

Андрей Родин

Идея внутренней логики, аксиоматический метод и конструктивное представление знаний.

Аксиоматическое представление теорий - это основной способ представления теоретических знаний, который был разработан в докомпьютерную эпоху. Хотя история аксиоматического метода восходит по крайней мере к Евклиду, современная форма аксиоматического метода, которая на сегодняшний день продолжает считаться стандартной, была впервые предложена и использована в 1899-м году Давидом Гильбертом. В 20-м веке этот новый аксиоматический подход был принят на вооружение логиками и философами, которые с его помощью смогли получить ряд важных результатов включая знаменитые теоремы Геделя о неполноте аксиоматических представлений арифметики и теорему Коэна о независимости континуум-гипотезы от аксиом теории множеств Цермело-Френкеля. В то же время успехи этого нового метода как инструмента для представления знаний, который мог бы быть использован не только в логической теории, но и в исследовательской и образовательной практике любой данной области знаний (математики, физики, биологии и т.д.), оказались гораздо более скромными. В начале компьютерной эры многим казалось, что использование быстродействующих электронных компьютеров поможет уменьшить разрыв между тем, что стандартный аксиоматический метод обещает в теории, и тем, что он дает на практике. Однако уже самые ранние попытки использования аксиоматического подхода в системах искусственного интеллекта вообще и в системах представления знаний в частности, наоборот, сделали эти трудности еще более явными. Поэтому если в контексте ИИ не отказываться от идеи аксиоматического представления знаний вообще - что на наш взгляд было бы неоправданно - то необходимо использовать более адекватное понятие об аксиоматической теории, которое, с одной стороны, допускало бы компьютерную реализацию, и, с другой стороны, могла бы лучше учитывать специфические требования конкретных научных и технических дисциплин.

Проблема, о которой идет речь, является одновременно технической и концептуальной. Концептуальная часть проблемы состоит в том, что используемое в стандартном аксиоматическом методе и общепринятое в современной логике понятие (аксиоматической) теории на самом деле сильно отличается от того, что называют теориями математики, физики и другие исследователи. Техническая часть проблемы состоит в том, что для целей компьютерной реализации любое альтернативное понятие теории должно быть описано с такой же (или большей) математической строгостью, как и стандартное понятие. Возможное решение концептуальной части проблемы я вижу в том,

чтобы переосмыслить роль и место логики в научных теориях и использовать понятие о *внутренней логике*, которое (в точном техническом смысле этого термина) впервые предложил Лавер в рамках своей аксиоматической *теории топосов*. Идея состоит в том, чтобы при построении аксиоматической теории не фиксировать базовое логическое исчисление заранее, а использовать более гибкую формальную схему, которая позволяет рассуждать содержательно пользуясь особой геометрической семантикой и одновременно строить логическое исчисление жестко связанное с используемой в данном рассуждении геометрической конструкцией. С математической и эпистемологической точки зрения такое понятие о внутренней логике полезно сравнить с понятием о *внутренней геометрии* пространства, которое впервые появилось в трудах Римана и затем было использовано Эйнштейном в Общей теории относительности. Идея о том, что данная научная теория или область знаний, вообще говоря, имеет “собственную внутреннюю логику” определяемую своим предметом, не только лучше отражает существующую научную практику, чем стандартный аксиоматический подход, но и имеет глубокие эпистемологические основания. В качестве такого эпистемологического основания я укажу на конструктивный характер научных и технических знаний, который исключает редукцию “знания как” к пропозициональному “знанию что”. Пользуясь понятием внутренней логики, я сформулирую новое понятие об аксиоматической теории, которое я предлагаю называть *конструктивной* аксиоматической теорией.

В качестве примера технической реализации конструктивного аксиоматического подхода в докладе будет рассмотрена *гомотопическая теория типов* и тесно связанный с этой теорией предложенный В. Воеводским проект *универсальных оснований математики*, который предполагает компьютерное представление математических утверждений и доказательств.