Программный реализм в физике и основания математики

| Печать |

Автор Родин А.В.

16.04.2015 г.

Часть 1: Классическая наука

А.В. Родин

Почему с помощью математических теорий удается адекватно описывать физическую реальность? Как рационально объяснить “непостижимую эффективность” математики в физике и других естественных науках? В первой части данной работы предлагается ответ на этот вопрос в контексте классической физики и математики. Вслед за Гильбертом мы различаем реальную и идеальную семантику синтаксических операций в математике и показываем, каким образом избыточность математического синтаксиса позволяет дополнить реальную семантику идеальной. Далее на основании анализа астрономии Кеплера мы вводим понятие реалистической физической теории и показываем, что “непостижимая эффективность математики” в такого рода теориях состоит в возможности (не гарантированной априори, но часто реализуемой в эксперименте) частичной замены стандартной идеальной семантики математического синтаксиса подходящей реальной семантикой.

Why mathematics can adequately describe the physical reality? How one can rationally explain the “unreasonable effectiveness” of mathematics in physics and other natural sciences? In the first part of this work we propose an answer to this question within the context of Classical physics and mathematics. Following Hilbert we distinguish between the real and the ideal semantics of syntactic operations in mathematics and show how the excessiveness of mathematical syntax allows one to complement the real semantics with the ideal one. Then on the basis of our analysis of Kepler’s astronomy we introduce the notion of realistic physical theory and show that the “unreasonable effectiveness of mathematics” in such theories amounts to the possibility (not granted a priori but often realized in experiments) to replace a part of the standard ideal semantics of mathematical syntax with an appropriate real semantics.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: непостижимая эффективность математики, реалистическая теория, спасение явлений, реальная и идеальная семантика.

KEY WORDS: unreasonable effectiveness of mathematics, realistic theory, saving phenomena, real and ideal semantics.

Проблема Вигнера в исторической перспективе

До середины XIX в. все основные математические понятия – прежде всего, понятие числа и понятие геометрической величины – имели очевидные и однозначные физические интерпретации и всегда мыслились вместе с этими интерпретациями. Это позволяло, в частности, считать геометрию наукой о физическом пространстве. Именно такая «естественная» физическая интерпретация основных математических понятий стала основой математической физики Галилея и Ньютона. Ситуация существенно изменилась, когда в математическом сообществе получила признание неевклидова геометрия и идея о том, что наряду с евклидовым пространством существует (в абстрактном математическом смысле слова) целый класс неевклидовых пространств[i].

В 1899 г. Гильберт опубликовал «Основания геометрии» [Гильберт 1899] (рус. пер. [Гильберт 1923]). В этой фундаментальной работе он продемонстрировал новый аксиоматический метод, который с одинаковым успехом может быть применен как для евклидовой, так и для неевклидовой геометрии, а также для любых других математических теорий. С точки зрения Гильберта, аксиомы данной теории это не фундаментальные истины, принимаемые без доказательства, а логические схемы высказываний, которые при одних семантических интерпретациях могут порождать истинные высказывания, а при других семантических интерпретациях – ложные. Хотя в математике XX столетия можно найти примеры теорий, которые плохо укладываются в рамки такого подхода или для которых этот подход является малорелевантным [Родин 2014], Гильбертово понятие аксиоматической теории можно тем не менее рассматривать в качестве стандартного понятия теории для математики XX в. [Хинтикка 2011].

Пытаясь критически переосмыслить взгляд Канта на математику в контексте последних достижений и новейших тенденций развития этой науки, Кассирер в 1907 г. следующим образом формулирует свою позицию (которую он продолжает считать кантианской): «Математические и логические понятия не должны... служить для построения метафизических “мысленных миров”; их функция и их применение должны быть ограничены пределами эмпирических наук» [Кассирер 1907, 43–44].

Аксиоматическая математика Гильберта очевидным образом не может удовлетворять этому эпистемологическому требованию. Эту математику можно описать скорее известными словами Кантора о том, что «сущность математики – в ее свободе» [Кантор 1985, 80], имея при этом в виду свободу аксиоматического конструирования математических теорий, т.е. свободу построения математических *мысленных миров* без оглядки на эмпирический опыт. Проблема оснований математики в этом случае оказывается никак не связанной с проблемой оснований физики, а эффективность математики в физике и других естественных науках становится, по знаменитому выражению Вигнера [Вигнер 1960], «непостижимой».

