

“Давайте посчитаем”: рассуждения и вычисления в математике и за ее пределами

Андрей Родин

Европейский Университет в Санкт-Петербурге

29 июля 2026

- 1 Calculus!
- 2 Вычисления
- 3 Рассуждения
- 4 Современность
 - Теория
 - Практика

Г.В. Лейбниц, О символическом искусстве совершенствования наук, основанных на разуме (1688)

(G. W. Leibniz, De arte characteristica ad perficiendas scientias
ratione nitentes (1688), AA VI, Bd.4A, S.909-915.)

Г.В. Лейбниц, О символическом искусстве совершенствования наук, основанных на разуме (1688)

(G. W. Leibniz, De arte characteristica ad perficiendas scientias
ratione nitentes (1688), AA VI, Bd.4A, S.909-915.)

Я думаю, что споры [между людьми по любым предметам]
никогда не будут разрешены [...], пока мы не перейдем от
сложных рассуждений к простым расчетам, и от слов с
неясным и неопределенным смыслом к строго определенным
символам.

Calculus! Г.В. Лейбниц 1688

Я думаю, что споры [между людьми по любым предметам] никогда не будут разрешены [...], пока мы не перейдем от сложных рассуждений к простым расчетам, и от слов с неясным и неопределенным смыслом к строго определенным символам.

Цель [логической реформы] должна заключаться в том, чтобы любая ошибка [в аргументах] стала не более чем ошибкой в расчетах.

Calculus! Г.В. Лейбниц 1688

Я думаю, что споры [между людьми по любым предметам] никогда не будут разрешены [...], пока мы не перейдем от сложных рассуждений к простым расчетам, и от слов с неясным и неопределенным смыслом к строго определенным символам.

Цель [логической реформы] должна заключаться в том, чтобы любая ошибка [в аргументах] стала не более чем ошибкой в расчетах.

Когда это будет достигнуто, то при возникновении философских споров, как и в случае денежных споров, будет достаточно взять стилосы в руки, взяться за абаки [русские счеты] и сказать друг другу (взяв третье лицо в качестве свидетеля, если в этом будет необходимость): **Давайте посчитаем. ...**

Characteristica Universalis: Г.В. Лейбниц 1688

Если бы мы могли найти точный язык ... или по крайней мере способ истинно философского письма, в котором фундаментальные понятия были бы представлены в виде алфавита человеческой мысли, то все, что можно получить на основе этих понятий с помощью рассуждений, можно было бы также получить с помощью вычислений подобных тем, к которым прибегают при решении арифметических и геометрических задач.

Calculus! Г.В. Лейбниц 1688

Sed ut redeam ad expressionem cogitationum per characteres, ita sentio nunquam temere controversias finiri neque sectis silentium imponi posse, nisi a ratiocinationibus complicatis ad calculos simplices, a vocabulis vagae incertaeque significationis ad characteres determinatos revocemur. Id scilicet efficiendum est, ut omnis paralogismus nihil aliud sit quam error calculi. Quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo (accito si placet amico) dicere: **calculus**. . . . Si daretur vel lingua a quaedam exacta (qualem quidam Adamicam vocant) vel saltem genus Scripturae vere philosophicae, qua notiones revocarentur ad Alphabetum quoddam cogitationum humanarum, omnia quae ex datis ratione assequi licet, inveniri possent, quodam genere calculi, perinde ac resolvuntur problemata Arithmeticae aut Geometriae.

- 1 Calculus!
- 2 **Вычисления**
- 3 Рассуждения
- 4 Современность
 - Теория
 - Практика

Вычисления в эпоху палеолита:



Рис.: Кость с насечками, найденная в 1973 году на палеолитической стоянке в горах Лебомбо (Южная Африка), возраст находки 42– 43 тысячи лет.

