

АНДРЕЙ РОДИН (ИФ РАН)

Правила или аксиомы? О двух стилях аксиоматизации.

Стандартное понятие аксиоматической теории предполагает:

- жесткое деление всякой теории на логическую и нелогическую часть;
- что используемые в данной теории правила вывода, в отличие от нелогических аксиом теории, включены в ее логическую часть и не связаны непосредственно с ее специальным предметом.

При всей своей привычности такое понятие теории не является само собой разумеющимся. Вопрос о критериях различения логических и нелогических понятий является дискуссионным и не имеет общепризнанного простого решения. Предпосылка о том, что аксиоматическая теория не может и не должна включать в себя никаких правил помимо логических, также представляется нам по меньшей мере спорной.

В качестве альтернативы мы рассматриваем - и мотивируем с помощью примеров - более широкое понятие формальной аксиоматической теории, которое

- не предполагает жесткого деления теории на логическую и нелогическую компоненту (хотя и допускает возможность такой спецификации), и где
- рассматривает принятие специальных правил в качестве инструмента спецификации теории наряду с принятием специальных аксиом.

В этой связи возникает ряд теоретических вопросов (1) логико-математического, (2) эпистемологического и (3) прагматического характера, на некоторые из которых мы попытаемся ответить:

(1) В случае логических исчислений принято говорить о двух различных “стилях” аксиоматизации - стиле Гильберта и стиле Генцена. В первом случае используется много аксиом и мало правил (обычно только модус поненс), а во втором случае - много правил и мало аксиом (либо аксиомы не используются вовсе). Пример генценского натурального исчисления и некоторые другие показывают, что эти два способа аксиоматизации могут быть эквивалентными. Но остается неясным, как дело обстоит в общем случае: Если теория T задана с помощью системы аксиом A и системы правил R , то как выглядит пространство возможных альтернативных представлений той же теории с помощью других систем A' , R' ? Можно ли всегда нетривиальным способом уменьшить число аксиом вводя новые правила и наоборот? Критерии тождества теории, которые мы используем, говоря о теории независимо от ее аксиоматического представления, также нуждаются в уточнении.

(2) Даже если аксиоматические представления в стиле Гильберта и в стиле Генцена в формальном смысле эквивалентны, такие представления, очевидно, различаются в эпистемологическом отношении. Аксиоматическая теория - это форма представления знания. Аксиомы и следующие из них теоремы являются высказываниями (пропозициями) и таким образом могут представлять пропозициональное знание (знание-что). Правила в свою очередь могут представлять только процедурное знание (знание-как). Вопрос о том, каким образом эти два типа знаний соотносятся в науке и технике, остается открытым.

(3) Какой стиль аксиоматического представления (Гильберта или Генцена) лучше подходит для аксиоматизации актуальных научных теорий и для решения задач представления знаний в более общем смысле? Мы покажем, что стиль Генцена, которому до самого последнего времени уделялось мало внимания за пределами чистой логики, обладает большим потенциалом для практического использования.