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы показать, каким образом проблема «непостижимой эффективности» математики (которую я в дальнейшем для краткости буду называть проблемой Вигнера) может быть решена по отношению к современной физике и математике. На мой взгляд, решение этой проблемы необходимо не только для того, чтобы понять, что происходит в науке, но и для того, чтобы помочь использовать математику в естественных науках более эффективно. В первой части статьи я буду говорить только о классической физике и математике, а во второй части буду обсуждать физику и математику XX в. и укажу также на некоторые перспективные направления развития этих наук в XXI в. Мой основной тезис состоит в том, что классический способ построения математизированных научных теорий успешно использованный, в частности, в классической механике Ньютона, может быть успешно использован и в современных физических теориях, а популяризированное Гильбертом, Бором и другими классиками мнение о том, что в начале XX в. и физика, и математика совершенно изменили свою природу, является по большей части необоснованным. Я постараюсь показать, в каком именно отношении классическое решение проблемы Вигнера остается релевантным современной науке. Но прежде всего нам нужно разобраться, в чем именно состоит это классическое решение.

Почему эффективна классическая математика?

Говоря о классической математике, я буду в дальнейшем иметь в виду весь объем математических знаний, полученных до открытия неевклидовых геометрий, а говоря о классической физике, я буду иметь в виду весь объем физических знаний полученных до создания фундаментальных физических теорий XX в. – теории относительности и квантовой теории. Мое объяснение эффективности классической математики состоит из двух частей. Сначала я рассмотрю вопрос об эффективности классической математики в материальной практике (в самом широком смысле слова), а уже затем буду говорить о роли математики в физических теориях. Рассмотрим утверждение «Всякая элементарная арифметическая операция и всякая евклидова геометрическая конструкция является осуществимой», которое я буду называть принципом *конструктивной идеализации* (КИ). Чтобы прояснить смысл этого утверждения, рассмотрим какую-нибудь элементарную арифметическую операцию вроде 5+7=12. Арифметической операцией данного типа я буду считать любую материальную операцию, которая состоит в том, что из группы (множества) 5 предметов и группы 7 предметов собирается новая группа из 12 предметов, а формулу 5+7=12 буду рассматривать как символическое обозначение этого типа операций. Таким образом, в понятии арифметической операции можно выделить два аспекта: с одной стороны, можно говорить о сложении 5+7=12 как об операции с символами (5, +, 7, =, 1, 2) и, с другой стороны, можно иметь в виду материальные операции (манипуляции с физическими объектами), которые эти символы обозначают в конкретных приложениях и которые все подпадают под одну и ту же схему 5+7=12. Эти два аспекта арифметической операции можно назвать ее семантикой и ее синтаксисом. Еще раз подчеркну, что под семантикой операции я в данном случае имею в виду не воображаемые манипуляции с числами, а физические операции с материальными предметами. Говоря о физических операциях, я предполагаю, что всякая такая операция требует (а) участия человеческого агента (субъекта) и (б) наличия физического объекта (или нескольких таких объектов), с которыми данный агент производит некоторые действия. Вслед за Гильбертом [Гильберт 1927] я буду называть такую семантику арифметических операций *реальной*.

Различение синтаксиса и семантики арифметической операции позволяет уточнить понятие осуществимости, использованное в (КИ), а именно различить синтаксическую и семантическую осуществимость данной операции. Под синтаксической осуществимостью арифметической операции я буду иметь в виду осуществимость соответствующей символической операции (т.е. операции с символами); понятие семантической осуществимости будет уточнено ниже.

Простейший вариант арифметического синтаксиса (если оставить в стороне счетные камешки) использует единственный символ вроде | и допускает многократное повторение этого символа, а также возможность отделять одну группу таких символов от другой. Таким образом легко представить числа 5 (|||||) и 7 (|||||||) из нашего примера. Синтаксис операции сложения состоит в этом случае в том, что две эти записи объединяются в новую запись ||||||||||||, которая обозначает число 12. Очевидно, что этот примитивный синтаксис, который по своему устройству почти не отличается от аналогичной самой примитивной системы счета на камешках, может иметь только очень ограниченную область применения. Это связано как с особенностями человеческого когнитивного аппарата, который не позволяет при такой системе нумерации легко различить числа вроде 98 и 99, так и материальными ограничениями, делающими невозможной запись больших чисел. На этом простом примере видно, что синтаксическая осуществимость арифметических операций имеет материальный и физический аспект, как и реальная семантическая осуществимость.

