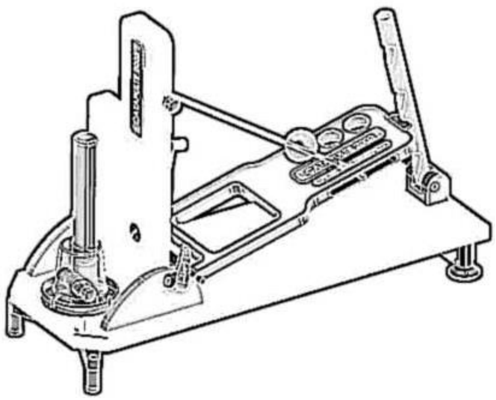
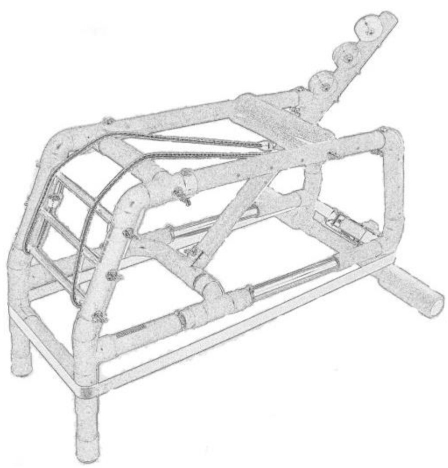
actiformation

ensgsi
Ecole Nationale Supérieure
en Génie des Systèmes et de l'Innovation

PLANS D'EXPERIENCES



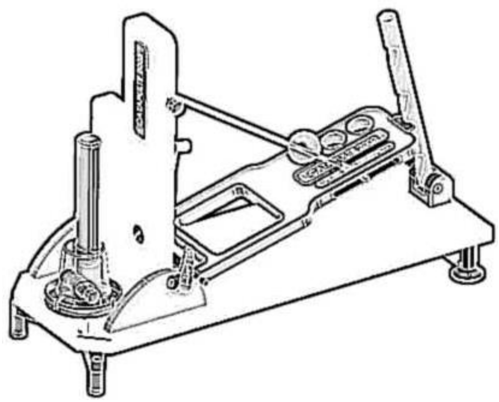


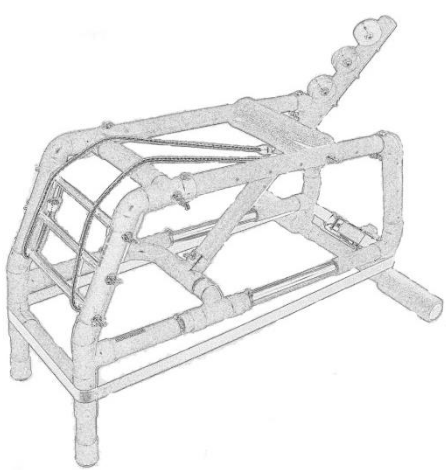
NOM : ....

Prénom : ....

PLANS D'EXPERIENCES

1ère partie : PRINCIPES





DOSSIER COURS

LES PLANS D'EXPERIENCES

METHODE TAGUCHI

MODULE 1 – MODULE DE BASE

I. <u>GENERALITES</u>

1.1 - Les origines

1.2 - Les objectifs

1.3 - Le vocabulaire

1.4 - Les étapes

II. <u>PLANS FACTORIELS COMPLETS</u>

2.1 – Les plans complets

2.2 – Les effets moyens des facteurs

2.3 – Graphe des effets moyens des facteurs

2.4 – Modélisation matricielle – réponse théorique

2.5 – Les interactions

III. <u>PLANS D'EXPERIENCES FRACTIONNAIRES</u>

3.1 – Intérêts des plans fractionnaires

3.2 – Conditions d'orthogonalité

3.3 – Conditions sur les degrés de liberté

3.4 – Notions d'alias

I. GENERALITES

1.1 – Les origines

La méthode des plans d'expériences date du début du siècle avec les travaux de FISHER (1925). Les premiers utilisateurs de ces méthodes furent des agronomes qui ont vite compris l'intérêt des plans d'expériences et notamment la réduction du nombre d'essais lorsqu'on étudie de nombreux paramètres. Mais cette technique est restée relativement confidentielle et n'a pas réussi à pénétrer de façon significative les industries occidentales avant les années soixante-dix. Il a fallu attendre les travaux du Docteur TAGUCHI dans les années soixante au Japon pour que les plans d'expériences arrivent dans nos usines. Taguchi a su simplifier et clarifier l'utilisation des plans d'expériences.

La méthode des plans d'expériences a été introduite aux Etats-Unis en 1980 avec comme pionniers :

- Ford Motors Company
- Xerox Corporation, puis dans des centaines d'entreprises industrielles américaines

Elle est arrivée en Europe dans les entreprises où les réglages représentent un coût très important (plastiques, chimie, …) puis dans l'ensemble des industries de grande série : Peugeot, Citroën, Aérospaciale, SNECMA, GEC Alsthom, Télémécanique.

La méthode des plans d'expériences est le mariage de l'expérience avec les expériences

- Expérience : connaissance acquise après une longue pratique (d'où l'importance des gens du site dans le projet)
- Expériences : expérimentations, essais

1.2 - Les objectifs

Les plans d'expériences font partie de l'ensemble des outils de la qualité qui permettent aux entreprises de progresser dans **la maîtrise de leur conception de produits nouveaux et dans la maîtrise de leurs processus de production :**

- Au lancement d'un nouveau produit : pour en définir les valeurs de paramètres clés

- Au lancement d'une nouvelle production : pour déterminer les réglages de paramètres machine idéaux

- À tout moment dans le temps pour optimiser les différents paramètres des processus

En effet, maîtriser les paramètres process et les piloter permet d'atteindre les niveaux de qualité souhaités et peut permettre d'alléger les différents contrôles produits.

Les principaux avantages de cette méthode par rapport aux méthodes traditionnelles d'expérimentation sont les suivants :

- Diminution considérable du nombre d'essais
- Possibilité d'étudier un très grand nombre de facteurs à plusieurs niveaux
- Chiffrage des effets des facteurs
- Détection des éventuelles interactions entre facteurs
- Modélisation expérimentale très aisée des résultats
- Détermination des résultats avec une bonne précision

1.3 - Le vocabulaire

Facteur contrôlé : un facteur est une variable ou un état, qui agit sur le système étudié. Il peut être de type continu (température, vitesse, pression) ou discret (marque d'un composant, état ouvert ou fermé, présent ou absent). Il est fondamental que le facteur soit maîtrisé dans ses possibilités de réglages.

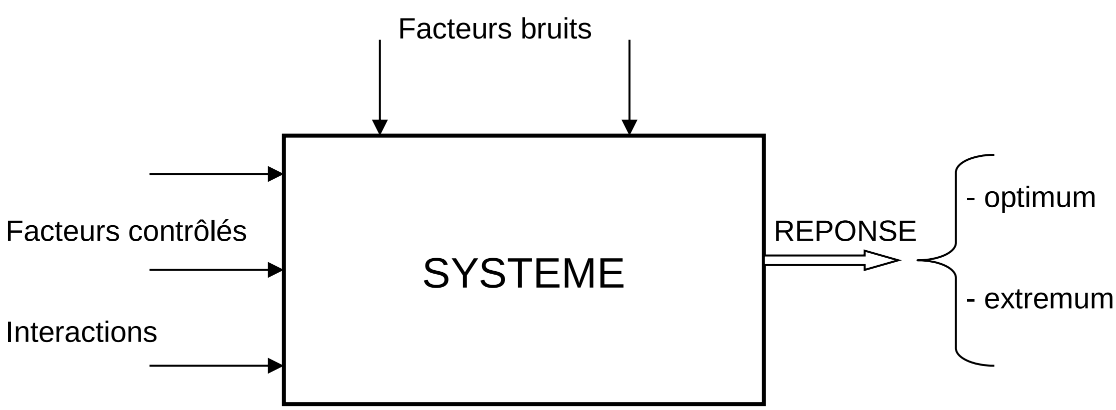
Réponse : la réponse du système est la grandeur que l'on mesure pour connaître l'effet des facteurs sur le système. Il est préférable que la réponse soit de type continu, le traitement est plus facile à effectuer.

Facteur influent : un facteur influent est un facteur qui, lorsqu'il change de niveau, modifie de façon significative la réponse du système.
En réalité, c'est la modification apportée sur la réponse par le changement de niveaux du facteur qui sera jugée comme influente et non le facteur en lui-même. En effet un facteur peut en réalité être influent et jugé comme non influent car les niveaux choisis sont trop proches les uns des autres.

Niveaux d'un facteur : les niveaux d'un facteur indiquent les valeurs que prend ce facteur au cours des essais. Par exemple si le facteur "pression" a deux niveaux : 1 bar et 3 bars, il prendra donc, au cours des essais, soit la valeur 1 bar, soit la valeur 3 bars.

Interaction : une interaction est l'influence d'un des paramètres sur l'état d'un autre paramètre en regard des objectifs recherchés.

Facteur bruit : un facteur bruit est une variable non maîtrisée dans le temps qui agit sur le système de manière aléatoire et augmente sa dispersion (température, …).



