не является проблематичной: если математика вообще эффективна (то есть дает объективное знание), она эффективна в физике (составной частью которой она является). Постольку, поскольку фундаментальную физику можно считать основанием для всех естественных наук, математика оказывается эффективной во всех естественных науках.

Разумеется, принцип (Ф) - это идея (проект) классического математического естествознания, а не описание состояния науки в тот или иной исторический период. Даже самый беглый взгляд на историю науки показывает, что действительное положение вещей никогда не отвечало (Ф) в точности. Однако именно этот классический проект науки можно признать весьма успешным. В разделах **6** и **7** этой статьи я постараюсь убедить читателя в том, что несмотря на все перипетии физики и математики в 20-м веке, у нас есть все основания для того, чтобы развивать этот классический проект дальше. Однако прежде я хочу сказать несколько слов о той влиятельной консервативной тенденции в философии математики и философии науки 20-го века, которая, на мой взгляд, до сих пор продолжает играть роль интеллектуального препятствия для дальнейшего развития классического научного проекта.

4. Математика и физика на рубеже 19-20 вв. и реабилитация метафизики

Свой подробный логический анализ математики рубежа 19-20го веков [24] Рассел считает необходимым дополнить подходящей метафизической доктриной, которую он называет “логическим атомизмом” [25]. Вот как эту ситуацию описывает сам автор:

> Как я попытался показать в “Принципах Математики”, анализ математики позволяет полностью свести математику к логике. Математика сводится к логике в самом строгом и самом формальном смысле слова. В нынешних лекциях я постараюсь установить <..> что-то вроде логической доктрины, которая, как мне кажется, следует (не в строгом логическом смысле слова “следует”, но как результат размышления) из философии математики. На этой основе я также построю некоторого рода метафизику.” ([25], Введение, перевод мой)

Было бы совершенно неправильно считать реабилитацию метафизики Расселом в 20-м веке (в прямой связи с его анализом математики!) историческим курьезом. Напротив, следует иметь в виду, что философия математики начала 20-го века вообще и логицизм Фреге и Рассела в частности сыграли ключевую роль в формировании традиции аналитической философии, которая по сегодняшний день остается очень влиятельной и которая продолжает рассматривать (аналитическую) метафизику в качестве одной из нескольких базовых философских дисциплин. Это как раз то развитие событий в математике и ее философии, который в 1907-м году тщетно пытался предотвратить Кассирер!

На философию математики начала 20-го века интересно посмотреть с точки зрения борьбы старого и нового. Математический логицизм и, говоря более широко, возросший в то время интерес к логическим основаниям основаниям математики, в начале 20-го века казались новаторским подходом, поскольку они опирались на новую математику и использовали новые логические техники (символическая логика). Однако не нужно забывать и о сугубо консервативном аспекте этой интеллектуальной революции: речь идет о реабилитации того типа философствования, который Кант называл “догматическим” - пусть и в новой форме, и с использованием новых технических возможностей математической символической логики. И Рассел, и Фреге, разумеется, полностью отдавали себе в этом отчет. Поэтому неудивительно, например, что *неотомисты* первой половины 20-го века, для которых возрождение традиции средневековой схоластики было программной целью, считали Фреге и Рассела своими интеллектуальными союзниками . Таким образом к философии математики и логики начала 20-го века вполне применимо известное высказывание о том, что новое это хорошо забытое старое.

Мне могут возразить, что современная аналитическая метафизика отличается от традиционной метафизики не только своим техническим аппаратом (использованием символической логики), но и своим более уважительным отношением к науке (включая математику). Если традиционная метафизика мыслит себя как основание для всех частных наук, то современная аналитическая метафизика признает автономию науки и, наоборот, пытается “подстроиться” под науку. В качестве свидетельства в пользу такого взгляда можно сослаться на приведенную выше цитату из Рассела, в которой этот автор ясно говорит, что он “выводит” свою метафизику из математики, а не наоборот. В этой связи можно также вспомнить проект “описательной метафизики” Строссона , который видит отличие новой метафизики от старой в том, что старая метафизика догматически постулирует некоторые структуры мышления в качестве нормативных, тогда как новая метафизика только описывает и систематизирует такого рода структуры с помощью логического анализа естественного языка, математической практики, и т.д. [28].

На мой взгляд, все подобные аргументы свидетельствуют о том, что в 20-м веке мы действительно имеем дело с попыткой построить новую метафизику (отказавшись при этом от старых метафизических догм), но вовсе не о том, что новая метафизика уже не является метафизикой в старом смысле слова. Аристотель так же как и Рассел строит свою метафизику не на пустом месте, а на основе анализа современной ему науки (в частности, математики) и современного ему естественного языка. Так же как и Рассел Аристотель “подводит основания” под существующую науку - и этим создает новую перспективу для развития науки, в рамках которой эти основания начинают играть нормативный характер. В обоих случаях возникает разрыв между установленными таким образом эпистемическими нормами и реальной научной практикой. Диалектическая игра между дескриптивной и нормативной функциями метафизики выглядит в обоих случаях похоже. Таким образом, новая аналитическая метафизика заменяет старые догмы новыми, и не отказывается от догматического способа мышления как такового. При этом сам процесс замены одних метафизических догм на другие нужно характеризовать не как догматический, а как диалектический. Однако в этом отношении новая метафизика также ничем принципиально отличается от старой.

Что же касается тезиса о независимости науки от метафизики, то здесь ключевым является вопрос об условиях, на которых науке гарантируется такая независимость. Ни старая, ни новая метафизика никогда не пыталась подменить собой науку полностью, и в этом смысле всегда признавала за ней какую-то автономию и независимую компетенцию. Проблематичным является вопрос о пределах компетенции науки. Я вернусь к этому вопросу в следующем разделе.

Метафизический ренессанс начала 20-го века имеет источники не только в философии математики и логики, но и в философии физики. Последний “кризис оснований” в физике обычно связывают с фундаментальными физическими теориями введенными в научный оборот уже в 20-м веке - теорией относительности и квантовой теорией. Однако когда Рей в 1907-м году пишет о “кризисе современной физики”, он имеет в виду только физику 18-19-го века включая термодинамику и теорию электромагнетизма [21]. Примерно в то же время выходит фундаментальный труд Дюгема [4], в котором речь также не идет ни о теории относительности, ни о квантовой теории. Согласно Дюгему, задача математизированного естествознания вообще и физики в частности состоит исключительно в том, чтобы “спасать явления” [5], то есть строить эмпирически адекватные модели явлений, которые позволяют делать правильные эмпирические предсказания. Вопрос о связи между явлениями и реальностью и другие подобные вопросы Дюгем считает выходящими за рамки компетенции науки и оставляет их метафизике. Дюгем в этом вопросе занимает ту же позицию, которую занимал Папа Урбан 8-й в своем знаменитом споре с Галилеем о том, вращается ли земной шар “на самом деле”. В отличие от Рассела Дюгем апеллирует к томистской схоластической традиции напрямую и не пытается противопоставить новую метафизику старой. Однако Дюгем при этом не считает, что физика должна в каком-то смысле быть подчинена метафизике. Напротив, он настаивает на том, что физика должна быть полностью автономной, а метафизика со своей стороны должна согласовывать свои выводы с установленными физическими результатами. Таким образом Дюгем подобно Расселу считает метафизику своего рода дополнением к науке, с помощью которого можно получить ответы на некоторые вопросы выходящие за рамки чисто научной компетенции. К таким вопросам Дюгем относит и вопрос о том, являются ли физические объекты реальными или представляют собой только математические фикции, с помощью которых физика успешно координирует и предсказывает результаты своих опытов.