Вычисления в эпоху палеолита:

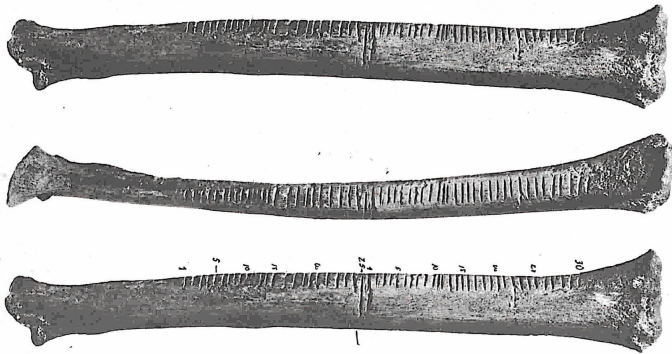


Рис.: Волчья кость с насечками, найденная в 1936 году на на палеолитической стоянке около деревни Долна Вестонице (Чехия) в трех разных ракурсах, возраст находки около 30 тысяч лет.

Вычисления в эпоху **неолита**:



Рис.: Счетные токены эпохи неолита, возраст находок 11-12 тысяч лет; территория Шумерского царства

Takeaway:

Вычислительные практики с использованием материальных носителей возникли в человеческой истории задолго до рождения письменности (как графической записи устной речи), которое случилось ок. 5 тысяч лет назад в Месопотамии.

Takeaway:

Вычислительные практики с использованием материальных носителей возникли в человеческой истории задолго до рождения письменности (как графической записи устной речи), которое случилось ок. 5 тысяч лет назад в Месопотамии.

Существует гипотеза, согласно которой счетные практики сыграли ключевую роль в изобретении письменности (Schmandt-Besserat).

Вычисление или рассуждение? Роль естественного языка.

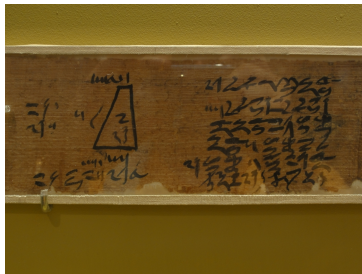


Рис.: Фотография фрагмента Московского папируса (колонки 28-29), содержащего задачу о нахождении объема усеченной квадратной пирамиды. Возраст папируса составляет около 4000 лет. Папирус хранится в Москве в Музее Изыщных Искусств им. Пушкина.

Расшифровка Московского папируса (колонки 28 и 29)

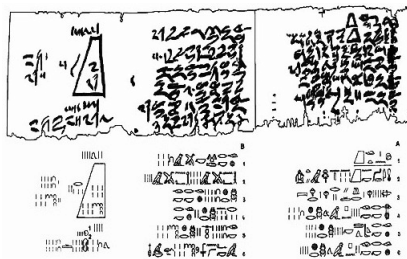


Рис.: Вертикальная черта означает единицу, символ $\cap$ означает десятку, символ, похожий на горизонтально расположенную выпуклую линзу, означает деление.

Перевод Московского папируса (колонки 28 и 29)

Если тебе дадут усеченную пирамиду шести локтей в высоту, 4 локтя в нижней грани, 2 [локтя] в верхней грани, вычисляй с [числом] 4, возводя его в квадрат. Получается 16. Удвой 4, получается 8. Вычисляй с [числом] 2, возводя его в квадрат; получается 4. Сложи эти 16 с этими 8 и с этими 4; получается 28. Вычисли $\frac{1}{3}$ от 6; получается 2. Умножь 28 на 2; получается 56. Смотри: [объем] пирамиды 56. Ты нашел [искомую величину] правильно.

Комментарий на решение задачи о нахождении объема усеченной квадратной пирамиды в Московском папирусе

Решение этой задачи, которое мы находим в Московском папирусе, соответствует формуле

$$\frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$$

где a - длина ребра нижнего основания, b - длина ребра верхнего основания и h - высота пирамиды.

Комментарий на решение задачи о нахождении объема усеченной квадратной пирамиды в Московском папирусе

Решение этой задачи, которое мы находим в Московском папирусе, соответствует формуле

$$\frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$$

где a - длина ребра нижнего основания, b - длина ребра верхнего основания и h - высота пирамиды.

Это решение является точным. Вопрос о том, каким образом оно могло быть найдено египетскими математиками, остается открытым, хотя по этому поводу существует много гипотез. Дальнейший прогресс в этом вопросе возможен только в результате новых археологических находок.