Очевидно, что использование описанного выше примитивного синтаксиса делает синтаксически неосуществимыми арифметические операции уже с числами порядка нескольких десятков, что совершенно недостаточно даже для тех скромных по современным меркам практических задач, которые успешно решали вавилонские и египетские математики. Стандартная десятичная система исчисления также имеет ограничения: очень большие числа и операции с такими числами невозможно записать с помощью этой системы по тем же причинам, что и в уже рассмотренном случае. Однако ресурсы этой системы не только достаточны для представления любых физических операций, подобных описанным выше (группировка и перегруппировка физических объектов), но и намного превосходят все такого рода потребности. Достаточно сказать, что единица с 80 нулями (10^{80}), т.е. запись, которая помещается на одной строке стандартного печатного текста, представляет в этой системе число, которое по современным оценкам приблизительно равно числу элементарных частиц в наблюдаемой части Вселенной! С синтаксической точки зрения совсем нетрудно умножить это число на два или возвести в квадрат: с этой задачей может справиться любой успевающий ученик старших классов школы. Однако семантика такого рода операций вызывает вопросы:

ведь реальная семантика, которой мы пользовались в случае операции 5+7=12, в этом случае явно не годится, поскольку в наблюдаемой Вселенной для этого не хватает объектов!

Именно эта синтаксическая избыточность систем исчисления оправдывает использование дополнительной семантики арифметических операций, которую я буду называть (также следуя Гильберту [Гильберт 1927]) *идеальной*. Согласно этой новой семантике арифметические выражения вроде 5+7 или 10^{80} x 2 выражают операции не с физическими объектами, а с воображаемыми объектами особого рода, называемыми числами. Здесь снова можно провести аналогию с нематематическим символическими системами и, в частности, с естественными языками, которые также обладают подобного рода синтаксической избыточностью. Естественный язык также годится не только для того, чтобы описывать действительные положения дел, но и для того, чтобы описывать положения дел, которые только возможны, но не имеют места в действительности.

Повторяя mutatis mutandis предыдущие рассуждения для случая элементарной геометрии, можно обосновать введение идеальной геометрической семантики и понятия воображаемого геометрического объекта, который не совпадает ни с каким физическим объектом. В случае традиционной евклидовой геометрии основу синтаксиса составляют геометрические чертежи (диаграммы), которые нужно рассматривать вместе с процедурой построения данной диаграммы из исходных элементов с помощью определенного набора допустимых операций. Традиционные буквенные обозначения фигур также являются элементами этого синтаксиса. Хотя классическая геометрия имеет интересную специфику по сравнению с арифметикой, я для экономии места не буду здесь более подробно рассматривать этот раздел классической математики и только укажу на самые очевидные аспекты синтаксической избыточности классической геометрии. Уже в древнеегипетской практической геометрии используется неявная конвенция, которую можно назвать постулатом неограниченного масштабирования. Согласно этому постулату небольшой по физическим размерам геометрический чертеж может символически выражать реальную физическую конструкцию любого размера. (Заметим, что с чисто геометрической точки зрения такое неограниченное масштабирование допустимо только в евклидовой геометрии и невозможно, в частности, в гиперболической геометрии Лобачевского. Фундаментальная роль постулата о неограниченном пространственном масштабировании в человеческой практике объясняет, почему именно евклидова геометрия играла и продолжает играть выделенную роль в практических применениях.) Поскольку постулат о неограниченном масштабировании позволяет использовать синтаксические конструкции традиционной геометрии для моделирования физических конструкций, которые заведомо практически нереализуемы, этот синтаксис является заведомо избыточным по отношению к стандартной реальной семантике этого синтаксиса. В качестве наглядного примера такой избыточности можно привести Второй постулат «Начал» Евклида (см. [Евклид 1948]), согласно которому данная прямая линия может быть неограниченно продолжена в любую сторону. Еще раз подчеркну, что если говорить более общо о традиционных символических системах включая естественные языки, то избыточный характер синтаксиса символической системы по отношению к ее реальной семантике является скорее правилом, чем исключением.

Синтаксическая избыточность математики (по отношению к любой заранее фиксированной физической семантике математических операций) делает практические приложения математики намного более эффективными в следующем отношении: она позволяет не только описывать и регулировать математическими средствами уже известные физические операции, но также сначала моделировать физические операции чисто математически и только после этого реализовать их на практике. Если результат такой эмпирической проверки математической модели оказывается отрицательным, то, используя понятие идеальной семантики математических операций, такую неудачу можно всегда объяснить неадекватностью данной математической модели, не ставя при этом под вопрос сам математический аппарат, который используется в данной модели. Таким образом, использование идеальной семантики математических теорий позволяет разграничить «чистую» и прикладную математику.