1.4 - Les étapes

Étape	Actions	Module
DEFINIR LE PROBLEME	- Décision du management - constitution d'une équipe de spécialistes - préciser les raisons de l'étude	*Module 1*
DEFINIR LES OBJECTIFS	- préciser le but visé (cible) - débroussailler : déballage d'idées (brainstorming) → - limite de l'étude - choix du critère qualité (ce que l'on mesure) - choix des facteurs contrôlés et bruits + interactions	*Module 1*
CHOISIR LA TABLE	- calcul des ddl des facteurs de contrôle et interactions - détermination de la table d'expériences (ou plan produit) - placement des facteurs et interactions (+ bruits) - étude des alias	*Module 1* *Module 2 (3)* *Module 2 (3)* *Modules 1 - 2*
REALISER LES ESSAIS	- réaliser une fiche d'instructions des essais et des mesures - réaliser les expérimentations - mesurer les résultats (réponses)	
ANALYSER LES RESULTATS	- étudier les effets des facteurs et interactions - établir le modèle des réponses - réaliser l'analyse de la variance du modèle (+ contribution) - calculer le rapport signal / bruits - définir la combinaison optimale et la prédiction	*Module 1* *Module 3*
REALISER LES ESSAIS DE CONFIRMATION	- réaliser une fiche d'instructions des essais et des mesures - réaliser les expérimentations - mesurer les résultats et comparer avec la prédiction - diffuser le rapport d'expérimentation	

II. PLANS FACTORIELS COMPLETS

2.1 – Les plans complets

Exemple :

Etude d'une installation de vernissage, mesure de la couleur obtenue. Dans cette étude, nous cherchons à mesurer l'influence de 4 facteurs :

- A : la pression
- B : l'ouverture du pistolet
- C : le type de colorant
- D : la quantité de colorant

On peut remarquer que nous avons des facteurs quantitatifs (A, B, D) et un facteur qualitatif (C). On prendra comme notation de chaque facteur :

- Niveau 1 : niveau le plus bas
- Niveau 2 : niveau le plus haut

Facteurs	Niveau 1	Niveau 2
Pression	1	3
Ouverture	0	5
Type colorant	Type A	Type B
Quantité colorant	25 %	35 %

L'étude d'un plan complet consiste à étudier toutes les combinaisons possibles des facteurs pris en considération dans l'expérience. Ainsi 2^k signifie que cette expérimentation concerne un système comportant k facteurs à 2 niveaux. Pour 3 facteurs à 2 niveaux, le plan complet comporte :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ expériences

Pour un plan comportant des niveaux différents par exemple 3 facteurs à 2 niveaux et 2 facteurs à 4 niveaux, le plan complet comporte :

$2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 4 = 128$ expériences

Le plan factoriel complet représente le plan pour lequel toutes les combinaisons possibles d'arrangement auront été réalisées. C'est donc le nombre maximal d'essais que l'on peut réaliser.

Dans notre exemple, le plan complet est égal à :

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ essais

Le plan complet s’écrit donc :

Essais	A	B	C	D	Y
1	1	1	1	1	30.5
2	1	1	1	2	38.0
3	1	1	2	1	30.0
4	1	1	2	2	36.0
5	1	2	1	1	20.5
6	1	2	1	2	27.0
7	1	2	2	1	18.0
8	1	2	2	2	25.5
9	2	1	1	1	35.5
10	2	1	1	2	42.0
11	2	1	2	1	32.5
12	2	1	2	2	39.0
13	2	2	1	1	24.5
14	2	2	1	2	32.0
15	2	2	2	1	23.0
16	2	2	2	2	29.5

Y représente la réponse du système (couleur du vernis obtenue) lors des expériences lorsque les facteurs étaient configurés tels qu’indiqués dans la ligne correspondante.

Nous pouvons modéliser le système par :

Y ~ = M + A + B + C + D

La réponse théorique Y ~ dépend donc de la moyenne de toutes les expérimentations M ou I et de l’effet des différents facteurs A, B, C et D.

2.2 – Les effets moyens des facteurs

Calcul des effets moyens des facteurs

E_{A1} : effet moyen de A au niveau 1 M : moyenne générale = 30.219

$$\boxed{\mathbf{E_{A1} = \text{Moyenne des réponses lorsque A est au niveau 1} - \text{Moyenne générale}}}$$

E_{A1} = (Y1 + Y2 + Y3 + Y4 + Y5 + Y6 + Y7 + Y8) / 8 – M

Application numérique :

$$E_{A1} = \frac{30.5 + 38 + 30 + 36 + 20.5 + 27 + 18 + 25.5}{8} - 30.219 = -2.03$$

Il est évident que $\boxed{\mathbf{E_{A1} = - E_{A2}}}$ si on connaît l’effet du facteur A au niveau 1 on peut en déduire l’effet du facteur A au niveau 2

$\longrightarrow$ E_{A2} = + 2.03

Pour le facteur A, nous n'avons donc qu'une seule valeur à calculer, par exemple l'effet de A au niveau 1, nous en déduisons l'effet de A au niveau 2.

Le facteur A ne possède qu'un seul degré de liberté (une seule valeur indépendante)

Le nombre de degrés de liberté d'un facteur = nombre de niveaux du facteur - 1

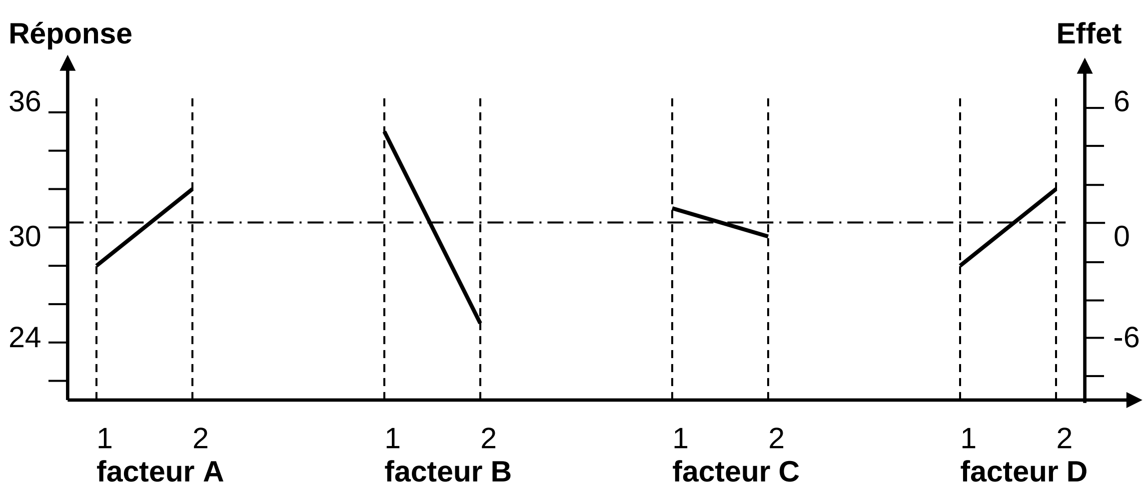
- E_{B1} = 5.22 E_{B2} = - 5.22
- E_{C1} = 1.03 E_{C2} = - 1.03
- E_{D1} = - 3.41 E_{D2} = 3.41

2.3 – Graphe des effets moyens des facteurs

Réaliser des graphes va permettre une visualisation et une interprétation plus aisée des effets des facteurs. Présenter des graphes à un groupe de travail facilitera la prise de décision par rapport à l'objectif visé.
Le graphe des effets moyens est en fait une représentation graphique des résultats du plan d'expériences.
En abscisse, nous avons l'ensemble des facteurs et en ordonnée la réponse du système. On peut également trouver en ordonnée la valeur 0 à la place de la moyenne et donc directement retrouver l'effet des facteurs.
L'interprétation de ces graphes est relativement simple :

- Le sens de variation indique si le facteur agit de façon positive ou négative sur la réponse
- L'inclinaison de la pente permet d'identifier rapidement les facteurs les plus influents

Si un graphe est représenté par facteur, il est nécessaire de garder la même échelle.



2.4 – Modélisation matricielle – réponse théorique

La modélisation matricielle permet, dans le cas des plans d'expériences fractionnaires, de prédire les résultats attendus et donc de calculer une réponse théorique pour des combinaisons de facteurs non réalisés dans le plan.

$$\mathbf{Y \sim = M + [E_{A1}\ \ E_{A2}]\ A + [E_{B1}\ \ E_{B2}]\ B + [E_{C1}\ \ E_{C2}]\ C + [E_{D1}\ \ E_{D2}]\ D}$$

$$Y \sim = 30.219 + [-2.03\ \ 2.03]\ A + [5.22\ \ -5.22]\ B + [1.03\ \ -1.03]\ C + [-3.41\ \ 3.41]\ D$$

La réponse théorique est la réponse que l'on aurait dû mesurer si le système ne dépendait que des effets moyens

Application à l'essai 11 :

Essai	A	B	C	D	Y	Y~
11	2	1	2	1	32.5	33.03

$Y \sim = M + E_{A2} + E_{B1} + E_{C2} + E_{D1}$
$Y \sim = 30.219 + 2.03 + 5.22 - 1.03 - 3.41 = 33.03$

Nous pouvons calculer l'ensemble des réponses théoriques pour chaque configuration du plan factoriel.

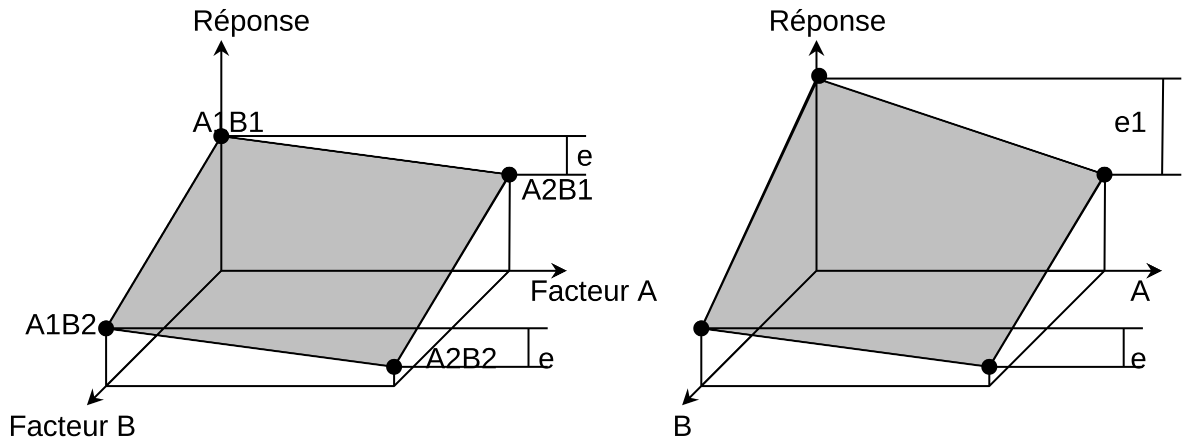
Nous appellerons résidu la différence entre la réponse mesurée et la réponse théorique
r = Y – Y~

Essais	A	B	C	D	Y	Y ~	r
1	1	1	1	1	30.5	31.03	- 0.53
2	1	1	1	2	38.0	37.84	+ 0.16
3	1	1	2	1	30.0	28.97	+ 1.03
4	1	1	2	2	36.0	35.78	+ 0.22
5	1	2	1	1	20.5	20.59	- 0.09
6	1	2	1	2	27.0	27.41	- 0.41
7	1	2	2	1	18.0	18.53	- 0.53
8	1	2	2	2	25.5	25.34	+ 0.16
9	2	1	1	1	35.5	35.09	+ 0.41
10	2	1	1	2	42.0	41.91	+ 0.09
11	2	1	2	1	32.5	33.03	- 0.53
12	2	1	2	2	39.0	39.84	- 0.84
13	2	2	1	1	24.5	24.66	- 0.16
14	2	2	1	2	32.0	31.47	+ 0.53
15	2	2	2	1	23.0	22.59	+ 0.41
16	2	2	2	2	29.5	29.41	+ 0.09

Tout processus possède une variabilité naturelle. La réponse du système à une configuration de facteurs contrôlés n'est pas unique, mais répartie suivant une courbe de Gauss autour d'une valeur moyenne. Plus les résidus seront petits, moins le système sera sensible au bruit.