- 1 Calculus!
- 2 Вычисления
- 3 Рассуждения
- 4 Современность
 - Теория
 - Практика

Математическое доказательство: пример

Евклид, *Начала*, кн. 9, пред. 20 (3 век до н.э.):

Theorem

Не существует наибольшего простого числа.

Доказательство.

Рассуждаем от противного. Пусть $p_1, p_2, \dots, p_N$ - полный список простых чисел упорядоченных по возрастанию (тогда p_N будет наибольшим). Рассмотрим число $r := p_1 \times p_2 \times \dots \times p_N + 1$. Поскольку r не делится ни на одно из чисел p_i , оно тоже простое. При этом $r > p_N$.
Противоречие. □

Комментарии:

- Логический: В приведенном доказательстве используется правило вывода, согласно которому вывод противоречия из предложения P влечет отрицание предложения P , в символах $\neg P$

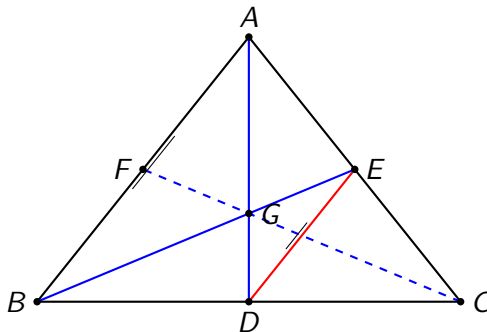
Комментарии:

- Логический: В приведенном доказательстве используется правило вывода, согласно которому вывод противоречия из предложения P влечет отрицание предложения P , в символах $\neg P$
- Исторический: Подобный тип математики, в котором рассуждения и доказательства играют существенную роль, появился в античной Греции в 6-5 веках до н.э. До сих пор дебатруется вопрос было ли это уникальным событием в мировой истории (т.н. “греческое чудо” по словам французского писателя 19 века Поля Ренана), или подобного рода математика также появлялась в других культурных и исторических ареалах независимо. Я склоняюсь к последней точке зрения.

Теорема о медианах

Theorem

Медианы любого треугольника пересекаются в одной точке (см. рис.).

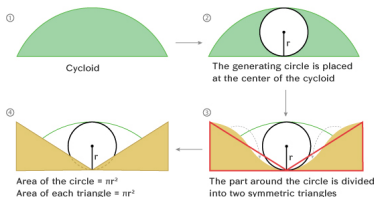


Теорема о медианах: эмпирическая проверка

Эмпирическая проверка может быть полезна, но она не может заменить математическое доказательство. Ср. случай циклоиды.

Area of a Cycloid

MATH
WORKS



$$\begin{aligned}\text{Area of Cycloid} &= \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 \\ &= 3\pi r^2\end{aligned}$$

here,
 r = radius of the generating circle

Рис.: Вычисление площади под циклоидой: Галилео Галилей с. 1600 и Евангелисто Торичелли 1644

Теорема о медианах: классическое доказательство 1

Отрезок соединяющий середины сторон AC и BC параллелен стороне AB (теорема Фалеса)

$$DE \parallel AB \quad \text{и} \quad DE = \frac{1}{2}AB.$$

Теорема о медианах: классическое доказательство 2

Поскольку $DE \parallel AB$, внутренние накрест лежащие углы равны:

$$\angle GDE = \angle GAB, \quad \angle GED = \angle GBA.$$

Следовательно треугольники GDE и GAB подобны (по трем углам):

$$\triangle GDE \sim \triangle GAB.$$

Теорема о медианах: классическое доказательство 3

Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{BG}{GE} = \frac{AG}{GD} = \frac{AB}{DE}.$$