Итак, предварительное решение проблемы Вигнера в классическом случае состоит в том, что элементарные арифметические операции в случае небольших чисел и элементарные геометрические операции имеют реальную семантику. Это решение имеет один важный изъян, на который я сейчас укажу и который затем попытаюсь исправить. До сих пор мы говорили только о реальной и идеальной семантике математических *операций*. Однако математика состоит не только из операций; в ней также важную роль играют *утверждения* включая теоремы. Поэтому в классической математике помимо конструктивной идеализации (КИ) используется также другой тип идеализации, который я буду называть пропозициональной идеализацией (ПИ): всякое доказанное утверждение элементарной арифметики и евклидовой геометрии является истинным.

Во многих случаях операции и утверждения являются взаимозаменяемыми. Например, выражение 5+7=12 можно интерпретировать не только как операцию, но и как утверждение о равенстве двух величин. Подобным образом любую математическую операцию можно представить в виде утверждения. Утверждение теоремы Пифагора можно в свою очередь интерпретировать как указание на операцию, а именно как указание на геометрическое построение (или на класс таких построений), с помощью которого эта теорема доказывается. Однако такая обратная редукция утверждений к операциям возможна не всегда. В частности, такая редукция невозможна, если доказательство данной теоремы опирается на логический принцип исключенного третьего (например, в доказательствах «от противного»). Такого рода доказательства называют неконструктивными. Широкое использование в классической математике неконструктивных доказательств (другими словами – неконструктивный характер классической математики) на первый взгляд не позволяет рассматривать эту математику в качестве простого «идеального расширения» материальной предметной деятельности человека, как это было предложено выше.

Чтобы обойти эту трудность, можно пытаться строить конструктивные аналоги классических математических теорий, которые были бы такими же эффективными в классической физике. Именно в этом состояли и состоят различные программы построения конструктивных оснований математики начиная с Брауэра. Однако на приведенное выше возражение можно ответить проще. Применение логического правила исключенного третьего не является прерогативой классической математики: неконструктивные рассуждения используются не только в математике, но и в материальной практике. В частности, утверждение о том, что морское сражение завтра либо случится, либо не случится и третьего не дано, является осмысленным (и может иметь прагматические следствия), несмотря на то, что точный смысл этого утверждения не вполне очевиден и его истинность можно поставить под сомнение. Поэтому использование принципа исключенного третьего в классической математике само по себе еще не создает никакого барьера между чистой математикой и и ее приложениями. Хотя наше решение проблемы Вигнера для классического случая использует в первую очередь операциональную семантику, это решение не требует сведения пропозициональной семантики к операциональной. Поэтому оно годится для классической математики вообще, а не только для ее конструктивного фрагмента.

Реализм без метафизики: Кеплер против Птолемея

Выше мы говорили об эффективности классической математики в материальной практике. Но одной практической эффективностью математики невозможно полностью объяснить эффективность математики в физике и других естественных науках. Чтобы математика была эффективной в материальной практике, необходимо, чтобы математические операции и математические объекты допускали физическую реализацию, релевантную каким-то практическим задачам. Однако задачи, которые ставят перед собой физика и другие естественные науки, не являются, вообще говоря, практическими (хотя решение этих задач и может иметь важные практические применения). Проблема Вигнера самым острым образом формулируется по отношению к реалистическим теориям, т.е. теориям, цель которых состоит в адекватном описании реального мира. (Как объяснить корреляцию между математическими истинами, с одной стороны, и истинами о реальном мире, с другой стороны?) Поэтому нас будут интересовать в первую очередь именно реалистические теории. Более точный смысл, в котором я говорю здесь о реалистическом характере данной физической теории, будет уточнен в дальнейшем.

Согласно Дюгему [Дюгем 1906], физический реализм – тезис, согласно которому физические объекты реально существуют, относится к компетенции не физики, а метафизики. Я со своей стороны утверждаю, что различные физические теории, так же как и различные математические теории, имеют, вообще говоря, различные спектры допустимых философских интерпретаций. В частности, некоторые физические теории допускают реалистические интерпретации, а другие нет – или во всяком случае некоторые физические теории допускают более полные и более убедительные реалистические интерпретации, чем другие. Это замечание позволяет говорить о реалистическом характере физической теории не просто как о возможной метафизической интерпретации этой теории, а как о качестве самой этой теории, которое делает такую интерпретацию возможной. Это позволяет говорить о научном реализме как о методологической схеме, а не метафизическом тезисе. Вслед за Эйнштейном (см. [Шилп 1949]) я буду называть такого рода реализм *программным*. Взгляды Эйнштейна по этому вопросу будут рассмотрены во второй части статьи.