5. Реализм без метафизики: Кеплер против Птолемея

Если верить Дюгему, то физический реализм - то есть, тезис согласно которому физические объекты реально существуют - не имеет прямого отношения к физике (не считая того обстоятельства, что речь в нем идет о физических объектах), а полностью относится к компетенции метафизики. При этом, разумеется, предполагается, что метафизика не только должна дать утвердительный или отрицательный ответ на вопрос о реальности физических объектов, но и уточнить сам этот вопрос объяснив смысл выражения “существовать реально”. Не пытаясь заранее придать этому выражению точный смысл, я со своей стороны хочу заметить, что различные физические теории так же как и различные математические теории имеют, вообще говоря, различные спектры возможных философских интерпретаций. В частности, некоторые физические теории допускают реалистические интерпретации, а другие нет - или во всяком случае некоторые физические теории допускают более полные и более убедительные реалистические интерпретации чем другие.

В качестве примера рассмотрим геоцентрическую теорию Птолемея, которая описывает видимые движения планет с помощью системы эпициклов (то есть в виде композиции конечного числа подходящих круговых движений) и гелеоцентрическую теорию Кеплера, которая описывает движения планет в виде эллиптических траекторий и объясняет, почему при наблюдении с Земли видимые движения других планет выглядят иначе. Говоря о теории Кеплера я здесь буду иметь в виду не только достижения самого Кеплера, но и классическую небесную механику, которая позволяет считать законы Кеплера следствиями более общих принципов. Моя цель сейчас состоит в том, чтобы привести простые примеры реалистической и не-реалистической (феноменологической) физической теории, и поэтому я сейчас не буду заботиться об исторических деталях. [2]

Реалистическая интерпретация кеплеровых эллиптических орбит кажется более естественной и более убедительной, чем реалистическая интерпретация птолемеевых эпициклов. Однако если вслед за Дюгемом считать, что эти две астрономические теории только разными способами "спасают" одни и те же явления, то становится непонятным, чем может быть обусловлено такое различие между этими теориями. Не имея никакого ответа на этот вопрос, можно предположить, что указанное различие касается не самих этих теорий, а только их принятых метафизических интерпретаций, которые выходят за рамки эмпирической науки. Я сейчас покажу, что это не так, и объясню смысл этого различия вовсе не прибегая при этом ни к какой метафизике.

В первом приближении ответ состоит в следующем. Чисто математически (геометрически) наблюдаемые движения каждой планеты можно реконструировать как с помощью композиции нескольких круговых движений (включая эпициклы), так и (с учетом суточного вращения Земли) с помощью композиции двух эллиптических движений, одно из которых - это движение наблюдателя вместе с Землей. В обоих случаях наблюдаемое сложное движение представляется в виде композиции нескольких более простых движений. Однако только во втором случае каждое простое движение имеет физический смысл. Говоря о физическом смысле математической кинематической конструкции я сейчас имею в виду не ее реалистическую "материальную" интерпретацию, а ее наблюдаемость: я утверждаю, что эллиптические орбиты планет в теории Кеплера имеют физический смысл (или, говоря другими словами, являются физическими движениями) имея в виду, что их по крайней мере *в принципе* можно наблюдать (не в качестве компонента более сложного движения планеты, а отдельно). Оговорка

[2] Я использую здесь выражение "феноменологическая теория" в том смысле, в котором его употребляют физики, а не философы. Физики называют теорию феноменологической, если она только "спасает явления" и не претендует на их объяснение. Это значение слова "феноменологический" имеет только косвенное отношение к философской феноменологии.

“в принципе”, конечно, здесь очень существенна. Орбиты планет выглядят как эллипсы только с точки зрения наблюдателя, который либо находится на Солнце, либо не меняя своего положения по отношению к Солнцу смотрит на Солнечную планетную систему со стороны. Внеземные наблюдатели для Кеплера могли быть только фантастическими, а не реалистичными.

Прежде чем продолжить этот аргумент я должен сказать несколько слов о той теории, которая позволяет Кеплеру судить о том, как выглядит данный объект с данной точки зрения. Это классическую геометрическая оптика, которую в данном контексте нужно рассматривать как психо-физическую теорию (натуралистическую теорию зрения), как это и делает Евклид в своей классической “Оптике” [8]. Именно в этом качестве геометрическая оптика является составной частью и теории Кеплера, и теории Птолемея. Однако если Птолемею оптика служит только для того, чтобы координировать астрономические наблюдения производимые в различное время в различных точках земного шара, то Кеплер также использует оптику для описания гипотетических внеземных наблюдений - предполагая при этом, что такие наблюдения могут делаться из любой точки того универсума, который описывает его теория.

Теорию Кеплера так же как и теорию Птолемея можно практически проверить только с помощью косвенных наблюдений. Тем не менее теория Кеплера в отличие от теории Птолемея содержит точный (хотя и практически нереализуемый) рецепт прямой эмпирической проверки, а именно способ непосредственно увидеть эллиптические орбиты небесных тел своими глазами (разместившись где-то неподалеку от Солнца и плоскости орбиты соответствующей планеты). В этом отношении теорию Кеплера можно сравнить с географической картой, которой можно пользоваться для путешествия по универсуму (не имея при этом полной уверенности в том, что эта карта правильная). Теория Птолемея не преследует таких амбициозных целей и только эффективно систематизирует (“спасает”) и предсказывает небесные явления для земных наблюдателей (включая земных путешественников). Птолемеевы эпициклы представляют собой чисто математические кинематические конструкции, которые в контексте данной теории не связаны ни с каким определенным возможным опытом вроде опыта внеземного наблюдения за планетами (как у Кеплера). Нелишне напомнить, что выражение “спасение явлений” Дюгем заимствовал именно у Птолемея.

Теперь мы можем сказать, в каком смысле теория Кеплера является, а теория Птолемея не является реалистичной, не прибегая при этом ни к каким метафизическим понятиям, то есть не выходя за пределы возможного опыта. Для этого нужно принять во внимание роль и положение наблюдателя в обеих теориях. В теории Птолемея наблюдатели и наблюдаемые объекты (небесные тела) принадлежат к различным “мирам” (универсумам) - и дело здесь вовсе не в метафизическом предрассудке, согласно которому земные наблюдатели и небесные тела принадлежат различным мирам и подчиняются различным законам, а в реалистической предпосылке, согласно которой поверхность Земли - это единственное место, откуда возможны наблюдения. В рамках такой теории (без всяких метафизических дополнений) о небесных телах можно говорить *только* как о явлениях, а не как о (реальных) физических объектах, а мир небесных тел может быть постулирован только метафизически. Не используя никаких метафизических понятий теорию Кеплера можно назвать реалистической в том смысле, что она предполагает небесные тела такими же возможными предметами опыта, как и предметы нашего обихода. В отличие от теории Птолемея теория Кеплера допускает принципиальную возможность пощупать любое небесное тело и осмотреть его с разных сторон подобно тому, как это можно сделать, например, со статуей.

На первый взгляд кажется, что мы пришли к парадоксу: теория Кеплера является реалистической, поскольку она предполагает возможность фантастических опытов, а теория Птолемея не является реалистической, поскольку она опирается только на астрономические наблюдения, реалистичность которых не вызывала никаких сомнений уже в эпоху самого Птолемея. Однако этот кажущийся парадокс нетрудно объяснить. Для этого нужно провести различие между физическими гипотезами (которые могут быть как истинными, так и ложными), с одной стороны, и метафизическими предпосылками, с другой стороны. Различие состоит в том, что физические гипотезы допускают эмпирическую проверку (по крайней мере *в принципе*), а метафизические предпосылки не допускают такой проверки. В отличие от Канта (если это действительно его точка зрения), я не считаю, что область возможного опыта каким-то образом жестко задана априори, и что есть общий критерий, который без всякого обращения к опыту всегда позволяет строго отличить чисто метафизические утверждения от научных гипотетических утверждений о возможном опыте. Различие между физическими и метафизическими утверждениями само является в некотором смысле опытным (эмпирическим). Допуская в качестве возможного опыт, который на данный момент времени практически нереализуем, теория Кеплера (или любая другая реалистическая физическая теория) ставит задачу реализации этого опыта, который может верифицировать или фальсифицировать данную теорию. Точнее говоря, такая задача ставится именно постольку, поскольку данная теория претендует на реалистичность. Классическую небесную механику Кеплера-Ньютона сегодня можно считать реалистичной постольку те возможные опыты и возможные наблюдения, которая эта теория предполагает, за прошедшие несколько столетий были частично реализованы, а те, которые не были реализованы (и которые при нынешнем уровне развития техники не могут быть реализованы) стали во всяком случае выглядеть менее фантастично. В соответствии с этой схемой обоснованные сомнения в корректности классической небесной механики возникли в связи с открытием в 19м веке ранее неизвестных свойств астрономических наблюдений связанных с волновой природой света, которые привели к пересмотру первоначальных предположений об области возможного опыта релевантного этой теории. Речь идет об отказе от евклидовой геометрической оптики в пользу волновой оптики основанной на электромагнитной теории Максвелла, который привел Эйнштейна к Специальной теории относительности (СТО). Я говорю сейчас об отказе от евклидовой оптики как фундаментальной реалистической теории помня при этом о том, что она и сегодня позволяет "спасать" наблюдения за движением планет с большой степенью точности (которая, впрочем, недостаточна для управления межпланетными миссиями, поскольку при обмене сигналами с такими миссиями необходимо учитывать релятивистские поправки). [3]