и

$$DE = \frac{1}{2}AB,$$

то есть

$$\frac{AB}{DE} = 2.$$

Теорема о медианах: классическое доказательство 4

аналогичным образом

$$\frac{BG}{GE} = 2 \implies BG = 2GE,$$

и

$$\frac{AG}{GD} = 2 \implies AG = 2GD.$$

Теорема о медианах: классическое доказательство 5

Следовательно точка G делит обе медианы в отношении $2:1$:

$$AG : GD = BG : GE = 2 : 1.$$

Теорема о медианах: классическое доказательство 6

Предыдущее рассуждение применимо к любой паре медиан: точка пересечения делит каждую медиану любой пары в одном и том же отношении. Следовательно все медианы пересекаются в одной и той же точке. $\square$

Теорема о медианах: формализация 1

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{AB} := \mathbf{a} \\ \vec{BC} := \mathbf{b} \\ \vec{CA} := \mathbf{c} \\ \vec{AD} := \mathbf{d} \\ \vec{CF} := \mathbf{e} \end{array} \right.$$

Теорема о медианах: формализация 2

$$\begin{cases} \vec{AG} = t\vec{d} \\ \vec{CG} = s\vec{e} \\ s, t \in (0; 1)_{\mathbb{R}} \end{cases}$$

Теорема о медианах: формализация 3

$$\begin{cases} \mathbf{a + b + c = 0} \\ \mathbf{a + \frac{b}{2} = d} \\ \mathbf{c + \frac{a}{2} = e} \\ \mathbf{se - td = c} \end{cases} \quad (1)$$

Теорема о медианах: символическое вычисление 1

(манипуляция символами или абстрактный нонсенс)

$$(s + \frac{t}{2} - 1)\mathbf{a} + (t + \frac{s}{2} - 1)\mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (2)$$

Теорема о медианах: символическое вычисление 2

$$\begin{cases} s + \frac{t}{2} - 1 = 0 \\ t + \frac{s}{2} - 1 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Теорема о медианах: символическое вычисление 2

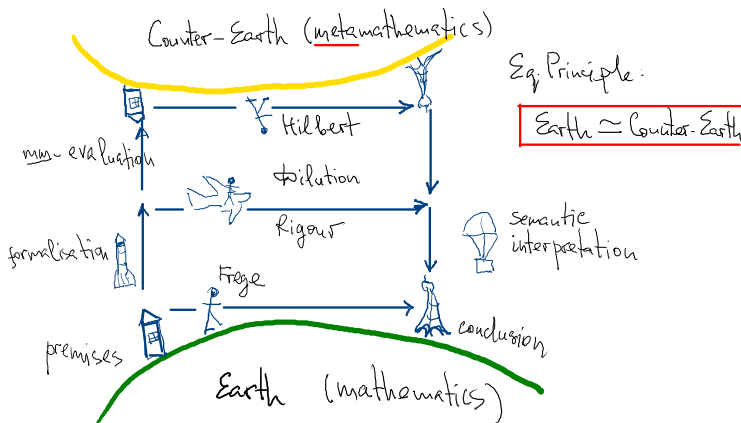
$$\begin{cases} s = \frac{2}{3} \\ t = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (4)$$

Теорема о медианах: деформализация

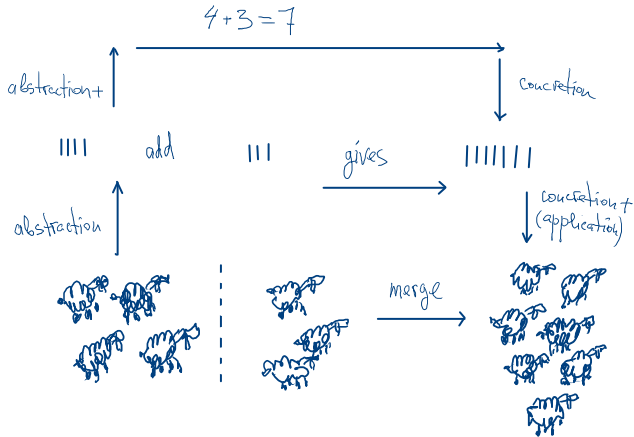
$$\begin{cases} AG = 2GD \\ CG = 2GF \end{cases} \quad \square \quad (5)$$

Именно такого рода формальные приемы, которые впервые в истории геометрии стал использовать Рене Декарт (1596 - 1650), также оставивший свое имя в истории как философ, мотивировали идеи Лейбница о возможности заменить рассуждения вычислениями.