2.5 – Les interactions

La figure ci-dessous représente le phénomène des interactions.
Le premier schéma montre un phénomène sans interaction. On constate que la différence de réponse (effet de A) entre A au niveau 1 et A au niveau 2 est de « e » et ceci indépendamment de l'état du facteur B.
Le deuxième schéma montre un phénomène avec interaction. Dans ce cas, l'effet du facteur A sur la réponse n'est pas le même selon le niveau du facteur B.
Il y a interaction entre les facteurs A et B.



Pas d'interaction entre A et B

Interaction entre A et B

Calcul de l'effet des interactions : I_{Aibj}

I_{AiBj} = Moyenne des réponses lorsque A est au niveau i et B au niveau j – Moyenne générale – E_{Ai} - E_{Bj}

	B1	**B2**
A1	I_{A1B1}	I_{A1B2}
A2	I_{A2B1}	I_{A2B2}

$I_{A1B1} = I_{A2B2} = - I_{A1B2} = - I_{A2B1}$

L'interaction AB ne possède donc qu'un seul degré de liberté

Le nombre de degrés de liberté d'une interaction = produit des ddl des facteurs

ddl (A) = 1 ; ddl (B) = 1 ; ddl (AB) = ddl (A) ddl (B) = 1

Exemple : Etude de 2 facteurs A, B et de l'interaction AB

	Y ~ = M	+ A	+ B	+ AB
Niveaux		2	2	4
ddl	1	1	1	1

<u>Plan factoriel complet</u> :

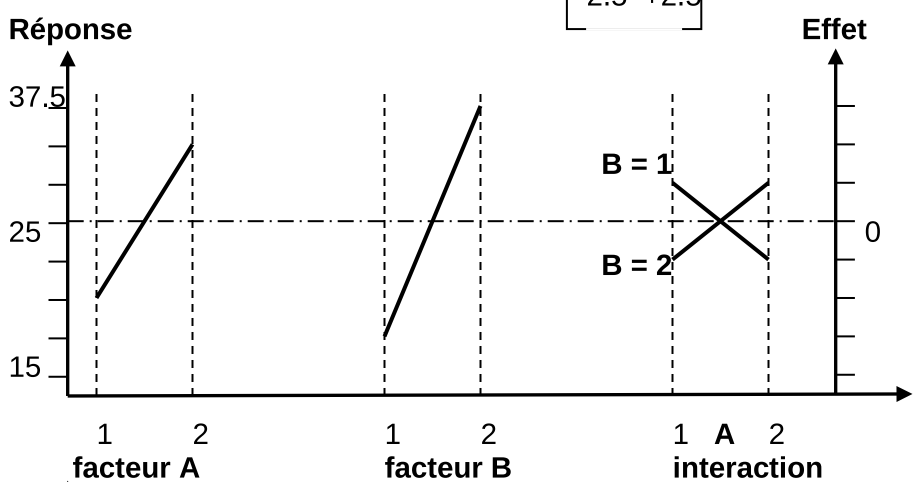
Essai	A	B	Y
1	1	1	15
2	2	1	20
3	1	2	25
4	2	2	40

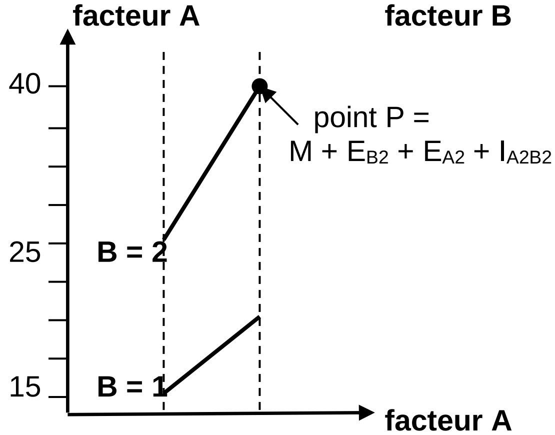
$M = 25$ $\qquad E_{A1} = -E_{A2} = -5$ $\qquad E_{B1} = -E_{B2} = -7.5$

	B1	B2
A1	$I_{A1B1} = +2.5$	$I_{A1B2} = -2.5$
A2	$I_{A2B1} = -2.5$	$I_{A2B2} = +2.5$

<u>Modélisation matricielle</u> :

$$Y\sim = 25 + [-5\ \ +5]\,A + [-7.5\ \ +7.5]\,B + {}^{t}A \begin{bmatrix} +2.5 & -2.5 \\ -2.5 & +2.5 \end{bmatrix} B$$





Autre type de représentation de l'interaction :

On représente les effets cumulés des facteurs et de l'interaction sur la moyenne
Exemple $P = M + E_{B2} + E_{A2} + I_{A2B2}$
$= 25 + 7.5 + 5 + 2.5 = 40$

III. PLANS D'EXPERIENCES FRACTIONNAIRES

3.1 – Intérêts des plans fractionnaires

Lorsque le nombre de facteurs ou de niveaux augmente, les plans complets donnent très vite un nombre d'essais très important, peu compatible avec les réalités industrielles.
La question que l'on peut se poser est alors la suivante :
Est-il nécessaire de réaliser toutes les expériences du plan factoriel pour estimer le modèle du système ?
Cette question a conduit à la mise au point de **plans fractionnaires** (une partie du plan factoriel complet) qui permettent d'estimer de la même façon le modèle du système mais évidemment avec moins d'essais.
Les plans d'expériences de Taguchi font partie de ces plans fractionnaires.
Ils présentent l'avantage d'une étude et d'une mise en œuvre assez faciles.

3.2 – Conditions d'orthogonalité

Un plan fractionnaire doit vérifier un certain nombre de propriétés dont la première est l'orthogonalité.
Cette condition est indispensable pour pouvoir calculer les effets d'un facteur indépendamment des autres facteurs à partir des résultats du plan.
Lorsqu'un facteur est à un même niveau, tous les autres facteurs doivent se trouver le même nombre de fois à des niveaux différents.

Nous appellerons :

- Action un facteur ou une interaction
- Action disjointe une action ne comportant pas de facteurs en commun

Condition d'orthogonalité de 2 actions :
Deux actions disjointes sont orthogonales si à chaque niveau de l'une, tous les niveaux de l'autre sont associés le même nombre de fois dans le plan d'expériences

Orthogonalité d'un plan d'expériences :
Un plan d'expériences est orthogonal si toutes les actions disjointes du modèle sont orthogonales dans le plan d'expériences.

- Pour 2 facteurs à 2 niveaux, le plan orthogonal doit comprendre 4 essais ou un multiple de 4 essais.
- Pour 2 facteurs à 3 niveaux, le plan orthogonal doit comprendre 9 essais ou un multiple de 9 essais.
- Pour un facteur à 2 niveaux et un à 3 niveaux, le plan orthogonal doit comprendre 6 essais ou un multiple de 6 essais.

Un plan fractionnaire orthogonal devra être le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) du produit du nombre de niveaux de toutes les actions disjointes prises deux à deux.

Exemple : application de cette règle

Nous recherchons le plus petit plan d'expériences fractionnaire orthogonal vis-à-vis du modèle suivant :

	Y ~ = M	+ A	+ B	+ C	+ D	+ BC	+ CD
Niveaux		3	3	2	3	6	6
ddl	1	2	2	1	2	2	2

Les actions non disjointes de ce plan sont les suivantes : B et BC ; C et BC ; C et CD ; D et CD ; BC et CD.
Il faut donc assurer l'orthogonalité des autres actions.

Niveau		3	3	2	3	6	6
	actions	A	B	C	D	BC	CD
3	A						
3	B	9					
2	C	6	6				
3	D	9	9	6			
6	BC	18			18		
6	CD	18	18				

Le plan complet comporte 54 essais.
Le plus petit plan d'expériences orthogonal fractionnaire doit comporter 18 essais.
PPCM (6,9,18) = 18

Attention, cette condition n'est pas suffisante, il faudra vérifier la condition sur les degrés de liberté.

3.3 – Conditions sur les degrés de liberté

Le nombre de degrés de liberté d'un modèle indique le nombre de valeurs indépendantes qu'il est nécessaire de calculer pour modéliser le système.
Il est donc nécessaire de faire au moins autant d'essais qu'il y a de degré de liberté dans le modèle.

Le nombre minimal d'essais à réaliser est égal au nombre de degrés de liberté du modèle étudié

Application sur l'exemple :

	Y ~ = M	+ A	+ B	+ C	+ D	+ BC	+ CD
Niveaux		3	3	2	3	6	6
ddl	1	2	2	1	2	2	2

ddl du modèle = 12 → 12 essais au minimum

PPCM (6,9,18)
12 essais minimums
→ **Le plan fractionnaire comportera 18 essais.**

3.4 – Notions d'alias

Soit un plan d'expériences de 3 facteurs à 2 niveaux, le plan complet comporte 8 essais

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	2	2
3	1	1	2	1	2	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	1	2	2	1	2
6	2	2	1	1	2	2	1
7	2	1	2	2	1	2	1
8	2	2	2	1	1	1	2

Lorsque le plan est fractionné, des colonnes deviendront équivalentes, les actions correspondantes sont appelées des alias.