Более того, существенный зазор между предполагаемым возможным опытом и действительным опытом *необходим*, чтобы данную теорию можно было назвать реалистичной в привычном смысле слова. Если Солнце - это просто то яркое пятно, которое при хорошей погоде появляется на горизонте и через некоторое время исчезает за горизонтом, то для описания всех этих явлений мне не нужно считать Солнце реальным объектом: я могу считать все происходящее галлюцинацией. Правда, если речь идет о математическом описании, которая позволяет предсказывать появление Солнца в определенное время и в определенном месте, эту галлюцинацию прийдется также считать коллективной и регулярной. Тем не менее такая категория как реальность в этом случае еще не играет никакой существенной роли. Необходимость в этой категории возникает только тогда, когда я хочу сказать, что Солнце существует даже тогда, когда его никто не видит. Рассмотрим, например, такое контрфактуальные утверждение:

> Если бы сейчас на небе не было облаков, можно было бы увидеть Солнце.

Это утверждение описывает возможный опыт, который заведомо не является действительным и не может стать действительным в будущем (если считать, что “сейчас” указывает на определенное время и место, откуда видны облака, но не видно Солнца). В отличие от предсказаний, которые можно проверить сравнивая предсказываемое теорией положение вещей с наблюдаемым в будущие моменты времени, контрфактуальные суждения, строго говоря, не поддаются эмпирической проверке, поскольку в них идет речь о положении вещей, которое отличается от действительного. На этом основании можно было бы попытаться исключить контрфактуальные утверждения из области эмпирической науки. Однако такое требование представляется слишком жестким, поскольку со многими контрфактуальными утверждениями можно связать близкие к ним по смыслу предсказания, которые можно легко проверить:

> Если облака разойдутся в течении часа, то можно будет увидеть Солнце.

Как я покажу в следующем разделе статьи, всякая реалистическая научная теория содержит контрфактуальные высказывания определенного вида. Это замечание также можно использовать в качестве аргумента против предложения исключить все контрфактуальные утверждения из числа научных.

Приведенные выше примеры показывают, что модальность возможности, которую мы имеем в виду рассуждая вслед за Кантом о *возможном опыте*, допускает много различных уточненных вариантов, причем не только со стороны своей логической формы,

---

[3] Говоря о практических задачах, я имею здесь в виду в первую очередь научную практику, целью которой является получение нового знания. Связь научной практики с техникой и экономикой, безусловно, имеет принципиальное значение, но этот вопрос далеко выходит за рамки этой статьи.

но и со стороны своего материального (физического) содержания. Если логическая форма этой модальности изучалась в 20-м веке весьма активно (я имею в виду исследования в области модальной логики), то вопрос о физическом смысле и физическом содержании этой модальности остается очень мало изученным (несмотря на то, что понятие физической возможности играет важную роль в стандартной квантовой теории). Вместо того, чтобы применять сложные формальные методы к рассуждениям о метафизических "возможных мирах" логики, на мой взгляд, должны больше уделять внимания современной физике и истории физики. Дальнейшее обсуждение этой важной темы выходит за рамки настоящей статьи.

Имея в виду все приведенные выше наводящие соображения, я рискну предложить общий критерий (необходимое и достаточное условие), по которому данную физическую теорию можно считать реалистической. Итак, реалистическая теория T, описывающая универсум U.

- (а) описывает все объекты универсума U как предметы возможного опыта;
- (б) описывает физический механизм получения соответствующего опыта (наблюдения, эксперименты, измерения) на основании тех же общих принципов, которые используются при описании любых других физических процессов в U;
- (в) не включает процесс приобретения опыта (и человеческое сознание - постольку, поскольку оно предполагается обычным понятием опыта) в число тех фундаментальных физических процессов, которые лежат в основе всех других физических процессов в U.

Условие (а) гарантирует эмпирический характер теории. Это условие является нечетким постольку, поскольку остается нечеткой граница между возможным опытом и чистой фантазией, в том числе метафизической. Условия (б) и (в) определяют место и роль наблюдателей в U. При этом (б) гарантирует полноту T относительно U в том смысле, что возможный опыт, о котором идет речь в (а), не требует каких-то внешних процессов, механизмов и сущностей, помимо тех, которые уже описываются теорией T и находятся в U. Отсюда, в частности, следует, что всякий наблюдатель и всякий процесс наблюдения (приобретения опыта) в свою очередь являются предметами возможного опыта. Условие (в), которое можно назвать условием отделимости наблюдателя, гарантирует, что в U есть объекты и процессы, которые не являются наблюдателями и которые вообще никак не связаны с наблюдениями (не считая того, что согласно (а) всякая такая вещь и всякий такой процесс является предметом возможного опыта). Проще говоря (в) гарантирует, что T будет адекватно описывать U даже если из U убрать всех наблюдателей. (а) и (в) вместе гарантируют, что возможный опыт теории T не совпадает с ее действительным опытом.

Оставляя сейчас в стороне (а) и (б), я хочу остановиться на (в). Прежде всего заметим, что это утверждение является контрфактуальным по отношению к действительному опыту доступному для T; более того, с данным контрфактуальным суждением нельзя связать никакое близкое по смыслу предсказание, которое может быть проверено на действительном опыте. Действительно, если в мире уничтожить все живое и все сознательное включая человеческий род, то о результатах этого эксперимента все равно никто ничего не узнает. Тем не менее (а) и (в) вместе требуют считать такой эксперимент возможным и результаты этого эксперимента - предсказуемыми с помощью T. Какие для этого могут быть основания?

Я думаю, что у нас есть для (в) прежде всего эмпирические основания. Мы знаем по опыту, что зрение, осязание, слух и другие чувства, с помощью которых (но не только с помощью их одних) мы проводим наши наблюдения и эксперименты, присущи только достаточно высокоорганизованным животным. А полный набор свойств, который необходим для занятий эмпирическими науками, встречаются, насколько мы знаем, только у человека (причем не все эти свойства есть у каждого человека - даже если каждый человек в принципе способен к научным занятиям). И мы также знаем, что в мире есть другие вещи помимо людей и животных. Хотя мы еще очень плохо понимаем что такое приобретение опыта человеком на уровне нейро-физиологических процессов, мы хорошо знаем, как работают наши телескопы и другие научные инструменты (поскольку мы сами их сконструировали). Этого знания, как мне кажется, достаточно, чтобы утверждать, что приобретение опыта человеком является не фундаментальным, а, напротив, очень специфическим процессом, который возможен только в очень сложных системах вроде человеческого мозга. Из того факта, что без человеческой способности получать, накапливать, и передавать опыт не было бы ничего похожего на нашу эмпирическую науку, вовсе не следует, что в наших научных теориях процесс получения опыта непременно должен играть фундаментальную роль. Вполне можно допустить, что наоборот, только отказавшись от идеи о том, что человеческое познание играет фундаментальную роль в том мире, который мы пытаемся познать, мы сможем лучше понять, как наше познание на самом деле устроено - подобно тому как отказ от идеи о том, что наша планета находится в центре мироздания позволила нам лучше понять как устроена эта планета. Как я уже сказал, наши лучшие физические и биологические теории делают такое допущение по меньшей мере правдоподобным. Поэтому я считаю, что есть достаточные основания для того, чтобы принять (в) и рассматривать мир без человека в качестве предмета возможного человеческого опыта, который заведомо не может стать действительным.