Структура формального доказательства: формализация и деформализация



Абстракция и конкретика



Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (1)

Формальное доказательство теоремы о точке пересечения медиан доказывает теорему “механически” (как говорили до появления электронных компьютеров):

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (1)

Формальное доказательство теоремы о точке пересечения медиан доказывает теорему “механически” (как говорили до появления электронных компьютеров):

вывод решения (4) системы уравнений (1) может быть произведен с помощью *общего метода* (алгоритма), применимого к широкому классу систем подобных уравнений, которые, в свою очередь, могут быть использованы для решения еще более широкого класса содержательных задач (геометрических, физических и тд).

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (1)

Таким образом использование формальных методов в математике

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (1)

Таким образом использование формальных методов в математике

- повышает эффективность (количество затраченных усилий на данную задачу) за счет модулярности;

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (1)

Таким образом использование формальных методов в математике

- повышает эффективность (количество затраченных усилий на данную задачу) за счет модулярности;
- и во многих случаях (но не всегда!) допускает автоматизацию (алгоритмизацию)

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (2)

Однако формальное вычисление само по себе не обеспечивает *понимания* и в лучшем случае дает ответ на вопрос *что?* (при условии, корректности формализации и деформализации), но не на вопрос *почему?*.

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (2)

Однако формальное вычисление само по себе не обеспечивает *понимания* и в лучшем случае дает ответ на вопрос *что?* (при условии, корректности формализации и деформализации), но не на вопрос *почему?*.

Формальное символическое вычисление не выполняет эпистемическую функцию объясняющего содержательного доказательства.

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (3)

Впрочем “понимание” и “объяснение” в математике могут быть обманчивыми. Приведенное выше содержательное доказательство теоремы о точке пересечения медиан опирается на Пятый постулат Евклида (существование подобных треугольников разного размера).

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (3)

Впрочем “понимание” и “объяснение” в математике могут быть обманчивыми. Приведенное выше содержательное доказательство теоремы о точке пересечения медиан опирается на Пятый постулат Евклида (существование подобных треугольников разного размера).

Однако эта теорема относится к Абсолютной геометрии и также выполняется на гиперболической плоскости. То есть подобие треугольников ($\triangle GDE \sim \triangle GAB$) нельзя считать “настоящей причиной” того, что медианы пересекаются в одной точке.

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (3)

Наше формальное доказательство лишено этого недостатка (поскольку использует бескоординатный метод). Другими словами, это формальное доказательство доказывает более общую теорему.

Какое из двух предложенных доказательств “лучше”? (3)

Наше формальное доказательство лишено этого недостатка (поскольку использует бескоординатный метод). Другими словами, это формальное доказательство доказывает более общую теорему.

Оно не отвечает на вопрос “почему”, но и не дает на этот вопрос ошибочного ответа.

Takeaway

Вопрос о том “какое доказательство лучше” не имеет определенного ответа. Ответ зависит от принятых эпистемологических предпосылок и поставленных эпистемических и прагматических целей.

Takeaway

Вопрос о том “какое доказательство лучше” не имеет определенного ответа. Ответ зависит от принятых эпистемологических предпосылок и поставленных эпистемических и прагматических целей.

В конкретных ситуациях нужно различать различные эпистемические критерии, производить их оценку, и находить желательный trade-off. При этом нужно уточнять, что именно имеется в виду под “пониманием”, “объяснением”, “эффективностью” и т.д. Это предмет (формальной и неформальной) *эпистемологии*.

- 1 Calculus!
- 2 Вычисления
- 3 Рассуждения
- 4 Современность
 - Теория
 - Практика

Готлоб Фреге 1879: понятийное письмо

BEGRIFFSSCHRIFT,
EINE DER ARITHMETISCHEN NACHGEBILDETE
FORMELSPRACHE
DES REINEN DENKENS.

VON

DR. GOTTLÖB FREGE.