Plan fractionnaire comportant 4 essais :

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	2	2	2	2	1	1
6	2	2	1	1	2	2	1
7	2	1	2	2	1	2	1

Les colonnes A et BC, B et AC, C et AB sont identiques.

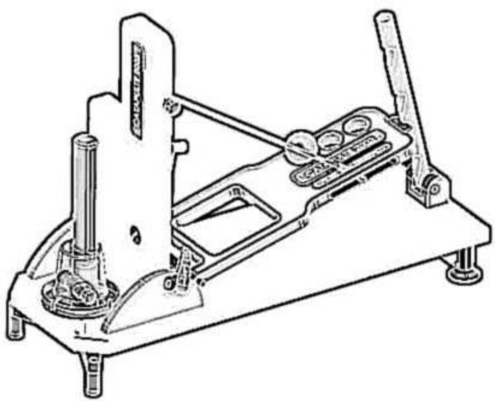
	A BC	B AC	C AB
1	1	1	1
4	1	2	2
6	2	2	1
7	2	1	2

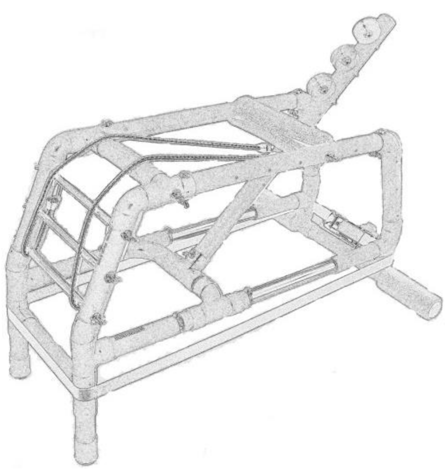
$$\left.\begin{array}{l}\text{A et BC}\\ \text{B et AC}\\ \text{C et AB}\end{array}\right\}\text{ sont des alias}$$

Dans le cas des alias, par exemple lorsqu'on calcule l'effet de A, en réalité on calcule les effets de A et BC combinés.
Le demi-plan nécessitera deux fois moins d'expériences, mais ce gain sera payé par des ambiguïtés dans l'estimation de certains effets d'actions aliasées.

PLANS D’EXPERIENCES

$2^{ème}$ partie : METHODE TAGUCHI





DOSSIER COURS

METHODE TAGUCHI

I. L'APPORT DE TAGUCHI

II. LES GRAPHES LINEAIRES DE TAGUCHI

2.1 – Représentation des facteurs

2.2 – Représentation des interactions

2.3 – Représentation d'un modèle

III. LES TABLES ORTHOGONALES DE TAGUCHI

3.1 – Les tables de TAGUCHI

3.2 – Les graphes associés

3.3 – Les triangles des interactions

IV. CONSTRUCTION D'UN PLAN A PARTIR DES TABLES DE TAGUCHI

4.1 – Définition du modèle

4.2 – Etablissement du graphe linéaire du modèle

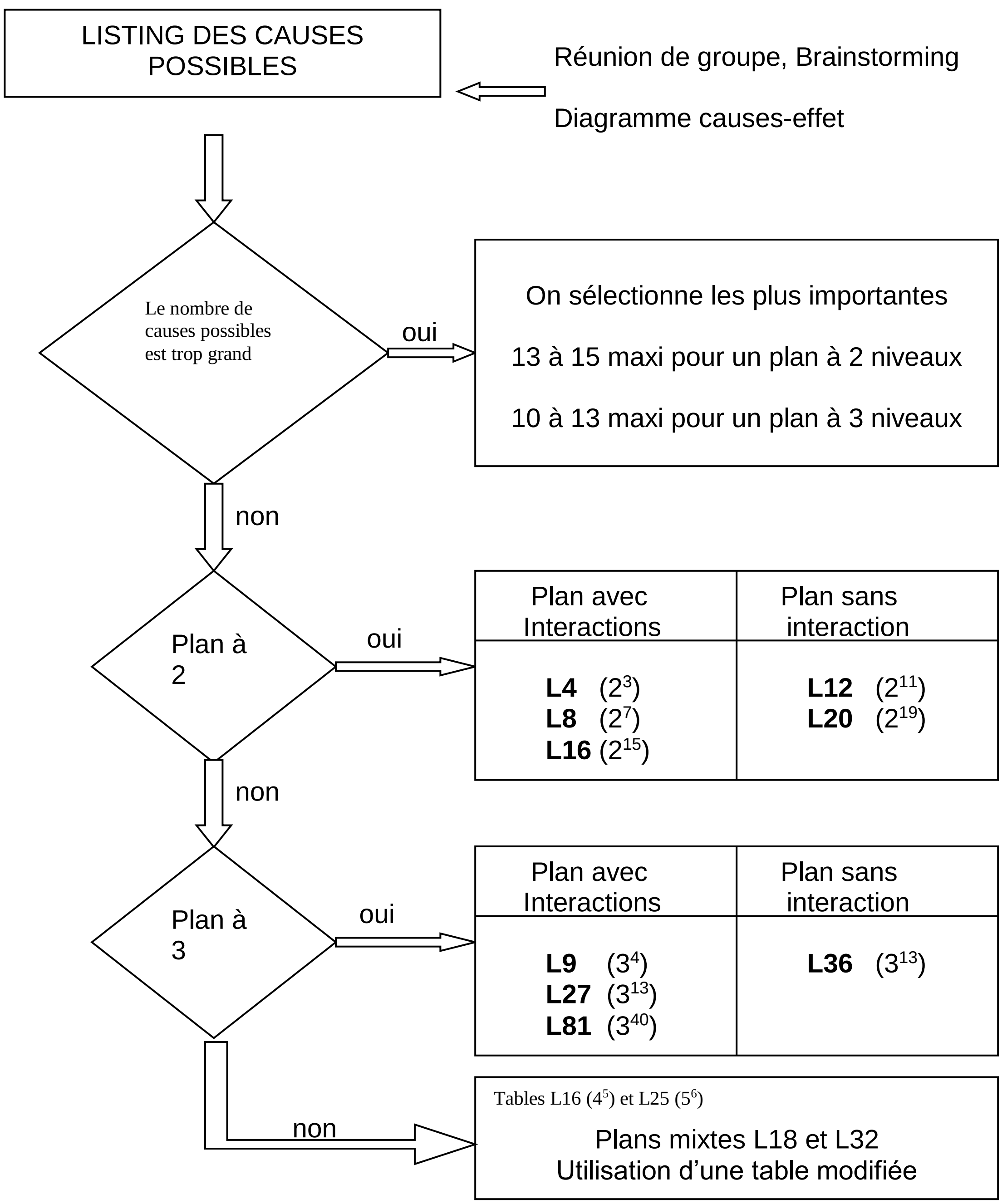
4.3 – Recherche de la table de TAGUCHI adaptée

4.4 – Affectation des facteurs et des interactions dans les colonnes

I. L’APPORT DE TAGUCHI

Le Docteur Genichi Taguchi a mis au point une méthode originale permettant, à partir de quelques tables standards, de résoudre assez facilement la plupart des problèmes industriels en matière de plans d’expériences.
Toutes les tables standards de Taguchi sont des tables orthogonales.Il suffit par rapport à l’étude du choix du plan fractionnaire de choisir une table standard de Taguchi.
Taguchi a considéré que les interactions d’ordre 2, c’est-à-dire entre deux facteurs, sont négligeables sauf quelques-unes parfaitement identifiées qui apparaitront dans le modèle.

METHODOLOGIE DE CHOIX D’UN PLAN DE TAGUCHI



II. LES GRAPHES LINEAIRES DE TAGUCHI

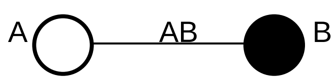
2.1 – Représentation des facteurs

La méthode de Taguchi est fondée sur une représentation graphique du modèle que l'on souhaite étudier. Dans cette représentation, les facteurs sont représentés par des ronds.
Taguchi distingue parmi les facteurs quatre groupes qui seront représentés de façon différente. Chaque groupe correspond à la difficulté de modifier le niveau des facteurs lors des expérimentations.

symbole	groupe	Difficulté de modification des niveaux
○	1	Difficile
◎	2	Assez difficile
◉	3	Assez facile
●	4	facile

2.2 – Représentation des interactions

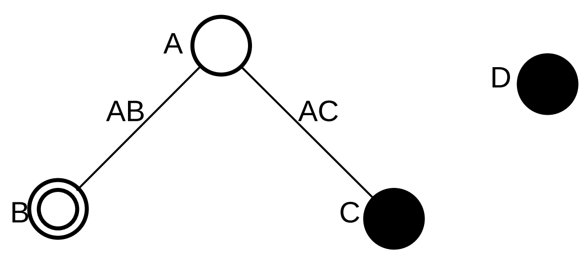
Les interactions entre deux facteurs seront représentées par un trait entre les deux ronds représentant les facteurs.
Ainsi, si on souhaite représenter une interaction entre un facteur A du groupe 1 et un facteur B du groupe 4, nous dessinerons :



2.3 – Représentation d'un modèle

Exemple : Y~ = M + A + B + C + D + AB + AC

Le facteur A étant du groupe 1, B du groupe 2, C et D du groupe 4



III. LES TABLES ORTHOGONALES DE TAGUCHI

Taguchi donne pour chaque table, où l'on peut étudier des interactions, un ou plusieurs graphes linéaires et un triangle des interactions.

3.1 – Les tables de TAGUCHI

Les tables orthogonales de Taguchi se présentent sous la forme d'une table orthogonale correspondant au plan d'expériences que l'on souhaite étudier.

Exemple de la table L_8 (2^7) : 8 lignes d'essais et 7 facteurs et/ou interactions étudiables à 2 niveaux.