Итак, я постарался показать, как возможен научный реализм без метафизики. По отношению к физической или другой эмпирической теории этот научный реализм представляет собой эпистемологическую и методологическую доктрину. Именно поэтому принципы (а-в) сформулированы здесь в виде требований предъявляемых к фундаментальной научной теории, причем слова "реальность" и "реализм" и другие подобные слова в формулировках этих требований не встречаются (что позволяет избежать круга в определении). Реализм как эпистемологическая доктрина - это тезис о том, что именно реалистические теории представляют собой высшую форму фундаментального эмпирического знания. По отношению к тем фундаментальным теориям, которые не являются реалистическими, реализм играет роль методологической доктрины, то есть исследовательской стратегии направленной на то, чтобы на базе существующей нереалистической теории построить реалистическую теорию (в этом состоит смысл прилагательного “высший” в предыдущем предложении). Пример из истории астрономии, о котором я говорил в предыдущем разделе, показывает, что такие стратегии бывают успешными. Хотя у нас не сегодняшний день нет квантовой теории, которую можно было бы без существенных оговорок назвать реалистической в смысле приведенного выше определения, я не вижу оснований для того, чтобы считать такую теорию заведомо невозможной. Не имея в этой статье возможности обсуждать положение дел в современной фундаментальной физике, я в следующем разделе статьи укажу на один известный эпизод истории физики 20-го века, который поможет мне в самых общих чертах описать возможную стратегию развития новой реалистической физики.)

6. Неоклассическая физика: Эйнштейн против Бора

Естественно спросить, являются ли наши лучшие фундаментальные физические теории реалистическими. Не имея сейчас возможности исследовать ни одну из этих теорий детально, я предложу здесь только свой взгляд на известную эпистемологическую дискуссию между Эйнштейном и Бором по поводу реализма в физике вообще и в квантовой теории в частности. Версия научного реализма, которую я представил в предыдущем разделе статьи, в значительной степени мотивирована позицией Эйнштейна в этой дискуссии. В своей интерпретации реализма Эйнштейна я в основном следую Файну [10].

Дискуссии об эписемологических проблемах квантовой теории происходили между Бором и Эйнштейном в течении более чем 20-ти лет начиная с 1927-го года (5-я физическая конференция в Солвеевском институте), в основном при личных встречах. Основной источник, благодаря которому мы об этом знаем - это рассказ самого Бора опубликованный в юбилейном издании [26] ; в этом же издании опубликован “Ответ критикам” Эйнштейна, в котором он заново формулирует свою позицию. С начала 1990-х годов стали появляться новые исторические работы, которые позволили точнее реконструировать события 1920-х годов, опираясь при этом не только на слова Бора, но и на другие независимые источники [3]. Это позволяет нам сегодня лучше понять аргументы Эйнштейна [15] и более критически отнестись к той влиятельной точке зрения на историю квантовой теории, которую выразил Джаммер [16] принимая в указанном споре сторону Бора. Тем более стала понятна неадекватность ранее распространенного карикатурного взгляда на последний период творчества Эйнштейна в Принстоне как на образец научного ретроградства. В своем изложении событий я пользуюсь всеми этими источниками.

В 1928-м году Шредингер высказал Бору в письме следующее соображение: неравенство (соотношение неопределенностей) Гейзенберга указывает на то, что классические понятия пространственного положения и импульса имеют границы применимости, и следовательно в квантовой теории эти понятия нужно заменить на какие-то другие новые понятия, которыми можно было бы пользоваться точно (подобно тому как понятия положения и импульса используются в классической физике), а не приблизительно (то есть так, как понятия положения и импульса используются в квантовой физике в связи с ограничительным неравенством Гейзенберга). С этим предложением Шредингера Бор резко не согласился. В качестве причины своего несогласия Бор высказал тезис, согласно которому только классические физические понятия позволяют нам координировать наш опыт тем способом, который соответствует нашей природной способности к концептуализации [10].

После того, как Шредингер поделился своими соображениями с Эйнштейном, Эйнштейн в своем ответном письме Шредингеру сформулировал свою позицию по этому вопросу следующим образом:

> Ваше мнение, согласно которому понятия импульса и положения нужно отбросить в случае, когда они имеют только “размытые” значения, кажется мне совершенно обоснованным. Успокоительная философия - или скорее религия? - Гейзенберга-Бора так хитро устроена, что каждому истинно верующему она дает мягкую подушку, от которой его очень трудно оторвать. Поэтому лучше оставить его на ней лежать. (Цитирую по [10], стр. 19)

Впоследствии Эйнштейн уточнил эту позицию:

> По моему мнению ничего нельзя заранее сказать о том, каким образом нужно строить понятия и связывать эти понятия с другими понятиями и с опытом. Необходим только некоторый набор таких правил, поскольку без правил невозможно приобрести никакое новое знание. Можно сравнить эти правила с правилами некоторой игры, которые являются вполне произвольными, но без которых данная игра невозможна. Однако такие правила не задаются раз и навсегда, но применяются только в строго определенных рамках. Поэтому [в науке] нет никаких окончательных категорий в смысле Канта. ([6], стр. 292, перевод мой)

и в другом месте:

> Мы имеем здесь дело с категориями или схемами мышления, которые мы можем выбирать сами и которые мы можем оценивать только по их вкладу в прояснение содержания нашего сознания. [..] Пока мы движемся внутри таким образом очерченной сферы мысли, мы мыслим физически. Поскольку физическое мышление позволяет нам понимать опыт, мы рассматриваем это мышление как “знание реальности”. Таким образом под “реальностью” в физике нужно понимать что-то вроде программы, которая, однако, не заложена в нас априори. ([26], стр. 673-674, перевод мой)

Конфликтующие позиции Бора и Эйнштейна в этом споре можно рассматривать как разные модификации подхода Канта. Бор заимствует у Канта его понятие классической эмпирической теории и связанное с такой теорией понятие (классической) объективности. Бор настаивает на том, что “все [физические] наблюдения должны быть описаны с помощью классических понятий”, поскольку он вслед за Кантом считает, что только классические (по Канту - априорные) понятия способны придать этим наблюдениям статус объективных (экспериментально проверяемых) фактов. При этом Бор видит, что классические понятия недостаточны для построения квантовой теории. Выход из этой ситуации Бор находит в том, чтобы использовать классические понятия (импульс, положение, и т.д.) для символического (а не реалистического) описания квантовых явлений; такие описания не являются объективными в классическом смысле, но подчиняются “принципу дополнительности”, согласно которому различные несовместимые друг с другом (в классическом смысле) описания одних и тех же квантовых объектов являются, вообще говоря, допустимыми:

> Данные различных экспериментов невозможно свести в единую картину. Поэтому их нужно рассматривать в качестве дополнительных имея при этом в виду, что только полная совокупность всех явлений наблюдаемых в экспериментах [различных типов] содержит полную информацию об изучаемых объектах. [А]декватным инструментом дополнительного описания является именно формализм квантовой механики, который представляет собой чисто символическую схему позволяющую описывать и предсказывать результаты экспериментов в терминах классических понятий. ([26], стр. 210-211, перевод мой)

По словам Файна.