В качестве примера рассмотрим геоцентрическую теорию Птолемея, которая описывает видимые движения планет с помощью системы эпициклов (т.е. в виде композиции конечного числа подходящих круговых движений), и гелиоцентрическую теорию Кеплера, которая описывает движения планет в виде эллиптических траекторий и объясняет, почему при наблюдении с Земли видимые движения других планет выглядят иначе. Говоря о теории Кеплера, я здесь буду иметь в виду не только достижения самого Кеплера, но и всю классическую небесную механику, которая позволяет считать законы Кеплера следствиями более общих принципов. Тем не менее я не случайно остановился именно на фигуре Кеплера. Во-первых, именно Кеплер впервые подробно описал воображаемые астрономические наблюдения, производимые на Луне и (менее подробно) на предполагаемой «сфере неподвижных звезд» [Кеплер 1982]. Во-вторых, Кеплер уделял особое внимание изучению механизмов человеческого зрительного восприятия и считал эти исследования необходимой частью своей астрономии [Фингер 2001]. Как скоро увидит читатель, сочетание этих двух моментов позволяет мне считать астрономическую теорию Кеплера реалистической в подходящем смысле этого термина.

Реалистическая интерпретация Кеплеровых эллиптических орбит сразу представляется более естественной и более убедительной, чем реалистическая интерпретация Птолемеевых эпициклов. Однако поскольку, говоря формально, эти две астрономические теории только разными способами «спасают» одни и те же явления, то остается неясным, чем может быть обусловлено такое видимое различие между двумя теориями. Не имея никакого определенного ответа на этот вопрос, можно вслед за Дюгемом предположить, что указанное различие касается не самих этих теорий, а только их принятых метафизических интерпретаций, которые выходят за рамки эмпирической науки. Я сейчас покажу, что это не так, и объясню смысл этого различия вовсе не прибегая при этом ни к какой метафизике.

В первом приближении ответ состоит в следующем. Чисто математически (геометрически) наблюдаемые движения каждой планеты можно с требуемой точностью описать как в виде композиции нескольких круговых движений (эпициклы), так и (с учетом суточного вращения Земли) в виде композиции двух эллиптических движений, одно из которых – движение наблюдателя вместе с Землей. В обоих случаях наблюдаемое сложное движение представляется в виде композиции нескольких более простых движений. Однако только во втором случае каждое простое движение имеет физический смысл. Говоря о физическом смысле математической кинематической конструкции, я сейчас имею в виду не ее реалистическую «материальную» интерпретацию, а ее наблюдаемость: эллиптические орбиты планет в теории Кеплера по крайней мере *в принципе* можно наблюдать (не в качестве виртуальной компоненты более сложного движения планеты, а отдельно). Оговорка «в принципе», конечно, здесь очень существенна. Орбиты планет выглядят как эллипсы только с точки зрения наблюдателя, который либо находится на Солнце, либо, не меняя своего положения по отношению к Солнцу, смотрит на Солнечную систему со стороны. Внеземные наблюдатели для Кеплера могли быть, конечно, только воображаемыми, а не реальными. Птолемеевы эпициклы тоже являются воображаемыми, а не реальными, но они не могут при этом стать наблюдаемыми даже «в принципе».

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Теорию Кеплера, так же как и теорию Птолемея, можно практически проверить только с помощью косвенных наблюдений. Однако только теория Кеплера содержит точный (хотя и практически нереализуемый) рецепт прямой эмпирической проверки, а именно способ непосредственно увидеть эллиптические орбиты небесных тел своими глазами (разместившись где-то неподалеку от Солнца и плоскости орбиты соответствующей планеты). В этом отношении теорию Кеплера можно сравнить с географической картой, которой можно пользоваться для путешествия по универсуму (хотя и не имея при этом полной уверенности в том, что эта карта совершенно правильная). Теория Птолемея не преследует таких амбициозных целей и только эффективно систематизирует («спасает») и предсказывает небесные явления доступные для земных наблюдателей (включая всех земных путешественников)[ii]. Птолемеевы эпициклы представляют собой чисто математические кинематические конструкции, которые в контексте данной теории не связаны ни с каким определенным возможным опытом вроде опыта внеземного наблюдения за планетами, как у Кеплера.