Les facteurs à

N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
Groupe	1	2	2	3	3	3	3

Les lignes d'essai

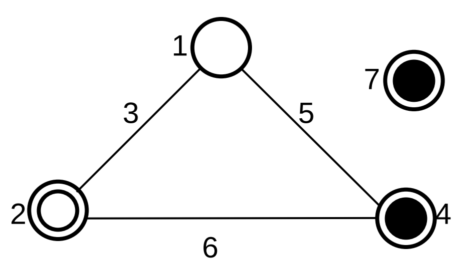
Les niveaux

Les groupes

On remarque que dans la colonne 1qui est du groupe 1, le niveau du facteur que l'on affecterait ne changerait qu'une fois. Il est évident qu'il faut affecter dans cette colonne un facteur difficile à modifier.
En l'absence d'interaction à étudier, on peut utiliser cette table pour un modèle à 7 facteurs de 2 niveaux.

3.2 – Les graphes associés

Les graphes de Taguchi permettent l'affectation des interactions dans les colonnes.
Exemple de la table L_8 : 2 graphes linéaires accompagnent la table.
Ces 2 graphes indiquent, sous forme graphique, les modèles que l'on peut étudier à partir de la table L_8.
Par exemple pour le premier graphe :



Le graphe correspond au modèle suivant :
$\tilde{Y} = M + A + B + C + D + AB + BC + AC$
à condition de placer :

- Le facteur A en colonne 1
- Le facteur B en colonne 2
- Le facteur C en colonne 4
- Le facteur D en colonne 7
- Les interactions AB, BC et AC seront respectivement en colonnes 3, 6 et 5.

On peut également casser un lien et affecter un facteur à la place d'une interaction mais ce facteur et l'interaction seront aliasés

3.3 – <u>Les triangles des interactions</u>

Les triangles des interactions indiquent dans quelles colonnes se trouvent les interactions entre deux facteurs placés chacun dans une colonne.
Ils permettent également de rechercher les alias lorsque les affectations des facteurs et des interactions ont été effectuées.

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(5)	3	2
					(6)	1

Si on affecte un facteur B en colonne 2 et un facteur D en colonne 4, alors l'interaction BD sera en colonne 6.
L'autre utilisation de ce triangle est de rechercher par exemple tous les 6 et de trouver les interactions correspondantes qui seront alors les alias de ce qu'on a réellement affecté en colonne 6 (BD).

IV. <u>CONSTRUCTION D'UN PLAN A PARTIR DES TABLES DE TAGUCHI</u>

4.1 – <u>Définition du modèle</u>

Il faut, avant de choisir un plan d'expériences, avoir analysé le problème et définir le modèle qu'on cherche à identifier. Le modèle dépend du nombre de facteurs du système et des interactions supposées non négligeables.

Exemple : 7 facteurs à 2 niveaux (A, B, C, D, E, Fet G) et 5 interactions (AB, AC, BC, AD et AE)

Facteurs	A	B	C	D	E	F	G
Niveaux	2	2	2	2	2	2	2
Groupe	1	2	3	4	4	4	4

Le modèle s'écrit donc : **Y~ =**

4.2 – <u>Etablissement du graphe linéaire du modèle</u>

4.3 – Recherche de la table de TAGUCHI adaptée

Plan à 2 niveaux avec interactions : nous pouvons choisir les tables L_4, L_8, L_{16}, L_{32}. Les 2 conditions, d'orthogonalité et sur les ddl, nous permettront de choisir la table adaptée au modèle.

$$\tilde{Y} = M + A + B + C + D + E + F + G + AB + AC + BC + AD + AE$$

	M	A	B	C	D	E	F	G	AB	AC	BC	AD	AE
Niveaux		2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4
ddl	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- Condition d'orthogonalité : PPCM (4, 8, 16)
- Condition sur les ddl : 13 ddl (13 essais minimum)

$\left.\right\}$ **Choix de la table L_{16}**

4.4 – Affectation des facteurs et des interactions dans les colonnes

Pour affecter une colonne à chaque facteur, il faut trouver un graphe linéaire proposé par Taguchi qui se superpose au graphe linéaire du modèle que l'on veut étudier.
Pour la table L_{16}, l'ASI (American Supplier Institude) a publié 18 graphes linéaires. Il faut donc rechercher parmi ceux-ci le graphe qui conviendrait le mieux à notre problème.

Graphe de notre modèle

Graphe de Taguchi

La superposition des graphes nous permet d'affecter les facteurs et interactions dans les colonnes suivantes :

Facteur															
Colonne	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2															
3															
…															

Pour le plan d'expériences, nous ne retiendrons que les colonnes utilisées par les facteurs et les interactions.

Table L_8 (2^7)

N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
	a	b	a b	c	a c	b c	a b c
Groupes	1	2		3			

Triangle des interactions entre deux colonnes

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(5)	3	2
					(6)	1

Graphes

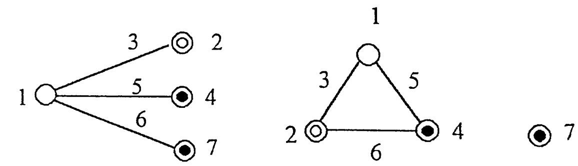


Table L_{16} (2^{15})

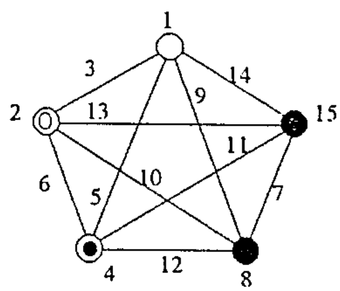
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
	a	b	a b	c	a c	b c	a b c	d	a d	b d	a b d	c d	a c d	b c d	a b c d
Groupe	1	2		3				4							

Table L_{16} - Triangle des interactions

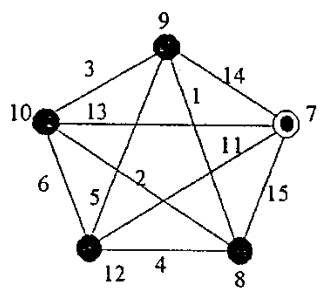
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14
(2)		1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
(3)			7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
(4)				1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
(5)					3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
(6)						1	14	15	12	13	10	11	8	9
(7)							15	14	13	12	11	10	9	8
(8)								1	2	3	4	5	6	7
(9)									3	2	5	4	7	6
(10)										1	6	7	4	5
(11)											7	6	5	4
(12)												1	2	3
(13)													3	2
(14)														1

Table L_{16} - Graphes de résolution V

(1a)



(1b)



(1c)

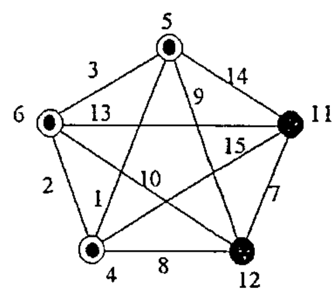
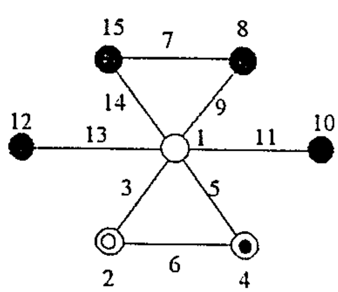
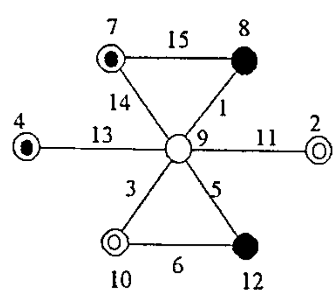


Table L_{16} - Graphes de résolution III

(2a)



(2b)



(2c)

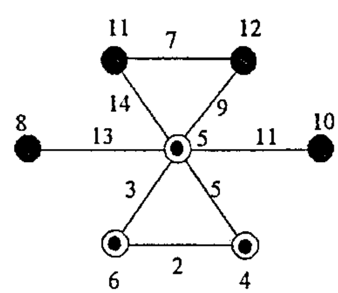


Table L_{16} - Graphes de résolution III (Suite)