> Бор воспротивился идее [Эйнштейна] о том, что от классических понятий нужно отказаться, и затем придумал метод дополнительных описаний для того, чтобы спасти эти классические понятия. Именно этот метод Эйнштейн отвергает, называя его “успокоительной философией”. ([10], стр. 19, перевод мой)

Таким образом стратегия Бора состоит в том, чтобы продолжать пользоваться классическими физическими понятиями, но при этом ослабить классические (кантовские) эпистемологические требования к физической теории таким образом, чтобы “чисто символическую схему позволяющую предсказывать результаты экспериментов” уже можно было бы считать теорией. Как мы уже видели выше, такая точка зрения на физическую теорию не является совершенно оригинальной: похожую точку зрения задолго до Бора высказывал Дюгем, не претендуя при этом на оригинальность, а скорее пытаясь выразить общую тенденцию (имеющую исторические корни в схоластической до-галилеевской физике). Стратегия Эйнштейна, напротив, состоит в том, чтобы выполнить основные классические эпистемологические требования к теории с помощью введения новых фундаментальных физических понятий. Именно в этом состоит смысл “программного реализма” Эйнштейна, который является методологией, а не метафизическим основанием (или метафизической интерпретацией) физики.

Стратегию Эйнштейна не нужно путать с более специальной программой поиска “скрытых переменных” , к которой Эйнштейн никогда не проявлял интереса. Скорее эту стратегию нужно связать с попытками Эйнштейна построить общую теорию поля, которым он посвятил весь последний период своей работы в Принстоне. Тот факт, что эти попытки не привели к немедленному успеху не может служить основанием для отказа от программного реализма. Тем более нет никаких оснований считать принцип дополнительности и другие элементы методологического подхода Бора установленными и общепризнанными научными истинами. Ведь в данном случае речь идет не физических фактах и не физических теориях, объясняющих эти факты, а о методологических установках и философских интерпретациях, в которых нет и не может быть никакой научной объективности. Успех реалистической классической механики 17-18 веков как альтернативы чистого “спасения явлений” с помощью разного рода символических схем и символических описаний может быть по-прежнему притягательным примером и для современного ученого; успех теории относительности Эйнштейна, которому удалось объединить на уровне фундаментальных принципов механику и электромагнетизм, может по-прежнему служить методологическим образцом для современных исследователей в области теории струн и квантовой гравитации.

В отечественном философском сообществе пользуется большим влиянием представление о том, что классическая наука уже принадлежит далекой истории; согласно этому взгляду в 20-м веке архитектура науки претерпела необратимые изменения став сначала “неклассической”, а затем “пост-неклассической” [39]. Я хочу подчеркнуть, что этот взгляд на науку представляет собой результат философской рефлексии над ее историей, то есть результат определенного философского истолкования исторических фактов. Именно поэтому такие общие суждения об истории мировой науки сами по себе не являются *фактами* и допускают другие точки зрения на ту же самую историю. Разумеется, мой оптимизм по поводу программного реализма Эйнштейна и по поводу перспективы *нео-классической* науки носит аналогичный спекулятивный характер. К счастью фундаментальные физические задачи такие как, например, задача построения теории квантовой гравитации не связаны непосредственно ни с какой определенной методологией и поэтому могут быть полем для конкуренции самых различных методологий и самых различных философских подходов. Будущие физические исследования покажут, какой из конкурирующих подходов окажется более успешным.

7. Неоклассическая математика: Вперед к Евклиду

Попытка Бора (а также его предшественников и его последователей) строить физическую теорию как “чисто символическую схему” имеет прямую аналогию в современной Бору математике: напомню, что Гильберт описывает математическую теорию как “схему понятий” ; в поздней редакции 1934-го года такая теория-схема становится полностью символической, то есть построенной с помощью строго языка символической логики. Эту очевидную аналогию между понятием теории у Бора и Гильберта можно продолжить, если принять во внимание понятие *модели* данной формальной теории, которое играет центральную роль в аксиоматическом методе Гильберта (хотя Гильберт и не пользуется еще этим термином ставшим стандартным в математике уже после работ Тарского [29].

Как мы уже видели, Бор считает, что объективация чувственного опыта возможна только с помощью классических физических понятий, которые включают в себя классические понятия пространства и времени и, соответственно, евклидову геометрию и стандартную арифметику. На те нелепости, которые возникают при попытках построения квантовой теории с помощью этих классических понятий (и которые сегодня принято называть парадоксами квантовой механики), Бор предлагает реагировать следующим образом. Нужно отказаться от попытки такого описания физической реальности, которое было бы независимым по отношению к типам тех экспериментов и наблюдений, которые используются для познания этой реальности; отсюда следует, что и само понятие физической реальности оказывается излишним. Несовместимые друг с другом (в классическом смысле) описания, каждое из которых соответствует эксперименту или наблюдению только определенного типа, следует считать *дополнительными* в том смысле, что каждое из них дает частичное описание данной физической системы. Тот факт, что эти частичные описания не складываются в общую инвариантную (по отношению к изменению типа эксперимента) классическую картину, по мнению Бора отражает принципиальную невозможность на квантовом уровне отделить наблюдаемый физический процесс от процесса его эмпирического наблюдения (эксперимента). Всякая попытка представить себе (квантовую) физическую реальность в том виде, как она существует сама по себе без вмешательства человеческого (или другого макроскопического) наблюдателя, является с точки зрения Бора эпистемологически наивной и потому обреченной. Лучшее, что мы можем сделать в такой ситуации - это пользоваться дополнительными квази-классическими описаниями квантовых систем для предсказания результатов экспериментов с такими системами, что может быть сделано с очень высокой степенью (макроскопической) точности. Требовать от физической теории чего-то большего - значит смешивать физику с метафизикой.

Математическая теория моделей начиная с Гильберта (постольку, поскольку работы Гильберта в области оснований математики можно отнести к предистории этой теории) мотивируется очень похожей идеологией. Согласно этой идеологии, неевклидова геометрия Лобачевского и Римана, современная абстрактная алгебра или современная теория множеств - это примеры математических теорий, которые “выходят за пределы” традиционных пространственных и временных интуиций, то есть, для которых такие интуиции уже не релевантны. Поэтому для построения таких теорий необходимо использовать современный формальный, а не традиционный “генетический” аксиоматический метод *а ля* Евклид. (Смысл прилагательного “генетический” в этом контексте я разъясню чуть ниже.) Одну составляющую этого метода мы уже подробно обсудили выше: это, собственно, понятие неинтерпретированной формальной теории (в "неформально-формальном" или строго формально-символическом вариантах); при строго формальном аксиоматическом построении теории формально-символический "каркас" теории также называют *синтаксисом* этой теории.

Другая фундаментальная составляющая формального аксиоматического метода (о которой я кратко упоминал в разделе **2**) связана с понятием об *интерпретации* и *модели* данной формальной теории. Интерпретацией формальной теории состоит в том, что ее терминам приписываются определенные значения. Моделью данной формальной теории называют такую интерпретацию этой теории которая делает ее аксиомы и теоремы истинными. Очевидно, что это значение термина "модель" принятое в современной математической логике не вполне совпадает со значением этого слова принятым в физике и других эмпирических науках (в выражениях вроде "математическая модель явления") . Тем не менее, как мы сейчас увидим, в обоих случаях речь идет о сходных вещах, особенно если понимать математические модели в физике именно в духе Бора. Интерпретации данной формальной теории также называют *семантикой* этой теории.