В теории Птолемея наблюдатели и наблюдаемые объекты (небесные тела) принадлежат к различным «мирам» (универсумам) – и дело здесь вовсе не в метафизическом предрассудке, а в реалистической предпосылке, согласно которой поверхность Земли – единственное место, откуда возможны наблюдения. В рамках такой теории (без всяких метафизических дополнений) о небесных телах можно говорить *только* как о явлениях, а не как о (реальных) физических объектах, а мир небесных тел может быть постулирован только метафизически. Не используя такого рода метафизических понятий, теорию Кеплера можно назвать реалистической в том смысле, что она предполагает небесные тела такими же возможными предметами опыта, как и предметы нашего обихода.

На первый взгляд кажется, что мы пришли к парадоксу: теория Кеплера является реалистической, поскольку предполагает возможность фантастических опытов, а теория Птолемея не является реалистической, поскольку опирается только на астрономические наблюдения, реалистичность которых не вызывала никаких сомнений уже в эпоху самого Птолемея. Однако этот кажущийся парадокс нетрудно объяснить. Для этого нужно более точно провести различие между физическими гипотезами (которые могут быть как истинными, так и ложными), с одной стороны, и метафизическими предпосылками, с другой стороны. Различие состоит в том, что физические гипотезы допускают эмпирическую проверку (по крайней мере *в принципе*), а метафизические предпосылки не допускают такой проверки. В отличие от Канта я не считаю, что область возможного опыта каким-то образом жестко задана априори и что есть общий критерий, который без всякого обращения к опыту всегда позволяет строго отличить чисто метафизические утверждения от научных гипотетических утверждений. Различие между физическими и метафизическими утверждениями само является в некотором смысле опытным (эмпирическим). Допуская в качестве возможного опыт, который на данный момент времени практически нереализуем, теория Кеплера (или любая другая реалистическая физическая теория) ставит задачу реализации этого опыта, который может верифицировать или фальсифицировать данную теорию. Классическую небесную механику Кеплера-Ньютона сегодня можно считать реалистичной, поскольку те возможные опыты и те возможные наблюдения, которая эта теория предполагает, за прошедшие несколько столетий были частично реализованы, а те, которые не были реализованы (и при нынешнем уровне развития техники не могут быть реализованы), стали во всяком случае выглядеть менее фантастично.

Имея в виду все приведенные выше наводящие соображения, я рискну предложить общий критерий (необходимое и достаточное условие), который позволяет различать реалистические и нереалистические физические теории. Этот критерий имеет чисто эпистемологический и методологический, а не метафизический характер. Итак, теория T, описывающая универсум U, является реалистической, если и только если эта теория:

(а) описывает все объекты универсума U как предметы возможного опыта;

(б) описывает физический механизм получения соответствующего опыта (наблюдения, эксперименты, измерения) на основании тех же общих принципов, которые используются при описании любых других физических процессов в U;

(в) не включает процесс приобретения опыта (и человеческое сознание – постольку, поскольку оно предполагается обычным понятием опыта) в число тех фундаментальных физических процессов, которые лежат в основе всех других физических процессов в U.

Условие (а) гарантирует эмпирический характер теории. Это условие является нечетким, поскольку остается нечеткой граница между возможным опытом и чистой фантазией, в том числе метафизической. Условия (б) и (в) определяют место и роль наблюдателей в U. При этом (б) гарантирует полноту T относительно U в том смысле, что возможный опыт, о котором идет речь в (а), не требует каких-то внешних процессов, механизмов и сущностей, помимо тех, которые уже описываются теорией T и находятся в U. Отсюда, в частности, следует, что всякий наблюдатель и всякий процесс наблюдения (приобретения опыта) в свою очередь являются предметами возможного опыта. Условие (в), которое можно назвать условием отделимости наблюдателя, гарантирует, что в U есть объекты и процессы, которые не являются наблюдателями и которые вообще никак не связаны с наблюдениями (не считая того, что согласно (а) всякая такая вещь и всякий такой процесс является предметом возможного опыта). Проще говоря, (в) гарантирует, что T будет адекватно описывать U, даже если из U убрать всех наблюдателей, тогда как (а) и (в) вместе гарантируют, что возможный опыт теории T не совпадает с ее действительным опытом.