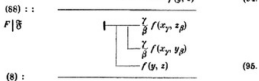
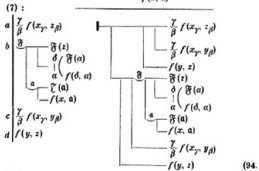
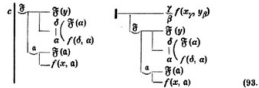
PRIVATDOZENT DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT JENA.

HALLE a/S.

VERLAG VON LOUIS NEBERT.

1879.

Готлоб Фреге 1879: понятийное письмо



Джузеппе Пеано 1895–1908: Формуляр

III.

§ 1.

$a, b, c, k \in \mathbb{N} : 0 :$

$$1. 0 \in \mathbb{N} a.$$

$$2. a \in \mathbb{N} \times 1.$$

$$3. a \in \mathbb{N} a.$$

$$4. ab \in \mathbb{N} a.$$

$$5. a \in \mathbb{N} b, b \in \mathbb{N} a. = . a = \pm b.$$

$$6. a \in \mathbb{N} b, b \in \mathbb{N} c. \circ . a \in \mathbb{N} c.$$

$$7. a, b \in \mathbb{N} c. \circ . a + b, a - b \in \mathbb{N} c.$$

$$8. a \in \mathbb{N} b. \circ . ac \in \mathbb{N} bc.$$

$$9. \quad \circ . ac \in \mathbb{N} b.$$

$$10. a \in \mathbb{N} b + nk, b \in \mathbb{N} c + nk. \circ . a \in \mathbb{N} c + nk.$$

$$11. \quad \circ . a' \in \mathbb{N} b' + nk. \circ . a + a' \in \mathbb{N} b + b' + nk.$$

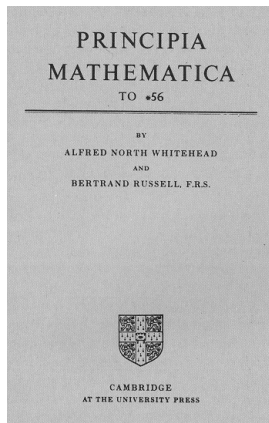
$$12. \quad \circ . ca \in \mathbb{N} cb + nk.$$

$$13. \quad \circ . a' \in \mathbb{N} b' + nk. \circ . aa' = bb' + nk.$$

$$14. \quad \circ . a^m \in \mathbb{N} b^m + nk.$$

$$15. ca \in \mathbb{N} cb + nck. \circ . a \in \mathbb{N} b + nk.$$

Бертран Рассел и Норт Уайтхед 1910-1913: *Principia Mathematica* (3 тома)



Principia Mathematica

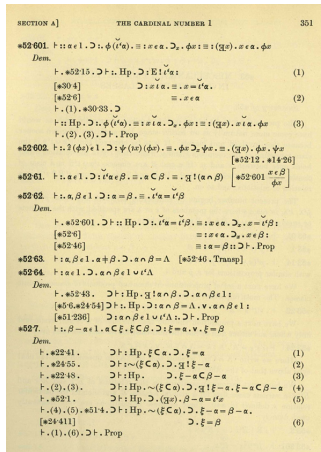


Рис.: Определение единицы

Давид Гильберт 1899: *Основания геометрии*



Письмо Гильберта к Фреге (вторая половина 1890х)

Вы утверждаете, что мои понятия, например, “точка” или “между”, не зафиксированы однозначно [..]. Но ведь очевидно, что любая теория — это всего лишь каркас или схема понятий вместе с необходимыми связями между ними, и что основные элементы можно толковать как угодно.

Письмо Гильберта к Фреге (вторая половина 1890х)

Вы утверждаете, что мои понятия, например, “точка” или “между”, не зафиксированы однозначно [..]. Но ведь очевидно, что любая теория — это всего лишь каркас или схема понятий вместе с необходимыми связями между ними, и что основные элементы можно толковать как угодно.

Если я буду мыслить свои точки как некую систему объектов (скажем, как систему, состоящую из любви, права или трубочистов [..]), а затем представлю все свои аксиомы как отношения между этими объектами, то и мои теоремы (например, теорема Пифагора) будут справедливы для этих объектов.