Я поясню логико-математическое понятие модели с помощью популярного и исторически важного примера: евклидовых моделей гиперболической планиметрии Лобачевского. Идея здесь состоит в том, чтобы взять подходящую евклидову геометрическую конструкцию M и назначить подходящие элементы этой конструкции значениями основных терминов (формальной) гиперболической планиметрии L ("точка", "прямая", отношение "лежать на" для точки и прямой и др.) таким образом, чтобы при такой интерпретации теории L аксиомы и теоремы этой теории были истинными (т.е. были истинными предложениями евклидовой геометрии). В этой конструкции евклидова геометрия (в отличие от геометрии Лобачевского) считается построенной заранее, то есть в этом случае значения терминов теории и истинность (по крайней мере некоторых) предложений этой теории предполагаются заранее известными. В 1867-м году Бельтрами построил поверхность в 3х-мерном (евклидовом) пространстве, которую он назвал *псевдо-сферой*, допускающую интерпретацию отрезков прямых линий на гиперболической плоскости Лобачевского в виде геодезических (кривых) линиии на этой поверхности. (Эта модель является *частичной* поскольку она не позволяет подобным образом интерпретировать бесконечные прямые.) В настоящее время широкой популярностью пользуются также евклидовы модели гиперболической геометрии известные как *модель Кэли-Клейна* и *модель Пуанкаре.* Кроме евклидовых моделей существуют также арифметические модели двумерной гиперболической геометрии, в которых значениями геометрических терминов являются арифметические объекты и отношения, например, значением термина "точка" является пара действительных чисел. (Чтобы понять как это работает, достаточно вспомнить о координатной плоскости.) [4]

[4]Описанный здесь способ изложения гиперболической геометрии (задание формальных аксиом и указание на основные известные модели, прежде всего классические), сегодня является общепринятым. Поэтому легко подумать, что такой подход к неевклидовым геометриям и другим неклассическим математическим теориям является вообще единственно возможным (по крайней мере, если иметь в виду только строгие подходы). Чтобы увидеть, что это на самом деле не так, достаточно

По аналогии с физикой евклидову геометрию и традиционную арифметику можно назвать *классическими* теориями, а неевклидовы геометрии - *неклассическими* (хотя такая терминология и не принята в математике). Тогда описанные выше модели гиперболической геометрии можно охарактеризовать как классические модели неклассической теории. Аналогично тому, как квантовая механика (в своем стандартном варианте, который обсуждали Бор и Эйнштейн) позволяет использовать классические физические понятия для описания квантовой реальности, классические модели неклассических математических теорий позволяют пользоваться в неклассических теориях традиционными геометрическими и математическими интуициями. В обоих случаях за такую возможность приходится платить отказом от классического отношения между понятиями и интуитивными представлениями этих понятий, подробно описанного в свое время Кантом. Если в классической (евклидовой) геометрии понятие треугольника жестко связано с соответствующим интуитивным паттерном (поэтому в этом случае треугольник нельзя изобразить в виде круга), то в неклассической неевклидовой геометрии (если она строится как аксиоматическая теория указанным выше способом), треугольник представляется в различных классических моделях различными классическими конструкциями, причем ни одно из этих представлений не дает ответа на вопрос о том, как гиперболический треугольник "выглядит на самом деле" (разумеется, в таком контексте этот вопрос считается некорректным). [5]

посмотреть на то, как строит свою неевклидову геометрию сам Лобачевский. Это построение в современных терминах можно описать так. Лобачевский сначала развивает гиперболическую стереометрию в духе традиционной синтетической геометрии Евклида (пытаясь при этом подходящим образом расширить классическую евклидову интуицию), а затем в гиперболическом пространстве находит модель *евклидовой* планиметрии, а именно поверхность в гиперболическом пространстве, внутренняя геометрия которой является евклидовой (Лобачевский называет эту поверхность *орисферой*). Это дает Лобачевскому способ построить гиперболическую тригонометрию (рассматривая касательные к орисфере гиперболические плоскости) и аналитический аппарат для гиперболической геометрию (подобный аппарату обычной аналитической геометрии). Хотя у Лобачевского можно найти определенную путаницу в понятиях (в частности, он иногда говорит о своей новой геометрии как об обобщении евклидовой, которое включает в себя евклидов случай, а иногда - как о геометрической теории альтернативной евклидовой), его подход трудно назвать наивным. Однако с точки зрения привычной философии представления неклассических понятий классическими средствами этот подход приходится считать нелепым. Какой смысл в том, чтобы строить нестандартную гиперболическую модель евклидовой геометрии? Ведь это никак не может помочь использовать в новой геометрии старые проверенные интуиции. С чисто математической точки зрения ответить на этот вопрос можно так: евклидова плоскость вкладывается в гиперболическое пространство гладко, а гиперболическая плоскость вкладывается в евклидово пространство только негладко. Именно поэтому псевдосфера Бельтрами оказывается только частичной моделью гиперболической планиметрии, и аналогичную полную модель построить невозможно. Лобачевскому гиперболическая модель евклидовой плоскости нужна для того, чтобы построить аналитический аппарат для гиперболической геометрии (гиперболическую тригонометрию). После этого гиперболическую геометрию можно уже развивать чисто аналитически. Этот разрыв между прозрачным математическим аргументом и тем, что я выше назвал "привычной философией" неевклидовой геометрии убеждает меня в том, что с этой "привычной философией" не все в порядке. Более подробно этот аргумент представлен в [22].

[5] Для того, чтобы искусственным образом выделить одну модель среди других (обычно с точностью до изоморфизма) иногда пользуются понятиями *стандартной* или *задуманной* модели (intended

Таким образом, когда Бор говорит, что "формализм квантовой механики [..] представляет собой чисто символическую схему" и когда Гильберт говорит, что "теория это только схема понятий" оба мыслителя действительно понимают понятие (неклассической) теории сходным образом и допускают при этом возможность использования элементов классических теорий в неклассических теориях. С исторической точки зрения это наблюдение вряд ли можно считать слишком неожиданным. Однако сейчас моя цель состоит не в том, чтобы подробно исследовать историю вопроса, а в том, чтобы описать альтернативу (которую я называю *неоклассической*) только что описанной общей точке зрения Гильберта и Бора.

В начале этой статьи я уже говорил о фундаментальной роли математики в классической физике. Я также показал, что стандартный (для 20-го века) формальный аксиоматический метод построения математических теорий и стандартные теоретико-множественные основания математики не позволяют развивать математическую физику по классическим образцам таким как "Математические начала натуральной философии" Ньютона. Эта дискуссия показывает, что проект неоклассической физики, который я следуя за Эйнштейном описал в предыдущем разделе статьи, предполагает также проекта преобразования оснований математики. В настоящем разделе я описываю такой проект, называя его неоклассической математикой. Проект неоклассической математики, как и проект неоклассической физики - это не мое оригинальное изобретение, а скорее мой взгляд на некоторые тенденций развития современной математики, о которых я буду говорить ниже. Говоря о современной математике я буду иметь в виду новую математику последних 4-5 десятилетий. Говоря о новой математике я буду в основном иметь в виду исследования тесно связанные с *основаниями* математики, понимая при этом термин "основания" достаточно либерально. Разумеется, этот выбор отражает мой специфический интерес; я вовсе не утверждаю, что самые важные новые результаты в математике последних десятилетий были получены именно в области ее оснований.

Говоря выше о множественных допустимых интерпретациях базовых (примитивных) терминов формальных аксиоматических теорий я приводил примеры исключительно *нелогических* терминов таких как, например, "прямая" и "точка". Значения *логических* терминов таких как "и", "или", "если .., то" и т.д. я вслед за Гильбертом предполагал жестко фиксированными. Такая различная трактовка логических и нелогических терминов формальных аксиоматических теорий позволяет рассматривать аксиоматическую руконструкцию математических теорий в качестве способа сделать рассуждения в этих теориях "чисто логическими", то есть независимыми от интуитивных интерпретаций базовых нелогических терминов. (Этот проект не нужно путать с идеей Рассела о том, что математика может быть полностью сведена к логике.) Если при этом допустить, что логические принципы в отличие от геометрических аксиом являются фундаментальными принципами всякого мышления вообще (для удобства

model), смысл которых кажется очевидным с эпистемологической точки зрения, но которые при этом не имеют никакого очевидного математического смысла.

дальнейших ссылок я обозначу это сильное допущение буквой L), то такую реконструкцию математических рассуждений (которую принято называть *формализацией* можно также считать способом их верификации и обоснования. Гильберт думал о формализации примерно таким образом, и эта точка зрения до сих пор остается влиятельной. Однако современная логика дает нам на самом деле мало оснований для того, чтобы считать допущение L обоснованным. Дело в том, что в 20-м веке было построено и изучено очень большое количество различных формальных исчислений, многие из которых можно считать в некотором подходящем смысле универсальными и ни одно из которых не имеет абсолютных преимуществ перед другим. Возможная эпистемологическая точка зрения в логике состоит в том, что традиционное понятие об единственной универсальной системе логики является сегодня таким же анахронизмом как и понятие об единственной универсальной системе геометрии. Не пытаясь сейчас наспех разобраться с этом сложном вопросе, я хочу только указать на то обстоятельство, что современная логика и теория моделей вовсе не запрещает использовать альтернативные интерпретации *логических* терминов и часто вовсе рассматривает различие между логическими и нелогическими терминами формальных теорий как чисто условное.

