

Тезисы:

Тезисы:

1. Структура геометрической теории “Начал” Евклида (книги 1-4) радикально отличается от современных аксиоматических теорий элементарной геометрии в духе “Оснований геометрии Гильберта” 1899 года;

Тезисы:

1. Структура геометрической теории “Начал” Евклида (книги 1-4) радикально отличается от современных аксиоматических теорий элементарной геометрии в духе “Оснований геометрии Гильберта” 1899 года;
2. Евклидова архитектура математических теорий продолжает широко использоваться в современной математике;

Тезисы:

1. Структура геометрической теории “Начал” Евклида (книги 1-4) радикально отличается от современных аксиоматических теорий элементарной геометрии в духе “Оснований геометрии Гильберта” 1899 года;
2. Евклидова архитектура математических теорий продолжает широко использоваться в современной математике;
3. Унивалентные основания математики, созданные Владимиром Воеводским (1966-2017) в 2006-2010 на основе конструктивной теории типов Мартина-Лефа, дают Евклидовой архитектуре теорий современное математическое обоснование и открывают перспективу ее использования в современной математике и математизированных научных теориях.

План доклада:

Евклид

Генцен и Мартин-Леф

Воеводский

Urtext и переводы с него

Euclidis Opera omnia. Ediderunt I. L. Heiberg et H. Menge.
(Lipsiae, B. G. Teubneri, 1883-1916)

- Thomas L. Heath, The thirteen books of Euclid's Elements
(Cambridge: Cambridge University Press, 1908)

- Начала Евклида. / Пер.с греч. и комм. Д. Д.
Мордухая-Болтовского под ред. М. Я. Выгодского и И. Н.
Веселовского. М.-Л.: ГИТТЛ 1948-1950

Логические реконструкции

The property of modern mathematics which makes logic directly applicable to it is absent from ancient mathematics and, therefore, that the transformation of Euclid's arguments into modern logic is misleading (Ian Müller, 1974)

3 рода принципов

- ▶ определения
- ▶ постулаты
- ▶ общие понятия (аксиомы)

общие понятия (аксиомы) 1-3

A1. Равные одному и тому же равны и между собой.

A2. И если к равным прибавляются равные, то и целые будут равны.

A3. И если от равных отнимаются равные, то остатки будут равны.

постулаты 1-3:

- П1: От всякой точки до всякой точки провести прямую линию.
- П2: Продолжить ограниченную прямую линию по прямой .
- П3: Из всякого центра всяким раствором описать круг.

Постулаты 1-3 это примитивные операции (схемы / правила операций)

| Постулат | вход | выход |
|----------|---------------------|---------|
| P1 | две точки | отрезок |
| P2 | отрезок | отрезок |
| P3 | отрезок и его конец | круг |

Аксиомы 1-3 это истинные высказывания?

Акс. 1:

$$[(a = c) \& (b = c)] \rightarrow (a = b)$$

modes ponens:

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B} \quad (1)$$

Аксиомы 1-3 это правила (прото-логического) вывода

$$\frac{a = c, b = c}{a = b} \quad (2)$$

Carrol Paradox

What the Tortoise Said to Achilles? (1985)

Вывод:

Теория “Начал” основана на правилах, а не на аксиомах (в современном смысле слова).

Правила вместо аксиом

Правила вместо аксиом

- ▶ Естественный (натуральный) вывод (1934);

Правила вместо аксиом

- ▶ Естественный (натуральный) вывод (1934);
- ▶ Секвенциальное исчисление (1935).

Системы генценовского типа за пределами чистой логики (и арифметики)?

Системы генценовского типа за пределами чистой логики (и арифметики)?

- ▶ Экспертные системы в символическом ИИ (с 1950-х)

Системы генценовского типа за пределами чистой логики (и арифметики)?

- ▶ Экспертные системы в символическом ИИ (с 1950-х)
- ▶ Конструктивная теория типов Мартина-Лефа (ТТМЛ): допускает процедурную семантику в духе Клини и Колмогорова: интерпретация как компиляция (с конца 1970-х).

Владимир Воеводский: унивалентные основания

Vladimir Voevodsky

- Cutting-edge Math so complex probability of mistake in any given proof very high
- Automated proof checking the present and future of Math
- Video:
Univalent Foundations: New Foundations of Mathematics
<http://video.ias.edu/node/6395>



Идея (1):

Идея (1):

- ▶ Синтаксис ТТМЛ допускает интерпретацию в интуитивных пространственных понятиях теории гомотопий: типы интерпретируются как пространства, а их термы как точки этих пространств.

Идея (1):

- ▶ Синтаксис ТТМЛ допускает интерпретацию в интуитивных пространственных понятиях теории гомотопий: типы интерпретируются как пространства, а их термы как точки этих пространств.
- ▶ Эта интерпретация позволяет формально различать типы разных классов, некоторые которые можно идентифицировать как пропозиции (высказывания), другие как множества (дискретные топ. пространства), другие как фундаментальные группоиды топ. пространств, и далее вверх по “гомотопической лестнице”.

Идея (1):

- ▶ Синтаксис ТТМЛ допускает интерпретацию в интуитивных пространственных понятиях теории гомотопий: типы интерпретируются как пространства, а их термы как точки этих пространств.
- ▶ Эта интерпретация позволяет формально различать типы разных классов, некоторые которые можно идентифицировать как пропозиции (высказывания), другие как множества (дискретные топ. пространства), другие как фундаментальные группоиды топ. пространств, и далее вверх по “гомотопической лестнице”.
- ▶ Всякий тип высшего уровня может быть “обрезан” до высказывания.

Идея (2):

- ▶ Правила и операции ТТМЛ применяются одинаково ко всем типам. Но только в случае пропозициональных типов они интерпретируются как логические правила и операции. В случае высших типов они интерпретируются как геометрические построения в широком смысле.

Идея (2):

- ▶ Правила и операции ТТМЛ применяются одинаково ко всем типам. Но только в случае пропозициональных типов они интерпретируются как логические правила и операции. В случае высших типов они интерпретируются как геометрические построения в широком смысле.
- ▶ Эти геометрические построения играют роль доказательств (свидетельств) своих соотв. высказываний (которые получаются в результате обрезания этих высших типов).

Заключение

Таким образом унивалентные основания математики (и теории построенные с их помощью) имеют конструктивную формальную архитектуру в духе Евклида, в рамках которой высказывания доказываются с помощью геометрических построений.

Axiomatic Architecture of Scientific Theories

<http://philsci-archive.pitt.edu/17600/>

[https:](https://disser.spbu.ru/zashchita-uchenoj-stepeni-spbgu/369-andrei-v-rodin.html)

[//disser.spbu.ru/zashchita-uchenoj-stepeni-spbgu/
369-andrei-v-rodin.html](https://disser.spbu.ru/zashchita-uchenoj-stepeni-spbgu/369-andrei-v-rodin.html)

СПАСИБО!