Оставляя сейчас в стороне (а) и (б), я хочу остановиться на (в). Прежде всего заметим, что это утверждение является контрфактуальным по отношению к действительному опыту, доступному для T; более того, с данным контрфактуальным суждением нельзя связать никакое близкое по смыслу предсказание, которое может быть проверено на действительном опыте. Действительно, если в мире уничтожить все живое и все сознательное включая человеческий род, то о результатах этого эксперимента все равно никто ничего не узнает. Тем не менее (а) и (в) вместе требуют считать такой эксперимент возможным и результаты этого эксперимента – предсказуемыми с помощью T. Какие для этого могут быть основания?

Я думаю, что у нас есть для (в) прежде всего эмпирические основания. Мы знаем по опыту, что зрение, осязание, слух и другие чувства, с помощью которых мы проводим наши наблюдения и эксперименты, присущи только достаточно высокоорганизованным животным. Мы также знаем по опыту, что наука о природе (в том виде, в котором она нам знакома) возможна только в развитом человеческом обществе, в котором существуют язык и письменность. Мы еще очень плохо понимаем что такое приобретение опыта на уровне нейрофизиологических процессов в мозге человека; еще хуже мы понимаем, как устроены социальные процессы, которые позволяют фиксировать приобретенный опыт в символической форме и передавать его от одного поколения исследователей другому. Тем не менее уже на нынешнем уровне знаний можно утверждать, что приобретение опыта человеком и создание на этой основе научных теорий является *не* фундаментальным, а, напротив, очень специфическим процессом, который возможен только в очень сложных социально-биологических системах вроде развитого человеческого общества. Подобно тому как отказ от идеи о том, что наша планета находится в центре мироздания, уже позволил нам лучше понять как устроена эта планета и ее окружение, отказ от метафизической идеи о фундаментальной роли человеческого мышления в мире может позволить нам лучше понять, как устроено наше мышление и что делает возможным нашу науку. Именно эмпирически обоснованные теории, а не метафизические соображения позволяют рассматривать мир без человека в качестве предмета возможного опыта, который для человека заведомо не может стать действительным.

Реализм как эпистемологическая доктрина утверждает, что именно реалистические теории представляют собой высшую форму фундаментального эмпирического знания. По отношению к тем фундаментальным теориям, которые не являются реалистическими, реализм играет роль методологической доктрины, т.е. исследовательской стратегии, направленной на то, чтобы на базе существующей нереалистической теории построить реалистическую теорию (в этом состоит смысл прилагательного «высший» в предыдущем предложении).

Приведенный выше пример из истории астрономии показывает, что такие стратегии бывают успешными. Хотя у нас на сегодняшний день нет квантовой теории, которую можно было бы без существенных оговорок назвать реалистической в смысле приведенного выше определения, я не вижу оснований считать такую теорию заведомо невозможной. В следующей части статьи я укажу на один известный эпизод истории физики XX в., который поможет мне в самых общих чертах описать возможную стратегию развития новой реалистической физики.

Чтобы теперь объяснить, почему классическая математика эффективна в реалистических физических теориях, достаточно указать на два обстоятельства. Во-первых, нужно вспомнить, что мы говорим о классическом математическом аппарате, который имеет не только идеальную, но и реальную семантику. Во-вторых, нужно иметь в виду, что классические физические теории устроены следующим образом: все понятия этих теорий начиная с самых элементарных выражены на математическом языке (т.е. играют роль реальных семантических значений соответствующих математических понятий), причем элементарные математические понятия (точка, линия и др.) имеют в качестве реальных семантических значений также элементарные физические понятия (частица, траектория и др.) Это позволяет заранее моделировать все возможные (включая действительные) опыты релевантные данной теории с помощью математических операций. Чтобы определить, что будет наблюдать астроном, находящийся на Луне, Кеплер пользуется, во-первых, своей механической моделью планетарной системы, а во-вторых, геометрической оптикой. Поскольку обе эти теории являются математизированными, задача сводится к построению нужной математической (кинематической) конструкции и ее физической интерпретации.

При этом происходит довольно тонкая игра между различными типами семантик используемой математической конструкции. Стандартная идеальная семантика этой конструкции дополняется физической семантикой данной теории, в частности, прямые линии интерпретируются как световые лучи. Пока речь идет только о воображаемом, а не действительно проведенном эксперименте, эту семантику еще нельзя назвать реальной в точном смысле слова. Когда и если соответствующий эксперимент действительно проводится и не приносит неожиданностей, эта семантика становится реальной.