Теперь я укажу на два важных примера современных аксиоматических теорий, которые построены не по рецепту Гильберта, а скорее по рецепту Евклида (разумеется, в принципиально новой форме: именно в этом смысле я называю эти теории *неоклассическими*), а именно на аксиоматическую *теорию топосов* и *гомотопическую теорию типов*. Не имея возможности излагать здесь содержание этих теорий, я скажу только несколько слов об их аксиоматическом устройстве. Эта вынужденная краткость делает мои последующие выводы в основном голословными, поэтому я предлагаю их здесь в сугубо предварительном порядке как материал для обсуждения. Более детальное изложение этого сюжета и аргументацию можно найти в моей монографии [23]. Затем каким образом идея неоклассической математики стыкуется с идеей неоклассической физике, которую я обсуждал в предыдущем разделе.

Возможность нестандартной нелогической интерпретации логических терминов формальной теории используется в аксиоматической *теории топосов* построенной Лавером [17]. В отличие от аксиоматической теории множеств Цермело-Френкеля и других подобных теорий аксиоматическая теория Лавера не пользуется никакой “готовой” логикой, а описывает топос как универсум, в котором заданы определенные операции имеющие как логическую, так и геометрическую интерпретацию. Геометрическая интерпретация этих операций в новой форме воспроизводит исходное пред-аксиоматическое понятие топоса, введенное ранее в алгебраическую геометрию А. Гротендиком без всякой специальной связи с логикой. Аксиоматизация Лавера привела к заметному упрощению и понятийному прояснению теории Гротендика. Нас здесь, однако, интересует не теория топосов как таковая, а использованный Лавером способ аксиоматизации этой теории. Спецификация системы логики для теории топосов при геометрической интерпретации логических понятий превращается в спецификацию основного объекта этой теории (элементарного топоса). Таким образом топос оказывается одновременно как пространством особого рода, в котором можно делать определенные геометрические построения, так и унивесумом рассуждения, в котором выполнимы определенные логические операции (причем каждой логической операции соответствует определенное геометрическое построение). Это непохоже на то, как устроены аксиоматические теории Гильберта и Цермело, но похоже на то, как устроена геометрическая теория "Начал" Евклида [9], [34] где геометрические построения играют роль логических шагов доказательств. (В этой связи можно вспомнить пример доказательства теоремы о сумме внутренних углов треугольника, которым пользовался Кант, чтобы продемонстрировать фундаментальную роль интуиции в математических рассуждениях.)

Действительно, геометрическая теория Евклида строит свои объекты в явном виде с помощью комбинирования нескольких элементарных операций ("построения циркулем и линейкой"). Аксиоматические теории построенные по рецепту Гильберта устроены в этом отношении иначе: все объекты таких теорий предполагаются заранее существующими - либо как лишенные всяких специальных свойств *мысленные вещи*, либо как объекты других готовых теорий, используемых для построения моделей формальных аксиоматических теорий. По этой причине Гильберт называет метод Евклида *генетическим*, а свой метод - *экзистенциальным* ([32], стр. 24.) Единственный тип построений, который не просто допускает, но обязательно предполагает аксиоматический метод Гильберта (в своем строгом варианте) - это *символические* построения, с помощью которых определяется синтаксис данной формальной теории T и которые затем интерпретируются с помощью логических (для логических символов) и специальных математических (для нелогических символов) понятий. Хотя такие символические конструкции тоже могут быть объектами некоторой математической теории; соответствующую теорию Гильберт строго отличает от теории T и называет *метатеорией* теории T (при этом не требуя того, чтобы метатеория была построена с помощью того же самого экзистенциального аксиоматического метода). Таким образом, у Гильберта так же как и у Евклида построения могут играть роль доказательств, но принципиальная разница между их подходами состоит в том, что если у Евклида эти построения являются объектами той самой теории, в которой проводятся соответствующие доказательства, то у Гильберта эти построения являются объектами метатеории. Именно в этом отношении аксиоматическая теория топосов Лавера следует Евклиду, а не Гильберту.

Эта аналогия с традиционной геометрией становится еще более очевидной в аксиоматической *теории гомотопии* известной под названием *гомотопической теории типов* [7]. Хотя в теории топосов (как и во многих других подобных случаях) принято неформально говорить о различного рода *построениях* вопрос о конструктивном или неконструктивном характере этой теории является на самом деле довольно запутанным [20]. В этом отношении ситуация с гомотопической теорией типов гораздо более ясная. В этой теории достигается точное соответствие между синтаксическими конструкциями конструктивной теории типов Мартина-Лефа [19], с одной стороны, и элементарными объектами теории, которые называют *гомотопическими типами.* С помощью этой теории ее создатель Воеводский пытается в настоящее время построить новые основания математики, которые он называет *унивалентными* (по имени единственной дополнительной аксиомы, которую Воеводский добавляет к теории Мартина-Лефа.) Если теорию Мартина-Лефа вместе с дополнительной аксиомой унивалентности действительно можно считать чем-то вроде универсальной системы логики для всей математики (или по крайней мере для значительного фрагмента математики), то геометрическая теория гомотопий построенная с помощью этой системы логики автоматически приобретает такое же фундаментальное значение и может использоваться в качестве универсального интуитивного основания для той же самой широкой области аналогично тому, как евклидова геометрия используется в классической математике.

8. Заключение

Если теория топосов, гомотопическая теория типов или другая фундаментальная неоклассическая математическая теория K сможет доказать свою эффективность в качестве нового математического основания фундаментальной физической теории, то это будет означать перестройку современной физики или некоторого ее фрагмента по (нео)классическому образцу. Действительно, если допустить, (1) что на основании K можно выстроить всю математику, и что (2) всякая конструкция в этой теории имеет физический смысл и, следовательно, может быть предметом возможного опыта (говоря о физическом смысле я предполагаю, что такая импликация истинна), то такая математика будет ограниченной сферой возможного опыта подобно классической евклидовой геометрии и арифметике. (Предлагая это сравнение я имею в виду, что в сферы возможного опыта в двух случаях существенно различаются.) Разумеется, различие между математической идеализацией и физической реализацией, между возможным и действительным опытом, при этом не исчезнет и оставит место для новых регулятивных идей, которые обеспечат дальнейший прогресс в естественных науках.

Только что описанная перспектива не является ни чистой фантазией, ни прогнозом будущего развития событий. Скорее это программа развития науки, которая обоснована, с одной стороны, чисто эпистемологическими соображениями, и с другой стороны, и с другой стороны, моим (заведомо очень неполным) анализом истории науки и современного состояния науки. Об истории уже было сказано выше. Краткий обзор попыток использовать теорию категорий и топосов в основаниях физики можно найти в [38]. В самое последнее время подобные попытки предпринимаются и по отношению к гомотопической теории типов [27]. Впрочем, на сегодняшний день эти попытки не привели к убедительному успеху хотя бы отдаленно сравнимым с успехом классической механики Ньютона. Не пытаясь сейчас описать текущие неоклассические исследовательские программы в математической физике более подробно и не пытаясь оценивать их дальнейшие перспективы с чисто физической точки зрения, я хочу только подчеркнуть, что восходящая к Эйнштейну и представленная в этой статье философия программного реализма делает такие попытки эпистемологически оправданными и придает им более целенаправленный характер.