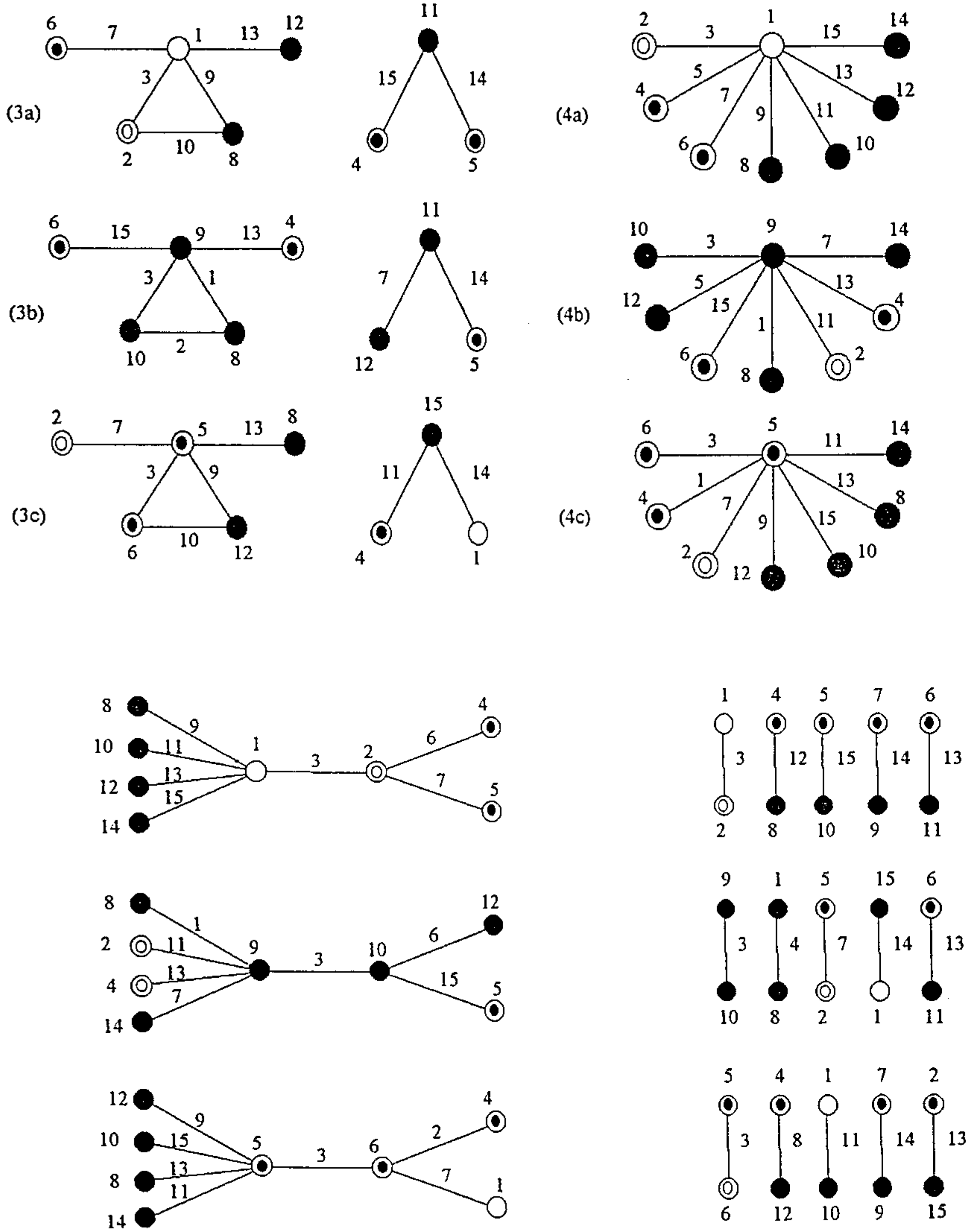
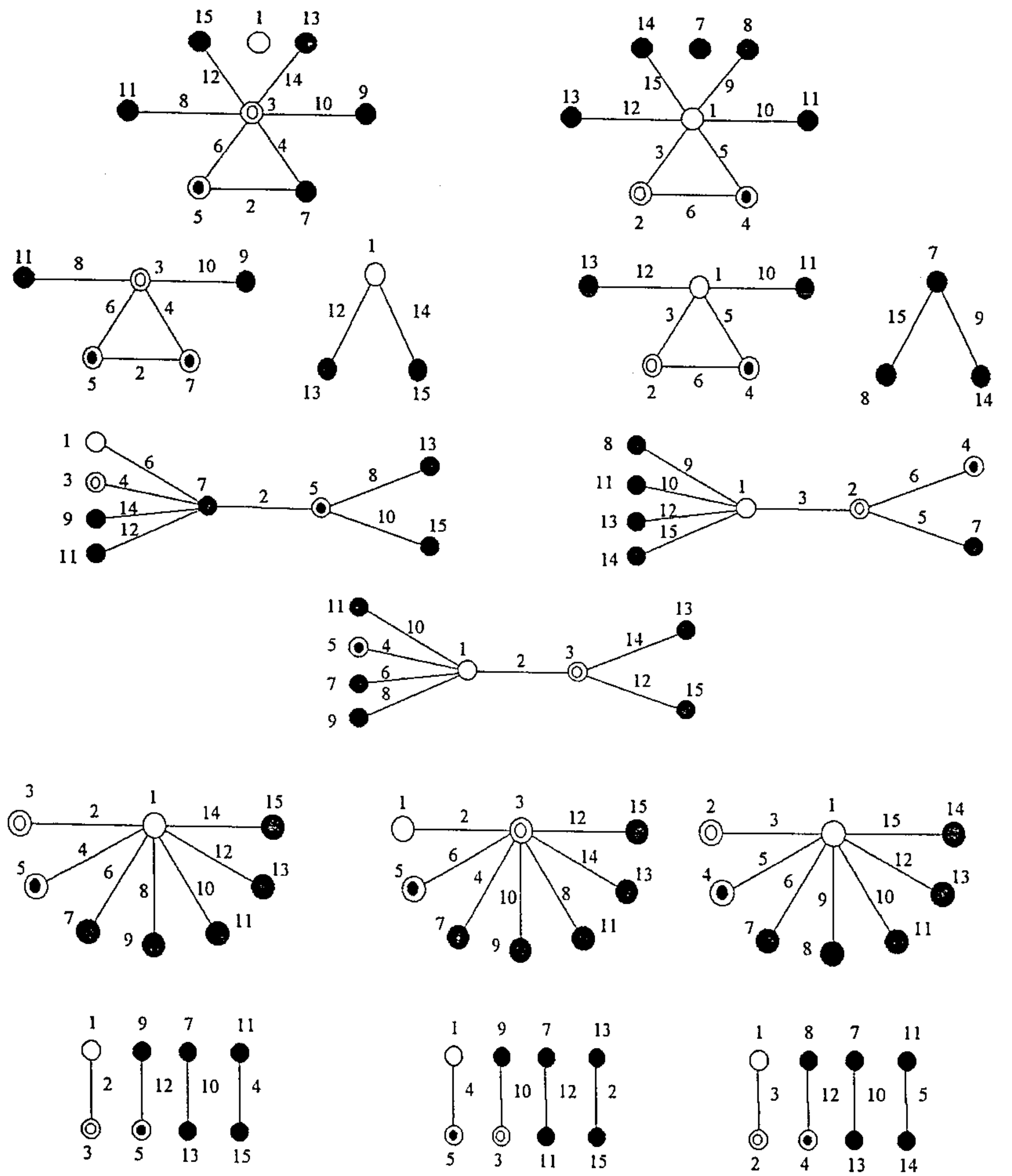
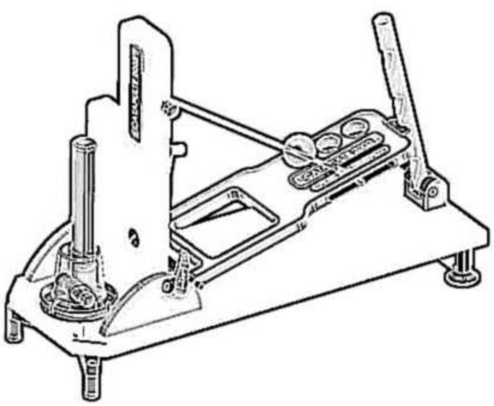