Письмо Гильберта к Фреге (вторая половина 1890х)

Вы утверждаете, что мои понятия, например, “точка” или “между”, не зафиксированы однозначно [...]. Но ведь очевидно, что любая теория — это всего лишь каркас или схема понятий вместе с необходимыми связями между ними, и что основные элементы можно толковать как угодно.

Если я буду мыслить свои точки как некую систему объектов (скажем, как систему, состоящую из любви, права или трубочистов [...]), а затем представлю все свои аксиомы как отношения между этими объектами, то и мои теоремы (например, теорема Пифагора) будут справедливы для этих объектов.

Иными словами, любую теорию всегда можно применить к бесконечному множеству систем основных элементов.

Давид Гильберт после 1918: метаматематика aka теория доказательств как основание математики

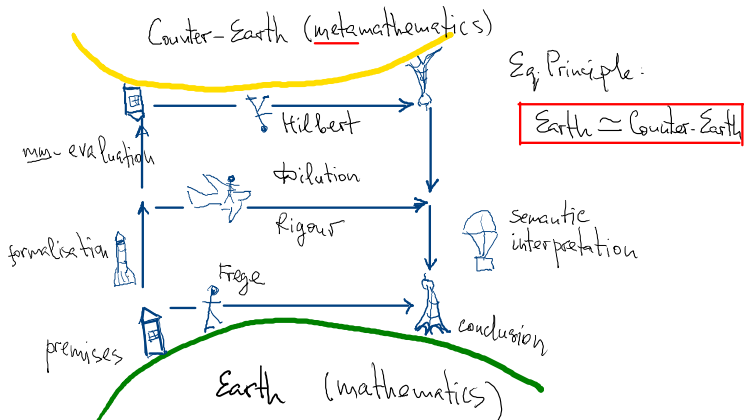
Предлагая этот новый способ обоснования математики (который можно назвать теорией доказательств) я преследую важную цель: раз и навсегда устранить вопросы об основаниях математики в том виде, в каком они ставятся сейчас.

Давид Гильберт после 1918: метаматематика aka теория доказательств как основание математики

Предлагая этот новый способ обоснования математики (который можно назвать теорией доказательств) я преследую важную цель: раз и навсегда устранить вопросы об основаниях математики в том виде, в каком они ставятся сейчас.

Для этого я хочу преобразовать каждое математическое утверждение в формулу, которую можно было бы конкретно предъявить и строго вывести, и тем самым перестроить математические определения и умозаключения так, чтобы они стали незыблемыми, но в то же время давали адекватное представление о науке в целом. (1927)

Математика и метаматематика



Метаматематика в теории и на практике, пример второй теоремы Геделя о неполноте

Формулировка на естественном языке:

Theorem

Если теория T непротиворечива и содержит арифметику, то она не содержит доказательства своей непротиворечивости.

Метаматематика в теории и на практике, пример второй теоремы Геделя о неполноте

Формулировка на естественном языке:

Theorem

Если теория T непротиворечива и содержит арифметику, то она не содержит доказательства своей непротиворечивости.

Более строгая формулировка с использованием геделевой нумерации (которая приписывает каждой формуле уникальный номер)

Theorem

Если формализованная теория T непротиворечива и содержит арифметику, то формула $\forall n . \neg(P_n \rightarrow \perp)$ (где P_n обозначает формулу с геделевым номером n) не выводима в T

Сергей Артемов начиная с 2019

Theorem

В Арифметике Пеано для любого числа n можно найти формальное доказательство (вывод) формулы $\neg(P_n \rightarrow \perp)$.

Сергей Артемов начиная с 2019

Theorem

В Арифметике Пеано для любого числа n можно найти формальное доказательство (вывод) формулы $\neg(P_n \rightarrow \perp)$.

Этого достаточно, чтобы говорить о том, что Арифметика Пеано доказывает собственную непротиворечивость (в предположении ее непротиворечивости).