Эффективность математики в реалистической физической теории состоит в том, что такого рода математического моделирование экспериментов и теоретическое предсказание их результатов часто (но не всегда) действительно оказывается успешным. Схемы материальных операций, которые с помощью символических средств фиксируются в виде «чисто» математических операций, часто оказываются эмпирически адекватными далеко за пределами своей исходной области применения. Земная (реальная) семантика математических операций продолжает работать и на Луне. Однако так происходит не всегда: произвольное расширение области применения математизированной физической теории T может и не выдержать опытной проверки. В этом случае возникает необходимость в новой теории T', которая может потребовать нового математического аппарата. Идеальная семантика математической части M теории T позволяет при этом не отбрасывать M вовсе как плохо построенную теорию, а говорить о том, что в новой физической теории T' математическая теория M уже неприменима (или во всяком случае недостаточна).

Хотя эти замечания не позволяют объяснить, почему эмпирическая наука возможна в принципе, но они объясняют, почему в эмпирической науке математика может быть эффективной.

Во второй части статьи будет более подробно показано, почему эта классическая схема применения математики в физике перестала работать в XX в., а затем высказаны соображения, касающиеся возможности заставить эту схему работать снова в XXI в.

ЛИТЕРАТУРА

Вигнер 1960 – *Wigner E.* The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences // Communications on Pure and Applied Mathematics. 1960. Vol. 13. P. 1–14.

Гильберт 1899 – *Hilbert D.* Grundlagen der Geometrie. Leipzig: B.G. Teubner, 1899.

Гильберт 1923 – *Гильберт Д.* Основания геометрии / Пер. с нем. под ред. А.В. Васильева. СПб.: Сеятель, 1923.

Гильберт 1927 – *Hilbert D.* Die Grundlagen der Mathematik // Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität. 1927. № 6. S. 65–85.

Дюгем 1906 – *Duhem P.* La théorie physique: son objet et sa structure. Paris: Chevalier et Rivière, 1906.

Евклид 1948 – Начала Евклида. Кн. 1–6 / Пер. и комм. Д.Д. Мордухай-Болтовского. М.; Л.: ОГИЗ, 1948.

Кантор 1985 – *Кантор Г.* Труды по теории множеств. М.: Наука, 1985. С. 63–106.

Кассирер 1907 – *Cassirer E.* Kant und die moderne Mathematik // Kant-Studien. 1907. Bd. 12. S. 1–40.

Кеплер 1982 – *Кеплер И*. Сон, или Посмертное сочинение о лунной астрономии // Его же. О шестиугольных снежинках / Пер. с лат. Ю.А. Данилова. М.: Наука, 1982. С. 71–169.

Лобачевский 1837 – *Lobachevsky N.I.* Géométrie imaginaire // Journal für die reine und angewandte Mathematik. 1837. Bd. 17. S. 295–320.

Родин 2014 – *Rodin A.* Axiomatic Method and Category Theory. Cham: Springer, 2014. (Synthese Library. Vol. 364).

Фингер 2001 – *Finger S.* Origins of Neuroscience: A History of Explorations Into Brain Function. New York: Oxford University Press, 2001.

Хинтикка 2011 – *Hintikka J.* What is Axiomatic Method? // Synthese. 2011. Vol. 183. P. 69–85.

Шилп 1949 – Albert Einstein: Scientist-Philosopher / Ed. by P.A. Schilpp. Evanston, 1949. (The Library of Living Philosophers).

---

[i] Точная дата такого признания, конечно, может быть только условной. Во всяком случае, в 1869 г. публикация (ошибочного) доказательства Пятого евклидова постулата Жозефом Бертраном (Joseph Bertrand) в «Трудах Французской академии наук» вызвала протест ведущих французских геометров, в результате которого Французская академия наук приняла принципиальное решение больше никогда не рассматривать и не публиковать такие доказательства. Напомню, что первая публикация Лобачевского на тему неевклидовой геометрии в самом авторитетном тогда математическом журнале Крелле (на французском языке) датируется 1837 г. [Лобачевский 1837]. Неудивительно, что знакомство с проблематикой неевклидовой геометрии со стороны философов заняло еще больше времени.

[ii] Такого рода теории в современной физике называют «феноменологическими», имея в виду, что они лишь «спасают явления» и не претендуют на их объяснение. Это значение слова «феноменологический» имеет только косвенное отношение к философской феноменологии.

Закрыть окно