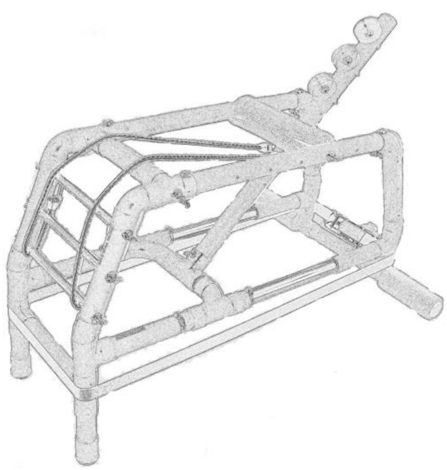
Table L_{16} - Graphes de résolution IV



PLANS D'EXPERIENCES

3ème partie : Approfondissements





DOSSIER COURS

MODULE 3 – APPROFONDISSEMENTS

I. L'ANALYSE DE LA VARIANCE

1.1 – But de l'analyse de la variance

1.2 – Démarche de calcul sur un exemple

1.3 – La contribution

II. LE RAPPORT SIGNAL/BRUIT

2.1 – La fonction perte de Taguchi

2.2 – Notion de robustesse

2.3 – Rapport Signal/Bruit

III. LES PLANS PRODUITS

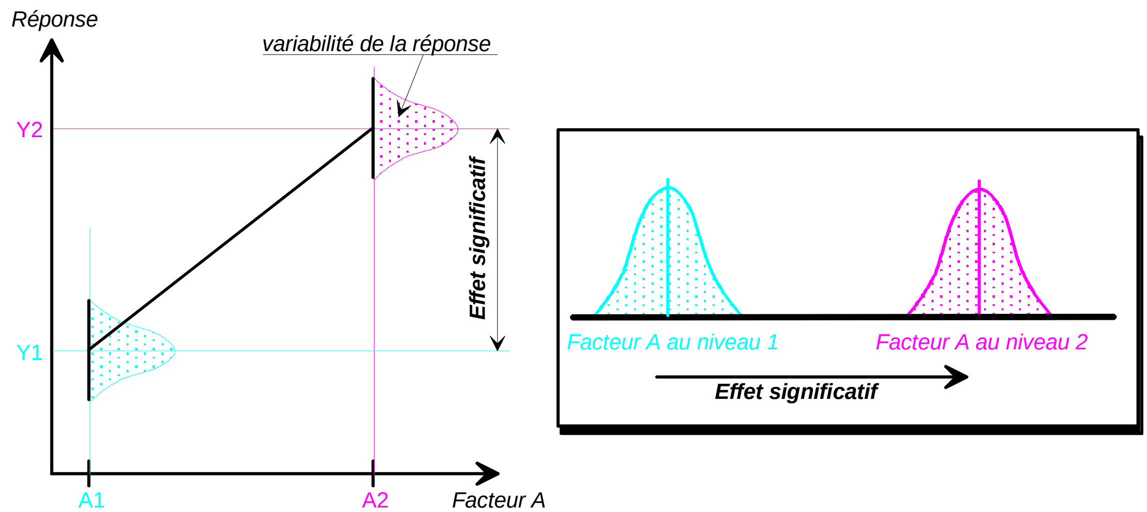
3.1 – Construction et analyse

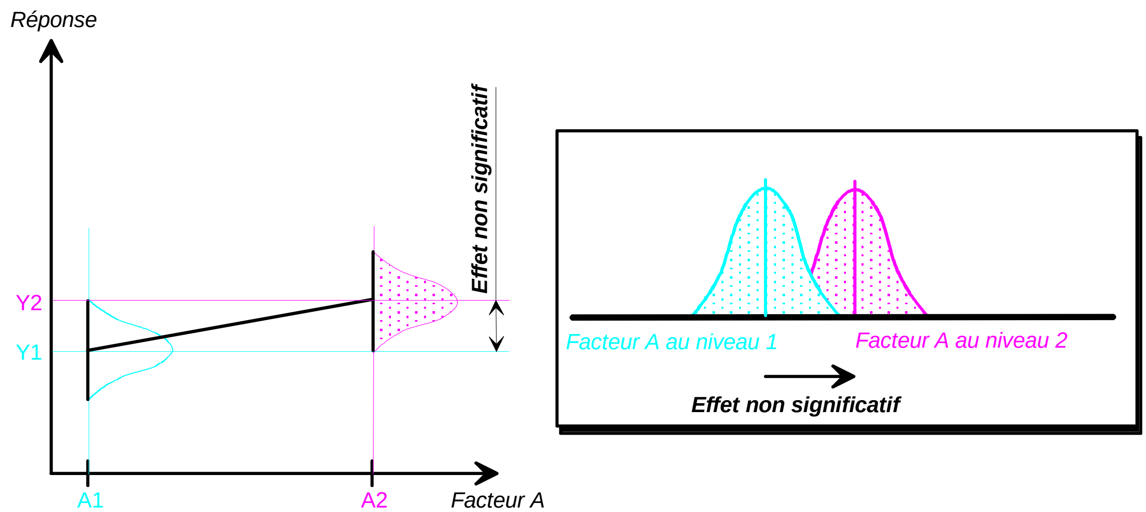
IV. ETUDE COMPLETE DES ALIAS

I. L'ANALYSE DE LA VARIANCE

1.1 – But de l'analyse de la variance

Réalisons un plan d'expériences, pour lequel les réponses ne dépendent pas des facteurs étudiés, mais suivent la répartition d'une loi de GAUSS.
Dans ce cas, le calcul des effets par la méthode traditionnelle donnerait malgré cela des effets non nuls.
Il nous faut être capable de déterminer si ces effets sont significatifs ou si ces effets ne sont que la manifestation de la variabilité du système due aux facteurs non contrôlés.
Soit un système avec un seul facteur contrôlé A ; l'hypothèse H_0, appelée hypothèse nulle, consiste à vérifier l'absence d'influence d'un facteur, contre l'hypothèse H_1, hypothèse alternative.
Dans la figure 1, l'effet du facteur est significatif. L'écart observé lorsqu'on change le niveau de A est significativement différent de la dispersion résiduelle.
Dans la figure 2, il n'est pas évident que l'écart observé soit le fait du changement de niveau du facteur A.
L'analyse de la variance consiste à comparer la variance de chaque facteur avec la variance résiduelle grâce au test de SNEDECOR.





1.2 – Démarche de calcul sur un exemple

Soit un plan d'expériences comprenant 6 facteurs et 1 interaction réalisé avec une L_8

	A	B	C	D	E	BD	G	Y1	Y2
1	1	1	1	1	1	1	1	5.82	6.6
2	1	1	1	2	2	2	2	5.58	5.84
3	1	2	2	1	1	2	2	7.48	8.32
4	1	2	2	2	2	1	1	10	10
5	2	1	2	1	2	1	2	6.37	4.55
6	2	1	2	2	1	2	1	5.55	4.1
7	2	2	1	1	2	2	1	10	10
8	2	2	1	2	1	1	2	8.3	8.1

Calcul de la moyenne des 16 résultats : $\mathbf{\overline{Y} = 7.288}$

ETUDE POUR LE FACTEUR B
(une étude identique doit être menée pour chaque facteur et interaction)

- **Calcul des moyennes des réponses de B**

  Moyenne des réponses lorsque B est au niveau 1 : B1 = 5.55
  Moyenne des réponses lorsque B est au niveau 2 : B2 =

- **Calcul de SCE de B** (Somme des Carrés des Ecarts représentant la dispersion due aux effets moyens des facteurs sur la moyenne)

$$\boxed{\begin{aligned} SCE_B &= [(B1 - \overline{Y})^2 + (B2 - \overline{Y})^2].\ N / nb \\ &= (E_{B1}^2 + E_{B2}^2).\ N / nb \end{aligned}}$$

N : Nombre total d'essais
nb : nombre de niveaux de B

$\Rightarrow$ SCE_B =

- **Calcul de la variance**

$$\boxed{\text{Variance} = \frac{SCE}{ddl}}$$

$\Rightarrow$ Variance de B =

- **Calcul de SCE $_{total}$** (représentant la dispersion totale)

$$\boxed{SCE_{total} = \sum (Y_i - \overline{Y})^2}$$

$\Rightarrow$ $SCE_{total} = (5.82 - 7.288)^2 + (6.6 - 7.288)^2 + \ldots$
$= 61.371$

- **Calcul du ddl $_{total}$**

$$\boxed{ddl_{total} = N - 1}$$

$\Rightarrow$ ddl_{total} =

- **Calcul du résidu** (le résidu est la dispersion qui ne provient pas des effets moyens des facteurs et interactions étudiés)

$$\boxed{\mathbf{SCE_{résidu} = SCE_{total} - \sum SCE_{(facteurs\ et\ interactions)}}}$$

$SCE_{résidu} = SCE_{total} - SCE_A - SCE_B - SCE_C - SCE_D - SCE_E - SCE_G - SCE_{BD}$

$= 61.371 - 0.446 - 48.268 - 0.936 - 0.174 - 4.07 - 3.544 - 0.515$
$= 3.418$

$$\boxed{\mathbf{ddl_{résidu} = ddl_{total} - \sum ddl_{(facteurs\ et\ interactions)}}} \Longrightarrow \quad ddl_{résidu} =$$

Variance résiduelle = $\mathbf{VAR_{résidu}}$ **=**

- **F calculé** (rapport établi entre la variance de chaque facteur et la variance résiduelle)

$$\boxed{\mathbf{F\ calculé} = \frac{\mathbf{VAR_{facteur}}}{\mathbf{VAR_{résidu}}}} \Longrightarrow \quad \text{pour B, F calculé} =$$

- **F théorique ou F table**

Le test de SNEDECOR consiste à comparer F calculé à F table, valeur trouvée dans le tableau de la loi F (table de SNEDECOR).

F théorique est fonction :

- **Du ddl du facteur noté ν1** (au numérateur) et **du ddl de la résiduelle noté ν2** (au dénominateur)
- **Du risque α choisi** (souvent de 5 %, p = 0.95) ; risque de ne pas conclure que l'hypothèse nulle H0 est vérifiée alors qu'elle l'est.

Pour B : ν1 = ν2 = F(1, 8 ; 5%) =

- **Conclusion**

Si F calculé > F théorique, le facteur est significatif donc influent

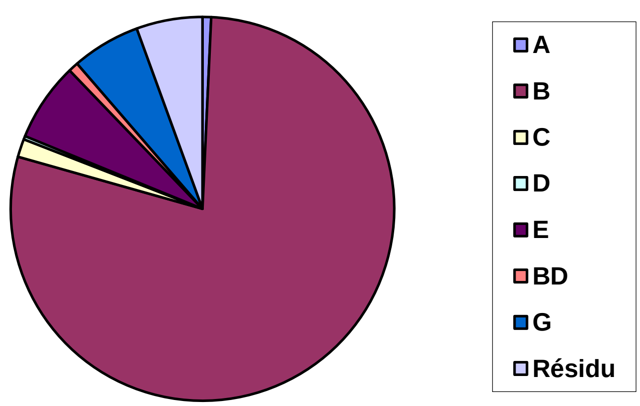
Si F calculé < F théorique, le facteur n'est pas significatif

- **Tableau récapitulatif d'analyse de la variance pour notre exemple**

Facteurs	SCE	ddl	Variances	F calculé	F table	significatif
A	0.446	1	0.446	1.04	5.32	Non
B	48.268	1	48.268	112.96	5.32	Oui
C	0.936	1	0.936	2.19	5.32	Non
D	0.174	1	0.174	0.41	5.32	Non
E	4.070	1	4.070	9.53	5.32	Oui
BD	0.515	1	0.515	1.2	5.32	Non
G	3.544	1	3.544	8.29	5.32	Oui
Résidu	3.418	8	0.427			
total	61.371	15	4.091			

Les facteurs B, E et G sont significatifs.

1.3 – La contribution



Contribution de chaque facteur en % sur la SCE

- La résiduelle est très petite < 15 %
- Le facteur B est très influent
- Le plan est une réussite
- Il faut maintenant réaliser des essais de confirmation en fonction de l'objectif

Tableau d'analyse de la variance

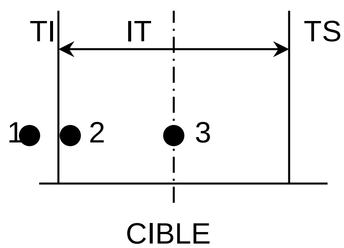
Facteurs	Somme des carrés des écarts (SCE)	ddl	Variances	F calculé	F table	Significatif Fcal > Ftable
A	$SCE_A = \frac{N \Sigma E_A^2}{n_A}$	$n_A - 1$	$V_A = \frac{SCE_A}{n_A - 1}$	$\frac{V_A}{V_R}$	$v1 = n_A - 1$ $v2 = ddl_R$	Oui / Non
AB	$SCE_{AB} = \frac{N \Sigma I_{AB}^2}{n_A n_B}$	$(n_A - 1)(n_B - 1)$	$V_{AB} = \frac{SCE_{AB}}{ddl_{AB}}$	$\frac{V_{AB}}{V_R}$	$v1 = ddl_{AB}$ $(n_A - 1)(n_B - 1)$ $v2 = ddl_R$	Oui / Non
Résiduelle	$SCE_R = \Sigma r^2$ $= SCE_T - \Sigma SCE$	$([N-1] - \Sigma ddl)$	$V_R = \frac{SCE_R}{ddl_R}$			
Total	$SCE_T = \Sigma (Y_i - \overline{Y})^2$	$N - 1$				

N : Nombre d'essais
n_A : nombre de niveaux du facteur A
E_A : Effet du facteur A
I_{AB}: Effet de l'interaction AB
r : résidus
$v1$: premier degré de liberté pour la table de Fisher-Snedecor
$v2$: second degré de liberté pour la table de Fisher-Snedecor
V_A : Variance des effets de A

II. LE RAPPORT SIGNAL/BRUIT

2.1 – La fonction perte de Taguchi

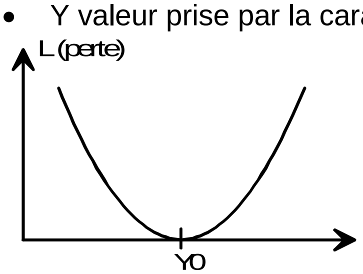
La fonction perte permet une analyse économique de la perte subie par l'entreprise en cas de non-qualité et plus particulièrement d'écart par rapport à la valeur nominale.
En général, nous considérons qu'une pièce est bonne à l'intérieur des tolérances, mauvaise à l'extérieur, sans différence de nuance. Pourtant, il est intéressant de chiffrer la différence des pièces à l'intérieur de la tolérance en terme de coût de non-qualité.