- 1 Calculus!
- 2 Вычисления
- 3 Рассуждения
- 4 Современность
 - Теория
 - Практика

От теории к практике: “Символический” ИИ начиная с 1950х

Задача формальной записи, автоматической проверки и автоматического поиска математических доказательств была поставлена на заре ИИ (Джон МакКарти и коллеги). В СССР разработками в этом направлении занимался Виктор Михайлович Глушков (1923–1982), теоретическое наследие которого еще ждет своего исследователя. Глушков называл предложенную им архитектуру системы автоматического доказательства теорем “алгоритмом очевидности”.

От теории к практике: теория типов

Хотя ранние работы по ИИ были мотивированны теоретическими работами Гильберта, Геделя, Черча, Тьюринга и других пионеров современной математической логики и теории вычислений, характерно, что на практике оказались более эффективными несколько иные формализмы.

От теории к практике: теория типов

Хотя ранние работы по ИИ были мотивированны теоретическими работами Гильберта, Геделя, Черча, Тьюринга и других пионеров современной математической логики и теории вычислений, характерно, что на практике оказались более эффективными несколько иные формализмы.

В частности, теоретические прототипы всех без исключения существующих proof assistances используют тот или иной вариант *теории типов*, которые до появления современной вычислительной техники не играли большой роли в математической логике или философии.

От теории к практике: теория типов

Хотя ранние работы по ИИ были мотивированны теоретическими работами Гильберта, Геделя, Черча, Тьюринга и других пионеров современной математической логики и теории вычислений, характерно, что на практике оказались более эффективными несколько иные формализмы.

В частности, теоретические прототипы всех без исключения существующих proof assistances используют тот или иной вариант *теории типов*, которые до появления современной вычислительной техники не играли большой роли в математической логике или философии.

Только теория типов позволила установить формальное соответствие между рассуждениями и вычислениями (соответствие Карри-Говарда).

ИИ и философия

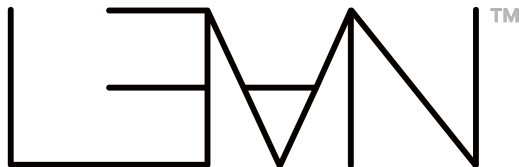
Как это часто случалось раньше в истории, часть философского сообщества в 20-м веке превратила прорывные идеи начала этого века в догмы, которые сегодня не столько помогают, сколько тормозят развитие новых идей и технологий.

ИИ и философия

Как это часто случалось раньше в истории, часть философского сообщества в 20-м веке превратила прорывные идеи начала этого века в догмы, которые сегодня не столько помогают, сколько тормозят развитие новых идей и технологий.

Тем не менее идеи великих мыслителей прошлого, таких как Лейбниц, по-прежнему может мотивировать новые открытия.

Лейбниц и компьютерные доказательства



В отношении современных формализованных доказательств с использованием LEAN и других proof-assistants можно и нужно ставить те же вопросы, касающиеся их эпистемических целей, которые мы выше ставили в отношении элементарных геометрических примеров.

Лейбниц и Большие Языковые Модели (БЯМ)

Сегодня являемся свидетелями и участниками удивительному успеху БЯМ. Существует консенсус по поводу того, что будущее ИИ лежит на стыке БЯМ и более традиционных “символических” подходов в духе лейбницевой *универсальной характеристики*. Большое число команд исследователей и разработчиков по всему миру работает сегодня над тем, как совместить эти две очень разные функции в рамках одной вычислительной системы.

Лейбниц и Большие Языковые Модели (БЯМ)

Сегодня являемся свидетелями и участниками удивительному успеху БЯМ. Существует консенсус по поводу того, что будущее ИИ лежит на стыке БЯМ и более традиционных “символических” подходов в духе лейбницевой *универсальной характеристики*. Большое число команд исследователей и разработчиков по всему миру работает сегодня над тем, как совместить эти две очень разные функции в рамках одной вычислительной системы.

Оказывается, что обращение к наследию Лейбница может быть полезным и в этом случае. Помимо интереса к математической логике Лейбниц был также пионером сравнительной лингвистики и занимался, в частности, описанием языков российской Сибири и Южной Африки, что вовсе не было общим местом в его эпоху.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Буду рад ответить на ваши вопросы, комментарии и критические замечания.