Те физические теории, которые ставят человека (вместе с его/ее языком и сознанием, органами чувств, когнитивным аппаратом и т.д.) в центр мироздания и предполагают родовые свойства человека в качестве своих фундаментальных принципов (как, например, это делается при использовании физического *антропного принципа* в любом из своих многочисленных вариантов), а затем ограничивают свою задачу "спасением явлений", можно сравнить с примитивными топографическими описаниями, которые вместо системы координат используют только указания вроде "вперед", "назад", "направо" и "налево". Тогда как всякая такая система указаний жестко привязана к конкретному маршруту, географическая карта снабженная системой координат позволяет построить аналогичную систему практических указаний для *любого* наперед заданного маршрута (в пределах данной карты). Введение географических координат - это не просто чисто математический трюк: помимо ряда чисто конвенциональных элементов (например, выбор единицы длины) и ряда чисто математических элементов (система проекции) любая практически эффективная система географических координат обязана принимать в расчет такие никак не зависящие от человека факторы как шарообразная форма Земли, наличие у Земли двух полюсов и т.д. Именно это позволяет сказать, что правильная координатная карта позволяет не только ориентироваться на местности, но и узнавать о реальных особенностях этой местности. [6]

Опираясь на эту географическую аналогию я утверждаю, что эпистемологический анализ физической теории в терминах *координации опыта* оставляет место для реализма и не обязательно сводит физическую теорию к "спасению явлений" или тем более к системе удобных условностей. Вопрос о том, являются ли те или иные теоретические конструкции реальными физическими объектами или же это только удобные фикции вроде птолемеевских эпициклов, не может быть решен заранее с помощью философской спекуляции, но может и должен ставиться и решаться в каждом конкретном случае методами эмпирической науки. Знание о том, что положение Нулевого Меридиана

[6] Я пользуюсь этим географическим сравнением вслед за Кантом. В статье "Что значит ориентироваться в мышлении?" Кант описывает проблему ориентации (в прямом топографическом смысле) так:

> Ориентироваться - значит в собственном смысле слова следующее: по данной части света (из четырех, на которые мы делим горизонт) найти остальные, например восток. Если я вижу на небосводе Солнце и знаю, что сейчас полдень, то я могу найти юг, запад, север и восток. Для этого, однако, мне вполне достаточно чувства различия во мне самом как субъекте, а именно различия левой и правой рук. <..> Итак, я ориентируюсь географически при всех объективных данных небосвода все же только с помощью субъективного основания различия. ([35], стр. 88)

Кант использует этот пример, чтобы подчеркнуть роль субъективной интуиции (различие правого и левого). Я со своей стороны хочу подчеркнуть в этом примере роль "объективных данных небосвода" без которых проблема ориентации в том виде, как ее здесь описывает Кант, не только не может быть решена, но не может быть даже поставлена.

может быть выбрано только условно, а положение Экватора (то есть выбор единственного географического экватора среди бесконечного числа геометрических экваторов земного шара), наоборот, определяется независимыми от человеческой деятельности и от человеческих интересов физическими характеристиками нашей планеты (а именно положением оси ее собственного вращения по отношению к ее поверхности) вовсе не является самоочевидным и требует достаточно сложного обоснования, которое включает в себя как теоретические аргументы, так и эмпирические свидетельства. Исключая подобные вопросы из области науки о природе и относя их к области метафизики или другой области спекулятивной философии, мы безосновательно ограничиваем задачу науки сводя ее к набору полезных рецептов (и делая таким образом науку менее полезной в более далекой перспективе). То обстоятельство, что провести грань между реальным и фиктивным в современных незаконченных теориях как правило бывает намного труднее, чем решить такого рода вопрос по отношению к какой-нибудь старой законченной и устоявшейся теории, вовсе не означает, что проблема различения реального и фиктивного в современной науке вовсе потеряла смысл, и ей не нужно больше заниматься. Тем более неуместно, на мой взгляд, искать для такого ухода от проблемы какие-либо философские или исторические оправдания.

Список литературы

[1] Y. Bar-Hillel A. Fraenkel and A. Levy. *Foundations of Set Theory.* North-Holland, 1973.

[2] E. Cassirer. Kant und die moderne mathematik. *Kant-Studien*, 12:1–40, 1907.

[3] J.T. Cushing. *Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony.* University of Chicago Press, 1994.

[4] P. Duhem. *La théorie physique: son objet et sa structure.* Paris: Chevalier and Reviere, 1906.

[5] P. Duhem. *Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée.* Paris: Sorbonne, 1908.

[6] A. Einstein. *Ideas and Opinions.* Crown Publishers, 1954.

[7] V. Voevodsky et al. *Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics.* Institute for Advanced Study (Princeton); available at http://homotopytypetheory.org/book/, 2013.

[8] Euclid. The optics of euclid. transl. by h.e. burton. *Journal of Optical Society of America*, 35(2):357–372, 1945.

[9] Euclid. *Elements. English translation by Richard Fitzpatrick.* lulu.com, 2011.

[10] A. Fine. *The Shaky Game: Einstein, Realism and the Quantum Theory.* University of Chicago Press, 1986.

[11] M. Friedman. *Kant and the Exact Sciences.* Harvard University Press, 1992.

[12] D. Hilbert and P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik (in two volumes).* Springer, 1934-1939.

[13] D. Hilbert and P. Bernays. *Foundations of Mathematics 1.* International Federation of Computational Logic (IFCoLog), 2010.

[14] David Hilbert. *Grundlagen der Geometrie.* Leipzig, 1899.

[15] D. Howard. *Revisiting the Einstein-Bohr Dialogue.* forthcoming.

[16] M. Jammer. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics.* New York: McGraw-Hill, 1966.

[17] F.W. Lawvere. Quantifiers and sheaves. *M. Berger, J. Dieudonne et al. (eds.), Actes du congres international des mathematiciens, Nice*, pages 329 – 334, 1970.

[18] N. I. Lobachevsky. Géométrie imaginaire. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 17:295–320, 1837.

[19] P. Martin-Löf. *Intuitionistic Type Theory (Notes by Giovanni Sambin of a series of lectures given in Padua, June 1980).* Napoli: BIBLIOPOLIS, 1984.

[20] C. McLarty. Two constructivist aspects of category theory. *Philosophia Scientiae, Cahier spécial*, 6:95–114, 1970.

[21] A. Rey. *La théorie de la physique chez les physiciens contemporains*. F. Alcan, 1907.

[22] A. Rodin. *Did Lobachevsky have a model of his Imaginary geometry? (preprint)*. http://philsci-archive.pitt.edu/2883/, 2010.

[23] A. Rodin. *Axiomatic Method and Category Theory (Synthese Library vol. 364*. Springer, 2014.

[24] B. Russell. *Principles of Mathematics*. London: Allen and Unwin, 1903.

[25] B. Russell. The philosophy of logical atomism. *The Monist*, 28:495–527, 1918.

[26] P.A. Schilpp. *Albert Einstein: Scientist-Philosopher (The Library of Living Philosophers)*. Evanston, 1949.

[27] U. Schreiber. *Classical field theory via Cohesive homotopy types*. arxiv:1311.1172, 2013.

[28] P. Strawson. *Individuals*. London: Methuen, 1959.

[29] A. Tarski. *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*. Oxford University Press, 1941.

[30] E. Wigner. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13:1–14, 1960.

[31] А. Френкель и И. Бар-Хиллел. *Основания теории множеств*. Мир, 1966.

[32] Д. Гильберт и П. Бернайс. *Математическая логика и основания математики*. Наука, 1979.

[33] Давид Гильберт. *Основания геометрии*. Спб, Сеятель, 1923.

[34] Евклид. *Начала Евклида, книги 1-6 (перевод и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского)*. ОГИЗ, Москва-Ленинград, 1948.

[35] И. Кант. Что значит ориентироваться в мышлении? *Сочинения в 8-ми томах под ред. А.В. Гулыги, Москва: Чоро*, 8:86–105, 1994.

[36] Г. Кантор. Основы общего учения о многообразиях. *Труды по теории множеств (Москва, "Наука")*, pages 63–106, 1985.

[37] П.К. Рашевский. О догмате натурального ряда. *Успехи математических наук*, 28(4(172)):243–246, 1973.

[38] А. Родин. Теория категорий и поиски новых математических оснований физики. *Вопросы философии*, 6:67–82, 2010.

[39] В.С. Степин. *Теоретическое знание*. Прогресс-Традиция, 2003.