La pièce n°3 permettra un fonctionnement parfait et n'engendrera pas de coût de non-qualité. Il n'en est pas de même pour la pièce n°2. Nous considérons que la pièce n°2 est classée avec la pièce n°3 dans les pièces bonnes, alors qu'à l'évidence elle est beaucoup plus proche de la pièce n°1.
La perte due à l'écart d'une caractéristique par rapport à une valeur cible n'est pas nulle à l'intérieur de la tolérance.
Taguchi définit la fonction perte comme étant une fonction du second degré dans le cas où la caractéristique devrait suivre une nominale (ou valeur cible).

Fonction perte dans le cas d'un optimum : $\boxed{L(Y) = K({\sigma_{n-1}}^2 + (\bar{Y} - Y_N)^2)}$

- K une constante qui dépend du problème posé
- Y_0 valeur cible recherchée
- Y valeur prise par la caractéristique



La perte est nulle pour Y = Y_0

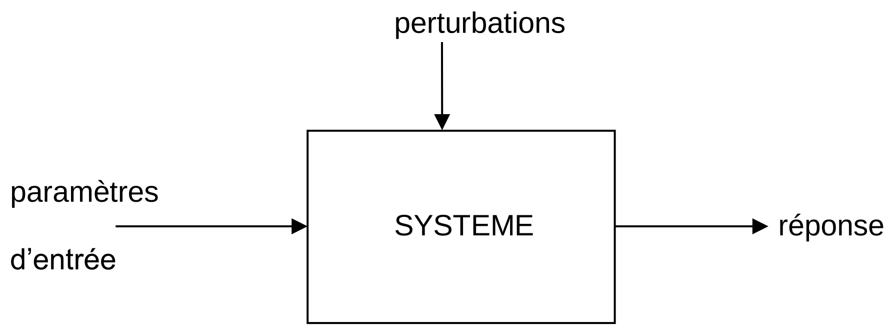
Connaissant la valeur d'une caractéristique, il est possible, grâce à cette fonction perte, de chiffrer le coût de non-qualité.
La fonction perte ne possédant qu'une inconnue (K), son calcul est possible dès que l'on connaît un point sur la courbe.

Fonction perte dans le cas d'un minimum : $\boxed{L(Y) = K({\sigma_{n-1}}^2 + \bar{Y}^2)}$

Fonction perte dans le cas où l'optimum serait un maximum :

$$\boxed{L(Y) = K\frac{1}{\bar{Y}^2}\left(1 + 3\frac{{\sigma_{n-1}}^2}{\bar{Y}^2}\right)}$$

2.2 – Notion de robustesse



TAGUCHI appelle ces perturbations des bruits

Ces bruits peuvent se partager en trois types principaux :

- Les bruits intérieurs : il s'agit des variations dues à l'utilisation du système telles que l'usure, le déréglage, …
- Les bruits extérieurs : il s'agit des perturbations indépendantes du système telles que la température, l'hygrométrie, les vibrations, …
- Les bruits entre produits : ces bruits correspondent aux différences qui existent entre deux produits d'une même production dues aux dispersions d'usinage par exemple.

Un produit sera robuste si sa qualité n'est pas remise en question par des facteurs extérieurs non contrôlés (les bruits).
Il n'est pas suffisant qu'un système fonctionne bien en laboratoire, il faut qu'il fonctionne bien dans un environnement bruité qui sera le sien lors de son utilisation quotidienne.
La robustesse d'un système est donc un élément clé de sa qualité. Elle se caractérise par la dispersion du système. Elle est directement liée aux indices de capabilité (Cm, Cp).

2.3 – Rapport Signal / Bruit

Le rapport Signal / Bruit établit un rapport entre le signal (la moyenne de la réponse) et le bruit (la dispersion de la réponse en fonction du bruit).La double optimisation consiste à positionner la réponse à la valeur souhaitée, en faisant en sorte que les dispersions autour de cette valeur soit les plus faibles possible.

- **Ce rapport sera optimum lorsque la perte engendrée sera minimum**
- **Plus le rapport Signal / Bruit est grand, plus le système est insensible aux bruits et donc robuste**
- **La meilleure solution est celle qui rend maximum le rapport S / B**

Le rapport Signal / Bruit est une mesure objective de la qualité qui prend en compte la moyenne d'une part et la dispersion d'autre part.

Le calcul de ce rapport dépend de l'objectif recherché :

critère ciblé

$$\boxed{S/N(dB) = 10\log\left(\frac{\bar{Y}^2}{s^2} - \frac{1}{N}\right)}$$

critère à minimiser

$$\boxed{S/N(dB) = -10\log(s^2 + \bar{Y}^2)}$$

critère à maximiser

$$\boxed{S/N(dB) = -10\log\left[\left(\frac{1}{\bar{Y}^2}\right)\left(1 + 3\frac{s^2}{\bar{Y}^2}\right)\right]}$$

On calcule donc le rapport Signal / Bruit pour chaque ligne d'essai de la table de Taguchi en fonction de l'objectif visé.
Pour la réponse S/B, on calcule les effets des facteurs et interactions puis on réalise la modélisation matricielle.
Pour optimiser le système en Signal / Bruit, il faut positionner les facteurs et interactions pour que la réponse soit la plus élevée possible.

III. <u>LES PLANS PRODUITS</u>

3.1 – Construction et analyse

Pour étudier la sensibilité d'un système à des facteurs bruits bien spécifiés, Taguchi propose une configuration bien particulière des plans d'expériences : les plans produits.
L'étude d'un plan produit n'a pas pour objectif de déterminer quels sont les bruits les plus favorables, mais de fixer les niveaux des facteurs contrôlés pour que le produit ou le processus soit le moins sensible à ces bruits.

Dans le plan produit, on fait figurer à la fois :

- Les facteurs contrôlés, ceux qui pilotent le système

- Les facteurs bruits, ceux que subit le système

On choisit une table pour le plan principal et une table pour le plan bruit :

- Plan principal par exemple L_8
- Plan bruit par exemple L_4

Le plan produit s'écrit donc :

				1	**2**	**3**	**4**			
			R	1	1	2	2			
			S	1	2	1	2			
			T	1	2	2	1			
	A	**B**	**C**					$\bar{Y}$	s^2	**S / B**
1	1	1	1							
2	1	1	2							
3	1	2	1							
4	1	2	2							
5	2	1	1		Y_{52}					
6	2	1	2							
7	2	2	1							
8	2	2	2							
Moyennes										

Y_{52} : réponse du système lorsque A = 2, B = 1, C = 1, R = 1, S = 2 et T = 2

On s'aperçoit qu'un plan produit revient à étudier toutes les interactions entre les facteurs principaux et les facteurs bruits.
Si une configuration de facteurs principaux est sensible aux bruits, les réponses de la ligne correspondante auront une variance très forte. Par contre, si une configuration est très robuste aux bruits, les réponses de la ligne auront une variance faible.

L'analyse d'un plan produit comportera une analyse normale (en fonction de l'objectif) et une analyse Signal / Bruit.
L'inconvénient de ce type de plan est le nombre élevé d'expériences et impose de « contrôler » les bruits.

IV. <u>ETUDE COMPLETE DES ALIAS</u>

Soit le modèle : Y~ = M + A + B + C + D + E + F

Tous les facteurs ont deux niveaux, toutes les interactions sont supposées négligeables.
La table utilisée sera la table L_8 de TAGUCHI.
L'affectation des facteurs dans la table sera la suivante :

Facteurs	A	B	C	D	E	F
Colonnes	1	2	3	4	5	6

D'après le triangle des interactions de la table L_8 :

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(6)	3	2
					(6)	1

On peut déduire la table des alias :

FACTEURS	ALIAS
A	BC DE
B	
C	
D	
E	
F	

Conclusion :

Choix d'affectation des colonnes

Pour la construction des plans d'expériences, Taguchi fait l'hypothèse que les effets des interactions sont nuls sauf ceux de certaines parfaitement identifiées.
En réalité, il est souvent difficile, lors de la recherche des facteurs et interactions, de prédire les interactions influentes.
Quelquefois, le modèle choisi n'est pas le bon :

- des interactions influentes n'ont pas été prises en compte
- des facteurs ou interactions sont aliasées avec des interactions

Afin d'éviter ce dernier point, l'objectif sera de choisir l'affectation des facteurs et interactions pour déterminer les effets des facteurs sans ambiguïté.
On prendra des plans d'expériences de résolution 4 :

- les effets des facteurs (ordre 1) seront aliasés avec des actions d'ordre 3 (du type A B C) considérées comme négligeables (1 + 3 = 4)
- les interactions d'ordre 2 seront aliasées entre elles (2 + 2 = 4)

Exemple sur la table L_{16}

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
	a	b	a	c	a	b	a	d	a	b	a	c	a	b	a
			b		c	c	b		d	d	b	d	c	c	b
							c				d		d	d	c
															d

Les petites lettres en bas de la table indiquent comment sont obtenues les colonnes.
La colonne « abcd » correspond au plan complet 2^4
Les autres colonnes sont des combinaisons des colonnes « a » « b » « c » « d ». Par exemple, la colonne 3 est le « produit » des colonnes 1 et 2 ; la colonne 15 le produit des colonnes 1-2-4-8.
Comment choisir un plan de résolution 4 avec la table L_{16} ?
On choisira pour les facteurs les colonnes « a » (1), « b » (2), « c » (4), « d » (8) et les produits de 3 colonnes « abc » (7), « abd » (11), « acd » (13), « bcd » (14),« abcd » (15)
Un plan de résolution 4 pour la table L_{16} permet d'étudier 9 facteurs à 2 niveaux sans ambiguïté.

Notes Personnelles :